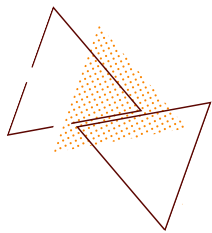


# แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32101)  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ  
ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนสตรีศึกษา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด  
คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ



## คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์  
พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 รหัสวิชา ค32101 ใช้เป็นแนวทางแก่ครูผู้สอนกลุ่มสาระการ  
เรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ยึดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้รับความรู้ที่เป็นความรู้ มีทักษะและ  
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ รวมถึงการวัดและประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง

อัญชลิรัตน์ รอดเลิศ

## สารบัญ

	หน้า
คำอธิบายรายวิชา.....	ก
หน่วยการเรียนรู้.....	ข
ตารางแสดงตัวชี้วัดและน้ำหนักคะแนน.....	ค
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม.....	1
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2	
รากที่ $n$ ของจำนวนจริง.....	11
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3	
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ.....	23
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4	
ความสัมพันธ์.....	42
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5	
กราฟของความสัมพันธ์.....	53
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6	
โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์.....	60
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7	
ฟังก์ชัน.....	69
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8	
ฟังก์ชันเชิงเส้น.....	81
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9	
ฟังก์ชันกำลังสอง.....	90
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10	
การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ.....	101
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11	
การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ.....	109
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12	
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล.....	116
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 13	
ฟังก์ชันขั้นบันได.....	126

## คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รหัสวิชา ค32101  
ภาคเรียนที่ 1

สาระการเรียนรู้พื้นฐาน  
จำนวน 1.0 หน่วยกิต  
จำนวน 40 ชั่วโมง

ศึกษา คำนวณ ฝึกทักษะ/กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องต่อไปนี้

**เลขยกกำลัง** จำนวนตรรกยะ จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ การใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากันและการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ การหารากที่  $n$  ของจำนวนจริง เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 หาค่าประมาณของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง โดยวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

**ฟังก์ชัน** ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันชันบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันชันบันได

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงาน

เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ ตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดผลและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพจริง สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ การอ่าน คิดวิเคราะห์และเขียนสื่อความหมายและสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนที่ต้องการวัด

**ตัวชี้วัด**

ค1.1 ม.5/1

ค.1.2 ม.5/1

รวม 2 ตัวชี้วัด

ภาควิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	หน่วยการเรียนรู้ รหัสวิชา ค32101 จำนวน 40 ชั่วโมง/ภาคเรียน	ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 1.0 หน่วยกิต
---	--	-------------------------------------

หน่วยที่	หน่วยการเรียนรู้/ชื่อเรื่องย่อย	จำนวน (ชั่วโมง)
1	เลขยกกำลัง <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</li> <li>2. รากที่ n ของจำนวนจริง</li> <li>3. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ</li> </ol>	12
2	ฟังก์ชัน <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน</li> <li>2. ฟังก์ชันเชิงเส้น</li> <li>3. ฟังก์ชันกำลังสอง</li> <li>4. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล</li> <li>5. ฟังก์ชันซันบันได</li> </ol>	28
<b>รวม</b>		<b>40</b>

ตัวชี้วัดและน้ำหนักคะแนน  
รายวิชา รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 อัตราส่วนคะแนน 70 : 30

ตัวชี้วัด	การวัดผลและประเมินผล				
	ก่อนกลางภาค	กลางภาค	หลังกลางภาค	ปลายภาค	รวม
<b>หน่วยที่ 1 เลขยกกำลัง (20 ชั่วโมง)</b>					
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์	5	5		5	15
2. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการเท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	15	15		5	35
<b>หน่วยที่ 2 ฟังก์ชัน (20 ชั่วโมง)</b>					
3. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน			5	5	10
4. เขียนแทนความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ ได้ เช่น ตาราง สมการและกราฟ			10	5	15
5. ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้			5	10	15
<b>รวม</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>90</b>
<b>คุณลักษณะ</b>	<b>10</b>				<b>10</b>
<b>รวมทั้งสิ้น</b>	<b>70</b>			<b>30</b>	<b>100</b>

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

จำนวน 12 ชั่วโมง

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เวลา 3 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ (K)
2. สามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการหาคำตอบของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  และ m, n เป็นจำนวนเต็มแล้ว

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3) (ab)^n = a^n b^n$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง	
3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

## ขั้นสอน

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม โดยครูกล่าวว่า จากบทนิยามกำหนดให้  $a$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

จากบทนิยาม เรียก  $a^n$  ว่า เลขยกกำลัง

$a$  ว่า ฐาน

$n$  ว่า เลขชี้กำลัง

$$\text{และ } a^0 = 1 \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

2. ครูยกตัวอย่างแล้วตั้งคำถามดังนี้

- ฐานและเลขชี้กำลังของ  $2^3$  คือเท่าใด  
(แนวตอบ : 2 คือ ฐาน และ 3 คือ เลขชี้กำลัง)
- ฐานและเลขชี้กำลังของ  $5^2$  คือเท่าใด  
(แนวตอบ : 5 คือ ฐาน และ 2 คือ เลขชี้กำลัง)
- ผลลัพธ์ของ  $2^0$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ : ผลลัพธ์ของ  $2^0$  มีค่าเท่ากับ 1)
- ผลลัพธ์ของ  $15^0$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ : ผลลัพธ์ของ  $15^0$  มีค่าเท่ากับ 1)
- ผลลัพธ์ของ  $2^{-3}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ : ผลลัพธ์ของ  $2^{-3}$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2^3}$ )
- ผลลัพธ์ของ  $\frac{1}{2^4}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ : ผลลัพธ์ของ  $\frac{1}{2^4}$  มีค่าเท่ากับ  $2^{-4}$ )

3. ครูกล่าวถึงสมบัติของเลขยกกำลัง จากนั้นเขียนสมบัติของเลขยกกำลัง โดยนักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ โดยยกตัวอย่างและตั้งคำถาม ดังนี้

- จงยกตัวอย่างโจทย์ของสมบัติ  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

(แนวตอบ :  $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$ )

- จงยกตัวอย่างโจทย์ของสมบัติ  $(a^m)^n = a^{mn}$

(แนวตอบ :  $(5^3)^{-4} = 5^{3 \times (-4)} = 5^{-12}$ )

- จงยกตัวอย่างโจทย์ของสมบัติ  $(ab)^n = a^n b^n$

(แนวตอบ :  $(-3 \times 2)^4 = (-3)^4 2^4$ )

- จงยกตัวอย่างโจทย์ของสมบัติ  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

(แนวตอบ :  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$ )

- จงยกตัวอย่างโจทย์ของสมบัติ  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

(แนวตอบ :  $\frac{5^6}{5^{-2}} = 5^{6-(-2)} = 5^8$ )

4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน แล้วศึกษาโจทย์เพิ่มเติมจากเรื่อง เลขยกกำลัง จากนั้นตัวอย่างกลุ่มละ 5 โจทย์และร่วมกันอภิปรายในคาบถัดไป

### ชั่วโมงที่ 2

5. ครูอธิบายถึงการเขียนจำนวนในรูปอย่างง่าย ว่า “เป็นการจัดรูปของผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการของเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกและฐานที่เป็นจำนวนเดียวกันจะมีแค่นี้พจน์เดียว” จากนั้นถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- เขียน  $(a^{-4})^2$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $\frac{1}{a^8}$ )

- เขียน  $\frac{3}{(a^{-2})^3}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $3a^6$ )

- เขียน  $\frac{1}{(a^{-1})^4} \cdot a^{-3}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $a$ )

6. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากกรอบ Attention ว่า “รูปร่างง่ายเป็นการจัดรูปของผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการของเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกและฐานที่เป็นจำนวนเดียวกันจะมีนิพจน์เดียวเช่น  $a^{-3} \times a$  เขียนให้อยู่ในรูปร่างง่ายได้เป็น  $\frac{1}{a^2}$  “

7. นักเรียนศึกษาและทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง ลงในสมุดแล้วร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยคละกลุ่มตามความสามารถทางคณิตศาสตร์

จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำของ  $3 \left( \frac{a^{-2} + b - c^3}{a^{-5} - b^{-4}} \right)^{-2}$  ให้อยู่ในรูปร่างง่าย เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ โดยแสดงวิธีทำลงในสมุด

### ชั่วโมงที่ 3

9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง จากนั้นถามคำถามว่าจากตัวอย่างที่ 2 นักเรียนจะใช้สมบัติของเลขยกกำลังใดในการหาค่าของ  $81^6 \cdot 64^4 \cdot 6^{-23}$

$$\text{(แนวตอบ : 1) } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3) (ab)^n = a^n b^n$$

10. นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 2 ว่า ในการหาค่าของเลขยกกำลังที่มีฐานต่างกัน ต้องปรับฐานให้เท่ากันทุกจำนวนจึงจะหาค่าได้ เช่น

- ให้หาค่าของ  $81^2 \cdot 3^5$

$$\begin{aligned} 81^2 \cdot 3^5 &= (3^4)^2 \cdot 3^5 \\ &= 3^8 \cdot 3^5 \\ &= 3^{8+5} \\ &= 3^{13} \end{aligned}$$

11. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเลขยกกำลัง ถ้ากำหนดให้ a ,b แทนจำนวนใด ๆ และ m, n แทนจำนวนเต็มบวกแล้ว  $(a^m)^n \neq a^{m^n}$  เช่น  $(3^2)^4 = 3^8$  แต่  $3^{2^4} = 3^{16}$  และควรเน้นเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มศูนย์ว่าเลขยกกำลังนั้นจะมีค่าเท่ากับ 1 เช่น  $5^0 = 1$ ,  $(-12)^0 = 1$

12. นักเรียนทำ“ลองทำดู”ตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังเป็นการบ้าน
14. นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
15. ครูสุ่มนักเรียนออกมาและร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในคาบเรียน

### ขั้นสรุป

16. ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ดังนี้

ถ้ากำหนดให้  $a, b$  แทนจำนวนใด ๆ และ  $m, n$  แทนจำนวนเต็มบวก

- เลขยกกำลังคืออะไร  
(แนวตอบ : การคูณจำนวนนั้นซ้ำ ๆ กัน)
- “ $a$  ยกกำลัง  $n$ ” มีความหมายว่าอย่างไร  
(แนวตอบ :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$ )
- $a^m \cdot a^n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ :  $a^{m+n}$ )
- $(a^m)^n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ :  $a^{mn}$ )
- $(ab)^n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ :  $a^n b^n$ )
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ :  $\frac{a^n}{b^n}$ )
- $\frac{a^m}{a^n}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด  
(แนวตอบ :  $a^{m-n}$ )

ครูอธิบายถึงการเขียนจำนวนในรูปอย่างง่าย ว่า “เป็นการจัดรูปของผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการของเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกและฐานที่เป็นจำนวน

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง	- ตรวจสอบแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.1	- แบบฝึกทักษะ 1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

## 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

## 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $n$  เป็นจำนวนคู่บวก พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$1) (\sqrt[n]{a})^n = |a|$$

$$2) \sqrt[n]{a^n} = |a|$$

ก. ข้อ 1) และข้อ 2) ถูก

ค. ข้อ 2) เท่านั้น

ข. ข้อ 1) เท่านั้น

ง. ข้อ 1) และข้อ 2) ผิด

$$2. \frac{8^3}{\sqrt[4]{144}} \cdot \frac{18^2}{\sqrt{6}} \text{ มีค่าเท่ากับข้อใด}$$

ก.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

ข.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

ค. 2

ง. 3

3. ข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

ก.  $(-1)$

ข.  $(-1)^0$

ค.  $(-1)^{0.4}$

ง.  $(-1)^{0.8}$

4. ถ้า  $a = -2$  และ  $b = 2$  แล้ว  $\sqrt[3]{ab^2} \sqrt[3]{a^2b}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 4

ข. -2

ค. 2

ง. -4

5. ถ้า  $x = \sqrt{2} + 1$  แล้ว  $x - \frac{1}{x}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -1

ข. 0

ค. 1

ง. 2

6. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว  $\sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $x^{\frac{1}{9}}$

ข.  $x^{\frac{2}{9}}$

ค.  $x^{\frac{3}{9}}$

ง.  $x^{\frac{4}{9}}$

7. ค่าของ  $(\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50})^2$  เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 2

ค. 4

ง. 8

8. ค่าของ  $\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{125} - 3\sqrt[4]{256}$  เท่ากับข้อใด

ก. -10

ข. 10

ค.  $-2 + 3\sqrt{2}$

ง.  $5\sqrt{2}$

9. อสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $2^{1000} < 3^{600} < 10^{300}$

ค.  $3^{600} < 10^{300} < 2^{1000}$

ข.  $3^{600} < 2^{1000} < 10^{300}$

ง.  $10^{300} < 2^{1000} < 10^{300}$

10. ถ้า  $a = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$  แล้ว  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 30

ข. 32

ค. 34

ง. 36

11. ถ้า  $\left(\sqrt{\frac{16}{81}}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{\frac{4}{9}}\right)^x$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{1}{6}$

ข.  $\frac{1}{7}$

ค.  $\frac{1}{8}$

ง.  $\frac{1}{9}$

12. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องสมการ  $(9^x)^2 = \frac{81^x}{3^{2x}}$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

13. ค่าของ  $\frac{1}{(1-\sqrt{3})^2}$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. [1.5, 1.6)

ข. [1.6, 1.7)

ค. [1.7, 1.8)

ง. [1.8, 1.9)

14. ถ้า  $49^x = 25$  แล้ว  $7^x + 7^{-x}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{1}{5}$

ข.  $\frac{7}{5}$

ค.  $\frac{11}{5}$

ง.  $\frac{26}{5}$

15. ทรงกระบอกตรงมีปริมาตร  $5 + 2\sqrt{3}$  ลูกบาศก์หน่วยถ้าฐานมีพื้นที่เท่ากับ  $\sqrt{3} + 1$  ตารางหน่วย  
อยากทราบว่าทรงกระบอกนี้จะมีคามสูงเท่าใด

ก.  $3\sqrt{3} - 1$

ข.  $3\sqrt{3} + 1$

ค.  $\frac{3\sqrt{3} - 1}{2}$

ง.  $\frac{3\sqrt{3} + 1}{2}$

1. ก    2. ค    3. ก    4. ง    5. ง    6. ง    7. ง    8. ค    9. ค    10. ค

11. ง    12. ก    13. ง    14. ง    15. ง

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง  
เรื่อง รากที่  $n$  ของจำนวนจริง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
จำนวน 12 ชั่วโมง  
เวลา 4 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติของรากที่  $n$  ของจำนวนจริงได้ (K)
2. แสดงวิธีทำหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ (P)
3. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์เพื่อสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

รากที่  $n$  ของจำนวนจริง เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหารากที่  $n$  ของจำนวนจริงโดยใช้บทนิยามและค่าหลักของรากที่  $n$  ของจำนวนจริงจะมีเพียงค่าเดียวเท่านั้น การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์โดยใช้สมบัติของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง	
3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังในชั่วโมงที่ผ่านมา

## ขั้นสอน

1. ครูอธิบายรากที่  $n$  และค่าหลักของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง ดังนี้

- รากที่  $n$  ของจำนวนจริง โดยทบทวนจาก investigation จะเห็นได้ว่า

1) จำนวนจริงใด ๆ เขียนในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบางจำนวน

สามารถจัดได้ทั้งฐานที่เป็นจำนวนบวกและฐานที่เป็นจำนวนลบ เช่น  $81 = 3^4$  หรือ  $81 = (-3)^4$  ซึ่งจะเรียก 3 และ -3 ว่าเป็นรากที่ 4 ของ 81

2) แต่บางจำนวนจัดได้เฉพาะฐานที่เป็นจำนวนบวกหรือฐานที่เป็นจำนวนลบอย่างเดียว อย่างหนึ่งเท่านั้น เช่น  $27 = 3^3$  เรียก 3 ว่า เป็นรากที่ 3 ของ 27 หรือ  $-27 = (-3)^3$  ซึ่งจะเรียก -3 ว่าเป็นรากที่ 3 ของ -27

- ค่าหลักของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง

ในกรณีทั่วไปมีข้อสรุปเกี่ยวกับค่าหลักของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง  $x$  หรือ  $\sqrt[n]{x}$  ดังนี้

1) ถ้า  $x = 0$  แล้ว  $\sqrt[n]{x} = 0$

2) ถ้า  $x > 0$  แล้ว  $\sqrt[n]{x}$  เป็นจำนวนจริงบวก

3) ถ้า  $x < 0$  แล้ว  $n$  เป็นจำนวนคี่ แล้ว  $\sqrt[n]{x}$  เป็นจำนวนจริงลบ

- สมบัติของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่  $n$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

1)  $(\sqrt[n]{a})^n = a$  เมื่อ  $\sqrt[n]{a}$  เป็นจำนวนจริง

$$2) \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ a & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$$

3)  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$$4) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

2. นักเรียนศึกษาและทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 3, 4, 5 และ 6 เรื่องรากที่  $n$

ของจำนวนจริง, ค่าหลักของรากที่  $n$  ของจำนวนจริง และสมบัติของรากที่  $n$  ของจำนวนจริงในหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

## ชั่วโมงที่ 2

3. ครูยกตัวอย่างการหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ โดยการใช้อคำถามดังนี้

- $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$  แต่ละพจน์มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่และมีจำนวนภายในกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกันหรือไม่

(แนวตอบ : มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันคือ อันดับสอง แต่จำนวนภายในกรณฑ์ไม่เป็นจำนวนเดียวกัน)

- นักเรียนสามารถจัด  $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$ )

4. ครูอธิบายจากตัวอย่างจะเห็นว่า  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$  มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันคืออันดับสองและมีจำนวนภายในกรณฑ์เหมือนกัน คือ 5 และสามารถใช้สมบัติการแจกแจงในการดึงตัวร่วม  $\sqrt{5}$  ได้ดังนี้

$$\bullet \quad 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3 + 2 - 1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

5. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ อันดับของกรณฑ์ต้องเป็นอันดับเดียวกันและจำนวนที่อยู่ภายใต้กรณฑ์ต้องเป็นจำนวนเดียวกัน ซึ่งจำนวนที่นำมาบวกลบกันจะต้องจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายก่อน” เช่น

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{625} - 2\sqrt[3]{40} &= \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5^4} - 2\sqrt[3]{2^3 \times 5} \\ &= \sqrt[3]{5} + 5\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} \\ &= (1 + 5 - 2)\sqrt[3]{5} \\ &= 4\sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

6. ครูกล่าวว่า “นอกจากการหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์แล้วนักเรียนยังสามารถหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ โดยมีเงื่อนไขว่าจะต้องมีอันดับของกรณฑ์ที่เท่ากันก่อน แล้วใช้สมบัติของรากที่ n จากนั้นครูกยกตัวอย่างบนกระดานแล้วถามคำถามดังนี้

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8}$  กรณฑ์ที่จะนำมาคูณกันมีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่

(แนวตอบ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คือกรณฑ์อันดับสอง)

- $\sqrt[3]{\frac{625}{3}}$  กรณฑ์ที่จะนำมาหารกันมีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่

(แนวตอบ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คือกรณฑ์อันดับสาม)”

7. ครูอธิบายว่า จากตัวอย่างข้างต้นการหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์สามารถหาค่าได้โดยใช้สมบัติของรากที่ n ดังนี้ ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

$$1) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \text{ เช่น } \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 8$$

$$2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0 \text{ เช่น } \sqrt[3]{\frac{625}{5}} = \frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}} = 5$$

8. ครูอธิบายเรื่อง การหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ คือ อันดับของกรณฑ์ต้องเป็นอันดับเดียวกัน โดยใช้สมบัติของรากที่ n เช่น

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{40}} &= \sqrt[3]{\frac{25 \cdot 25}{40}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{125}{8}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{5^3}{2^3}} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

9. นักเรียนศึกษาและทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7 และ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

### ชั่วโมงที่ 3

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้ศึกษาตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังและทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรมในแต่ละข้อ

11. ครูสรุปจากกิจกรรมว่า “ผลคูณของจำนวนอตรรกยะสองจำนวนใด ๆ ที่อยู่ในรูปการคูณของ  $(p + q\sqrt{a})(p - q\sqrt{a})$  เมื่อ p, q และ a เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ และ  $a > 0$  จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะ ซึ่งจะเรียก  $p + q\sqrt{a}$  ว่าเป็นสังยุคของ  $p - q\sqrt{a}$  จากนั้นเชื่อมโยงความรู้เรื่องสังยุคว่าสามารถนำไปใช้ในการจัดรูปที่ทำให้ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ซึ่งจะได้ศึกษาในตัวอย่างถัดไป”

12. ครูทบทวนเรื่องสังยุคของจำนวนจริงโดยตั้งคำถามดังนี้

- สังยุคของ  $5 - 2\sqrt{3}$  คือจำนวนใด  
(แนวตอบ :  $5 + 2\sqrt{3}$ )
- สังยุคของ  $\sqrt{2} + \sqrt{7}$  คือจำนวนใด  
(แนวตอบ :  $\sqrt{2} - \sqrt{7}$ )
- สังยุคของ  $2\sqrt{5} - \sqrt{7}$  คือจำนวนใด  
(แนวตอบ :  $2\sqrt{5} + \sqrt{7}$ )
- สังยุคของ  $5\sqrt{2} - \sqrt{8}$  คือจำนวนใด  
(แนวตอบ :  $5\sqrt{2} + \sqrt{8}$ )

13. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ โดยแนะนำนักเรียนให้ดูกรอบ Problem Solving Tip เพื่อช่วยในการทำโจทย์

14. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจโจทย์ที่ต้องใช้สัญยุคในการหาคำตอบ แล้วสามารถใช้สัญยุคในการประยุกต์ใช้กับโจทย์อื่น ๆ ได้ดังตัวอย่างที่ 12 – 14 จากนั้นถามคำถามดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียน  $\frac{12}{\sqrt{3}}$  ให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : } \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}\text{)}$$

- สัญยุคของ  $5 + \sqrt{3}$  เป็นจำนวนใด

$$\text{(แนวตอบ : } 5 - \sqrt{3} \text{ เป็นสัญยุคของ } 5 + \sqrt{3} \text{)}$$

- นักเรียนสามารถใช้วิธีใดในการแยกตัวประกอบของ  $(3 - \sqrt{5})^2$  ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : ใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ คือ } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2\text{)}$$

15. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม“ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

14. ครูสุ่มนักเรียนออกมาและร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.1 จากชั่วโมงที่ผ่านมาเกี่ยวกับเรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในคาบเรียน

#### ชั่วโมงที่ 4

15. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนหาค่าของ  $y$  ที่ส่วนไม่ติดกรณฑ์ ดังนี้

$$\bullet \quad y\sqrt{27} = y\sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\text{(แนวตอบ : } y\sqrt{27} = y\sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$y\sqrt{27} - y\sqrt{5} = \sqrt{3}$$

$$y(\sqrt{27} - \sqrt{5}) = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{27} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{27} - \sqrt{5})} \cdot \frac{(\sqrt{27} + \sqrt{5})}{(\sqrt{27} + \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{5})}{(\sqrt{27})^2 - (\sqrt{5})^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{81} + \sqrt{15}}{27 - 5}$$

$$= \frac{9 + \sqrt{15}}{22}$$

16. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังแล้วสรุปลงในสมุด

17. ครูทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามก่อนจะให้นักเรียนทำกิจกรรม Thinking Time ดังนี้

1) การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง :  $ab + ac = a(b + c)$

2) การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์:  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

3) การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีกำลังสามสมบูรณ์:  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$

4) การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีผลต่างกำลังสอง:  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

5) การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีผลต่างกำลังสาม:  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

6) การใช้สูตรเพื่อหาคำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  ;  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว

18. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 14 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ค่าของตัวแปรที่ได้จากการยกกำลังสองบางค่า อาจจะไม่เป็นคำตอบของสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องตรวจคำตอบเสมอ”

19. นักเรียนหาเซตคำตอบของสมการ  $\sqrt{6x^2 + 12} = 3x$  แล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนดังนี้

- $\sqrt{6x^2 + 12} = 3x$  มีอันดับกรณฑ์คือเท่าใด

(แนวตอบ : อันดับกรณฑ์ คือ 2)

- $(\sqrt{6x^2 + 12})^2 = (3x)^2$  มีค่าเท่าใด

(แนวตอบ :  $9x^2 - 6x^2 - 12 = 3x^2 - 12 = 0$ )

- $3x^2 - 12 = 0$  สามารถแยกตัวประกอบได้อย่างไร แล้ว x มีค่าเท่าใด

(แนวตอบ :  $3x^2 - 12 = 0 = 3(x^2 - 4) = 3(x-2)(x+2)$  แล้ว x มีค่าเท่ากับ -2 และ 2)

- เมื่อนำค่า  $x = 2$  ไปตรวจสอบคำตอบของสมการ  $\sqrt{6x^2 + 12} = 3x$  จะเป็นจริงหรือไม่  
(แนวตอบ : สมการเป็นจริง เพราะ

$$\sqrt{6(2)^2 + 12} = 3(2)$$

$$\sqrt{24 + 12} = 6$$

$$6 = 6$$

- เมื่อนำค่า  $x = -2$  ไปตรวจสอบคำตอบของสมการ  $\sqrt{6x^2 + 12} = 3x$  จะเป็นจริงหรือไม่  
(แนวตอบ : สมการไม่เป็นจริง เพราะ

$$\sqrt{6(-2)^2 + 12} = 3(-2)$$

$$\sqrt{24 + 12} = -6$$

$$6 = -6 \quad (\text{ไม่จริง})$$

- เซตคำตอบของสมการ  $\sqrt{6x^2 + 12} = 3x$  คือเท่าใด  
(แนวตอบ :  $\{2\}$ )

20. นักเรียนทำใบงานที่ 1.2.1 เรื่อง รากที่  $n$  ของจำนวนจริง ในคาบเรียน

21. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง เลขยกกำลัง เป็นการบ้าน

22. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ละครความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.2 เรื่อง รากที่  $n$  ของจำนวนจริงในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

### ขั้นสรุป

23. ครูถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณและการหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ดังนี้

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่  $n$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มมากกว่า 1

- $p\sqrt[n]{a} + q\sqrt[n]{a}$  เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ :  $(p + q)\sqrt[n]{a}$ )

- $p\sqrt[n]{a} - q\sqrt[n]{a}$  เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ :  $(p - q)\sqrt[n]{a}$ )

- สามารถหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้อย่างไร

(แนวตอบ : กรณฑ์ที่นำมาคูณและหาร จะต้องมียกกำลังของกรณฑ์ที่เท่ากัน โดยใช้

สมบัติของรากที่  $n$ )

- สังยุคของ  $p + q\sqrt[n]{a}$  เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ :  $p - q\sqrt[n]{a}$ )

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) รากที่ n ของจำนวนจริง	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจสอบใบงานที่ 1.2.1	- แบบฝึกทักษะ 1.2 - ใบงานที่ 1.2.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

## 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 1.2 เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- 4) ใบงานที่ 1.2.1 เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง

## 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 1.2.1

## เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) รากที่ 5 ของ  $-3,125$

.....

2) รากที่ 4 ของ  $0.1296$

.....

3)  $\sqrt[3]{-1,331}$

.....

4)  $-\sqrt[4]{\frac{256}{2401}}$

.....

5)  $\sqrt[n]{a^n b^{2n}}$  เมื่อ n เป็นจำนวนคู่บวก

.....

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{30} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{3}$

.....

2)  $\sqrt[3]{169} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{13} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

.....

3)  $\sqrt[5]{48} \cdot \sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[5]{2}$

.....

4)  $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}}{\sqrt{6}}$

.....

5)  $\frac{\sqrt[4]{196} \cdot \sqrt[4]{14} \cdot \sqrt[4]{343} \cdot \sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{49}}$

.....

## ใบงานที่ 1.2.1

## เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) รากที่ 5 ของ  $-3,125$

.....<sup>-5</sup>.....

2) รากที่ 4 ของ  $0.1296$

.....<sup>-0.6 และ 0.6</sup>.....

3)  $\sqrt[3]{-1,331}$

.....<sup>-11</sup>.....

4)  $-\sqrt[4]{\frac{256}{2401}}$

.....<sup>4</sup>  
.....<sup>-\frac{7}{7}</sup>.....

5)  $\sqrt[n]{a^n b^{2n}}$  เมื่อ n เป็นจำนวนคู่บวก

.....<sup>|a|b<sup>2</sup></sup>.....

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{30} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{3}$

..... <sup>$\sqrt{2 \times 3 \times 5 \times 2^3 \times 5 \times 3} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2} = 60$</sup> .....

2)  $\sqrt[3]{169} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{13} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

..... <sup>$\sqrt[3]{13^2 \times 13} \cdot \sqrt{6 \times 3 \times 2} = \sqrt[3]{13^3} \cdot \sqrt{6^2} = 78$</sup> .....

3)  $\sqrt[5]{48} \cdot \sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[5]{2}$

..... <sup>$\sqrt[5]{2^4 \times 3 \times 3^4 \times 2} = \sqrt[5]{2^5 \times 3^5} = 6$</sup> .....

4)  $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}}{\sqrt{6}}$

..... <sup>$\sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times 2^3 \times 3^2}{2 \times 3}} = \sqrt{2^4 \times 3^2} = 12$</sup> .....

5)  $\frac{\sqrt[4]{196} \cdot \sqrt[4]{14} \cdot \sqrt[4]{343} \cdot \sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{49}}$

..... <sup>$\sqrt[4]{2^4 \times 7^4} = 14$</sup> .....

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

จำนวน 12 ชั่วโมง

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

เวลา 5 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และนำไปใช้ได้ (K)
2. สามารถเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปกรณฑ์ และเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังได้ (K)
3. สรุปความรู้เรื่องสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ (K)
4. มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้ (P)
5. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อนหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เป็นเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน โดยมีตัวเศษเท่ากับ 1 ซึ่งมีบทนิยาม คือ

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ  $a$  มีรากที่  $n$  แล้ว  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่  $n > 0$  และ  $\frac{m}{n}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ จะได้ว่า

$$1) a^{\frac{m}{n}} = \left( \frac{1}{a^n} \right)^m = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$2) a^{\frac{m}{n}} = \left( a^m \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง	
3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เกี่ยวกับเรื่องเลขยกกำลังโดยยกตัวอย่างดังนี้

- สมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริง เช่น

1)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}$

(แนวตอบ :  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{27}$ )

2)  $\sqrt{24}$

(แนวตอบ :  $\sqrt{24} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2 \times 2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{6}$ )

3)  $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[4]{16}$

(แนวตอบ :  $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[4]{16} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} \cdot \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$$= \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[4]{2^4}$$

$$= 3 \times 2$$

$$= 6$$

- การบวก การลบ การคูณ และการหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

1)  $\sqrt{40} + \sqrt{20}$

(แนวตอบ :  $\sqrt{40} + \sqrt{20} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5} + \sqrt{2 \times 2 \times 5}$

$$= 2\sqrt{2 \times 5} + 2\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}$$

2)  $\sqrt{45} - \sqrt{20}$

(แนวตอบ :  $\sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{3 \times 3 \times 5} + \sqrt{2 \times 2 \times 5}$

$$= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= (3 - 2)\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5}$$

$$3) \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$(\text{แนวตอบ : } \sqrt{5 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{30})$$

$$4) \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[4]{16}}$$

$$(\text{แนวตอบ : } \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{\sqrt[4]{5 \times 5 \times 5 \times 5}}{\sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{5}{2})$$

- สัญลักษณ์ของจำนวนจริง

$$1) \text{ สัญลักษณ์ของ } 2\sqrt{6} - \sqrt{9}$$

$$(\text{แนวตอบ : สัญลักษณ์ของ } 2\sqrt{6} - \sqrt{9} = 2\sqrt{6} + \sqrt{9})$$

$$2) \text{ สัญลักษณ์ของ } \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

$$(\text{แนวตอบ : สัญลักษณ์ของ } \sqrt{5} + 2\sqrt{7} = \sqrt{5} - 2\sqrt{7})$$

2. ครูทบทวนความรู้เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งในระดับชั้นนี้ขอบเขตของเลขชี้กำลังจะเกี่ยวกับเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

### ขั้นสอน

3. นักเรียนจับคู่แล้วศึกษากิจกรรม Class Discussion จากนั้นครูและนักเรียนสรุปเป็นบทนิยามที่ว่า

“ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ  $a$  มีรากที่  $n$  แล้ว

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} ”$$

4. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่า “ $a^{\frac{1}{n}}$  เป็นค่าหลักของรากที่  $n$  ของ  $a$  และ  $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$ ” แล้ว

ยกตัวอย่างเพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยาม ดังนี้

$$\bullet \quad 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7} \quad \text{และ} \quad \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 7$$

$$\bullet \quad (-5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-5} \quad \text{และ} \quad \left(-5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -5$$

5. นักเรียนศึกษากิจกรรม Thinking Time ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง โดยครูตั้งคำถามว่าเงื่อนไขที่กำหนดในแต่ละข้อนั้นสามารถหาคำตอบได้หรือไม่ โดยสรุปลงในสมุด

## ชั่วโมงที่ 2

6. ครุยกตัวอย่างที่ 15 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังและอธิบายการหาค่าเลขยกกำลังเพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยาม  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$  ดังนี้

- จงทำให้ค่าของ  $25^{\frac{1}{2}}$  สอดคล้องกับบทนิยาม  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$   
(แนวตอบ :  $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$ )
- จงทำให้ค่าของ  $64^{\frac{1}{3}}$  สอดคล้องกับบทนิยาม  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$   
(แนวตอบ :  $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$ )
- จงทำให้ค่าของ  $-243^{\frac{1}{5}}$  สอดคล้องกับบทนิยาม  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$   
(แนวตอบ :  $-243^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{-243} = -3$ )

7. นักเรียนจับคู่ศึกษากิจกรรม Investigation และตอบคำถามจากกิจกรรมจนสรุปเป็นกรณีทั่วไปว่า

“ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $m, n$  เป็นจำนวนเต็มที่  $n > 0$  และ  $\frac{m}{n}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ และ  $a^{\frac{1}{n}}$  เป็นจำนวนจริงจะได้ว่า

$$a^{\frac{m}{n}} = \left( a^{\frac{1}{n}} \right)^m = \left( \sqrt[n]{a} \right)^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left( a^m \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m} ”$$

จากนั้นครูสรุปจากบทนิยามว่า  $\left( \sqrt[n]{a} \right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

8. ครูอธิบายความรู้เสริมจากกรอบ ATTENTION และอธิบายว่า “จากบทนิยาม  $a^{\frac{m}{n}}$  ถ้า  $m < 0$  แล้ว  $a$  จะต้องไม่เท่ากับ 0”

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากบทนิยามว่า ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $m, n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ  $\frac{m}{n}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำและ  $a^{\frac{1}{n}}$  เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$a^{\frac{m}{n}} = \left( a^{\frac{1}{n}} \right)^m = \left( \sqrt[n]{a} \right)^m \quad \text{และ} \quad a^{\frac{m}{n}} = \left( a^m \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

และสรุปจากบทนิยามว่า  $\left( \sqrt[n]{a} \right)^m = \sqrt[n]{a^m}$  เช่น  $(\sqrt[3]{5})^4 = \sqrt[3]{5^4}$

10. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังเป็นการบ้าน

### ชั่วโมงที่ 3

11. ครูอธิบายเพิ่มเติมในกรอบ ATTENTION ว่า “จากบทนิยามของ  $a^{\frac{m}{n}}$  ถ้า  $m < 0$  แล้ว

$a$  จะต้องไม่เท่ากับ 0 เช่น  $0^{-\frac{1}{5}} = \left(0^{\frac{1}{5}}\right)^{-1} = 0^{-1} = \frac{1}{0}$  จะไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์”

12. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง แล้วให้นักเรียนเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ดังนี้

- จงเขียน  $\sqrt{6}$  ให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

(แนวตอบ :  $\sqrt{6}$  เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น  $6^{\frac{1}{2}}$ )

- จงเขียน  $\sqrt[3]{5^5}$  ให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

(แนวตอบ :  $\sqrt[3]{5^5}$  เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น  $5^{\frac{5}{3}}$ )

- จงเขียน  $\sqrt[5]{12^3}$  ให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

(แนวตอบ :  $\sqrt[5]{12^3}$  เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น  $12^{\frac{3}{5}}$ )

13. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม แล้วเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปกรณฑ์ ดังนี้

- จงเขียน  $34^{\frac{1}{4}}$  ให้อยู่ในรูปกรณฑ์

(แนวตอบ :  $34^{\frac{1}{4}}$  เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น  $\sqrt[4]{34}$ )

- จงเขียน  $(-56)^{\frac{3}{5}}$  ให้อยู่ในรูปกรณฑ์

(แนวตอบ :  $(-56)^{\frac{3}{5}}$  เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น  $\sqrt[5]{(-56)^3}$ )

- จงเขียน  $11^{\frac{5}{2}}$  ให้อยู่ในรูปกรณฑ์

(แนวตอบ :  $11^{\frac{5}{2}}$  เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น  $\sqrt{11^5} = (\sqrt{11})^5$ )

14. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 16 และ 17 ในหนังสือเรียนหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

15. นักเรียนจับคู่แล้วช่วยกันหาค่าของ  $x$  ให้อยู่ในช่วงใด ถ้า  $\frac{9}{10} + \sqrt{\frac{x}{2}} = \left(\frac{125}{216}\right)^{-\frac{1}{3}}$

โดยแสดงวิธีทำลงในสมุด

## ชั่วโมงที่ 4

16. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง จากนั้นครูชี้แนะกรอบ Problem Solving Tip ในการทำโจทย์ว่า “เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะซึ่งตัวส่วนของเลขชี้กำลังจะเป็นค่ารากเสมอ”

17. ครูยกตัวอย่างที่ 19 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังและอธิบายขั้นตอนอย่างละเอียด จากนั้นกล่าวเพิ่มเติมว่า “การเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปยกกำลังให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังซึ่งมีฐานของเลขยกกำลังเป็นตัวแปรจะใช้หลักการเดียวกันกับตัวอย่างที่ 18 ที่มีฐานของเลขยกกำลังเป็นตัวเลข”

18. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ดังนี้ กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$3) (a^m)^n = a^{mn} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$4) a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$5) \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \text{ เมื่อ } b \neq 0$$

19. ครูยกตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง และอธิบายวิธีทำแต่ละขั้นตอนเพื่อให้สอดคล้องกับสมบัติ 3 ของเลขยกกำลังในกิจกรรม Thinking Time

20. ครูอธิบายเรื่อง การใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ในตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังว่าใช้สมบัติ 1 และสมบัติ 3 ในการจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่าย แล้วตั้งคำถามดังนี้

- ข้อ 1) ใช้สมบัติเลขยกกำลังสมบัติใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ: สมบัติ  $(a^m)^n = a^{mn}$  และสมบัติ  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ )

- ข้อ 2) ใช้สมบัติเลขยกกำลังสมบัติใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ  $(a^m)^n = a^{mn}$  และสมบัติ  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ )

21. ครูยกตัวอย่างที่ 22 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง แล้วถามคำถาม ดังนี้

- ข้อ 1) ใช้สมบัติเลขยกกำลังสมบัติใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ  $(a^m)^n = a^{mn}$  และสมบัติ  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ )

- ข้อ 2) ใช้สมบัติเลขยกกำลังสมบัติใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ  $(a^m)^n = a^{mn}$  และสมบัติ  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ )

22. ครูกยกตัวอย่างสมการของเลขยกกำลังบนกระดานแล้วถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- $3^x = 3^5$  ค่า  $x$  จะมีคำตอบเป็นเท่าใด

(แนวตอบ  $x$  มีค่าเท่ากับ 5)

- $2^y = 2^8$  ค่า  $y$  จะมีคำตอบเป็นเท่าใด

(แนวตอบ  $y$  มีค่าเท่ากับ 8)

23. ครูอธิบายว่า “สมการเลขยกกำลังดังกล่าวใช้หลักการเทียบสมการทั้งสองข้าง โดยพิจารณาฐานและเลขชี้กำลัง ถ้าฐานทั้งสองข้างเท่ากันแล้วเลขชี้กำลังจะต้องเท่ากันด้วย ซึ่งในกรณีทั่วไป การแก้สมการเลขยกกำลังสามารถทำได้โดยเปลี่ยนฐานของเลขชี้กำลังทั้งสองข้างให้เท่ากันตามบทนิยาม ดังนี้ “ถ้า  $a^x = a^n$  แล้ว  $x=n$  เมื่อ  $a, n$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $a > 0$  และ  $a \neq 1$ ”

24. ครูกยกตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง แล้วให้พิจารณาเลขยกกำลังในแต่ละข้อว่ามีฐานเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่าสามารถจัดฐานให้เท่ากันโดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบ เมื่อฐานเท่ากันแล้วก็สามารถนำเลขชี้กำลังมาเท่ากันได้ เพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยาม ดังนี้

- ข้อ 1) นักเรียนสามารถจัด 128 ให้เป็นฐาน 2 นั่นคือ  $128 = 2^7$
- ข้อ 2) นักเรียนไม่สามารถจัด 243 ให้เป็นฐาน 9 ได้ แต่สามารถจัด 243 และ 9

ให้เป็นฐาน 3 ได้นั่นคือ  $9 = 3^2$  และ  $243 = 3^5$

- ข้อ 3) กรณีที่ฐานเป็นเศษส่วน นักเรียนจะต้องจัดฐานทั้งตัวเศษและตัวส่วนที่มีเลขชี้

กำลังเท่ากัน และสามารถจัด  $\frac{64}{729}$  ให้เป็นฐาน  $\frac{4}{9}$  นั่นคือ  $\frac{64}{729} = \left(\frac{4}{9}\right)^3$

25. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้สมการเลขยกกำลัง ดังนี้

1) ฐานเท่ากัน แต่เลขชี้กำลังไม่เท่ากัน จะได้  $A^x = A^y \rightarrow x = y$

2) ฐานไม่เท่ากัน แต่เลขชี้กำลังเท่ากัน จะได้  $A^x = B^x \rightarrow x = 0$

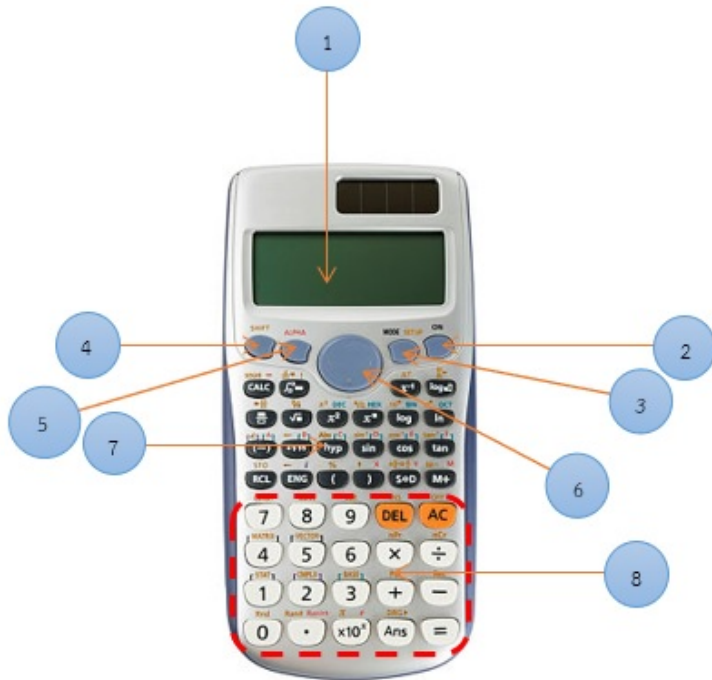
26. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 21, 22 และ 23 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

27. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.3 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ โดยสรุปลงในสมุดส่งภายในคาบเรียน

28. นักเรียนทำใบงานที่ 1.3.1 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เป็นการบ้าน

## ชั่วโมงที่ 5

29. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน แล้วทำกิจกรรมให้แต่ละกลุ่มนำเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์มากลุ่มละ 1 เครื่อง ใช้รุ่นเดียวกับดังรูป



ส่วนประกอบหลักบนเครื่องคิดเลข

- 1) หน้าจอแสดงผลการทำงาน
- 2) ปุ่มเปิดเครื่อง
- 3) ปุ่ม MODE/SET UP ใช้สำหรับเลือกโหมดหรือตั้งค่าเครื่อง
- 4) ปุ่ม SHIFT สำหรับเรียกใช้คำสั่งที่เป็นสีเหลือง แล้วตามด้วยปุ่มคำสั่งนั้นๆ
- 5) ปุ่ม ALPHA สำหรับเรียกใช้คำสั่งที่เป็นสีแดง แล้วตามด้วยปุ่มคำสั่งนั้นๆ
- 6) ปุ่มควบคุมทิศทางใช้เลื่อนคำตอบหรือแก้ไขคำตอบ
- 7) ปุ่มฟังก์ชันและสูตรคำนวณ
- 8) ปุ่มตัวเลข/เครื่องหมายดำเนินการ

โดยอธิบายส่วนประกอบต่าง ๆ บนเครื่องคิดเลข จากนั้นให้แต่ละกลุ่มฝึกกดปุ่มเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ โดยครูใช้ตัวอย่างที่ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

30. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่า “เรื่องเลขยกกำลังสามารถนำไปใช้กับโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ เช่น การเคลื่อนที่ต่าง ๆ การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น” จากนั้นยกตัวอย่างที่ 25 และ 26 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

- จากตัวอย่างที่ 25 ใช้บทนิยามใดในการแก้ปัญหา

(แนวตอบ : ใช้บทนิยามที่ว่า ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

และ  $a$  มีรากที่  $n$  แล้ว  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ )

- จากตัวอย่างที่ 26 ใช้บทนิยามใดในการแก้ปัญหา

(แนวตอบ : ใช้บทนิยามที่ว่า ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง  $m, n$  เป็นจำนวนเต็มที่  $n > 1$

และ  $\frac{m}{n}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำและ  $a^{\frac{1}{n}}$  เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า  $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ )

31. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 24, 25 และ 26 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง ลงในสมุดเป็นรายบุคคล

32. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง เป็นการบ้าน

33. ครูอธิบายเพิ่มเติมเรื่องการใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ว่า “ฟังก์ชันการคำนวณของเครื่องคิดเลขแต่ละรุ่นไม่เหมือนกัน นอกจากจะใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ในการคำนวณแล้ว นักเรียนยังใช้โปรแกรมอื่น ๆ ในการคำนวณ เช่น โปรแกรม Excel โปรแกรม calculator ในเครื่องคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมออนไลน์ Wolfram”

34. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การนำสมบัติเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

35. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

36. ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียน รากที่ 2 ของ 25 ในรูปเลขชี้กำลังได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : } \sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}} \text{)}$$

- นักเรียนสามารถเขียน  $(-64)^{\frac{2}{3}}$  ในรูปกรณฑ์ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : } (-64)^{\frac{2}{3}} = (3\sqrt{-64})^2 \text{)}$$

- นักเรียนสามารถหาค่าหลักของรากที่ (-27) ของ 3 ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : ค่าหลักของรากที่ (-27) ของ 3 จะได้ว่า } \left[(-27)^{\frac{1}{3}}\right]^3 = -27 \text{)}$$

- นักเรียนสามารถแก้สมการ  $3^{2x-2} = 27^2$  ได้หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : สามารถแก้สมการได้ โดยทำฐานทั้งสองข้างของสมการให้เท่ากัน แล้ว

เลขชี้กำลังจะเท่ากันด้วย

$$3^{2x-2} = 27^2$$

$$3^{2x-2} = (3^3)^2$$

$$2x - 2 = 6$$

$$x = 4)$$

- นักเรียนหาค่าของ x จากสมการ  $3^x = 21^x$  เป็นเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } x = 0 \text{)}$$

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	- ตรวจสอบแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะ	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.3 - ใบงานที่ 1.3.1	- แบบฝึกทักษะ 1.3 - ใบงานที่ 1.3.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

## 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 1.3 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- 4) ใบงานที่ 1.3.1 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

## 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 1.3.1

## เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $5^4 \cdot 25^{-2} \cdot 125^3$

2) 
$$\frac{256^{-1} \cdot 2^4}{4^2 \cdot 8^{-3}}$$

3) 
$$\frac{(ab^2c^{-3})^2}{(a^{-2}bc^2)^3}$$
 เมื่อ  $a, b$  และ  $c \neq 0$

4) 
$$\frac{(x^2y)^{-1}}{(xy^{-3}z^2)^4} \times \frac{z^2y}{x^{-3}z^{-4}}$$
 เมื่อ  $x, y$  และ  $z \neq 0$

2. จงแก้สมการเลขยกกำลังต่อไปนี้

6)  $64^x = 256^{x-2}$

2)  $343^{2x-1} = 49^{5x-3}$

3) 
$$\frac{125^x}{5} = 5^{10-3x}$$

4) 
$$\left(\frac{25}{9}\right)^{x+1} = \left(\frac{81}{625}\right)^{2-x}$$

## ใบงานที่ 1.3.1

## เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$1) 5^4 \cdot 25^{-2} \cdot 125^3$$

$$= 5^4 \cdot (5^2)^{-2} \cdot (5^3)^3$$

$$= 5^4 \cdot 5^{-4} \cdot 5^9$$

$$= 5^{4-4+9}$$

$$= 5^9$$

$$3) \frac{(ab^2c^{-3})^2}{(a^{-2}bc^2)^3} \quad \text{เมื่อ } a, b \text{ และ } c \neq 0$$

$$= \frac{a^2 \cdot (b^2)^2 \cdot (c^{-3})^2}{(a^{-2})^3 \cdot b^3 \cdot (c^2)^3}$$

$$= \frac{a^{-6} \cdot b^3 \cdot c^6}{a^{2+6} \cdot b^{4-3} \cdot c^{-6-6}}$$

$$= a^8 b c^{-12} = \frac{a^8 b}{c^{12}}$$

2. จงแก้สมการเลขยกกำลังต่อไปนี้

$$1) 64^x = 256^{x-2}$$

$$2^{6x} = 2^{8(x-2)}$$

$$2^{6x} = 2^{8x-16}$$

$$6x = 8x-16$$

$$x = 8$$

$$2) \frac{256^{-1} \cdot 2^4}{4^2 \cdot 8^{-3}}$$

$$= \frac{(2^8)^{-1} \cdot 2^4}{(2^2)^2 \cdot (2^3)^{-3}}$$

$$= \frac{2^{-8} \cdot 2^4}{2^4 \cdot 2^{-9}}$$

$$= 2^{-8+4-4+9} = 2$$

$$4) \frac{(x^2y)^{-1}}{(xy^{-3}z^2)^4} \times \frac{z^2y}{x^{-3}z^{-4}} \quad \text{เมื่อ } x, y \text{ และ } z \neq 0$$

$$= \frac{(x^2)^{-1} \cdot y^{-1}}{x^4 \cdot (y^{-3})^4 \cdot (z^2)^4} \times \frac{z^2y}{x^{-3}z^{-4}}$$

$$= x^{-2-4+3} \cdot y^{-1+1+12} \cdot z^{-2-8+4}$$

$$= x^{-3} y^{12} \cdot z^{-2} = \frac{y^{12}}{x^3 z^2}$$

$$2) 343^{2x-1} = 49^{5x-3}$$

$$(7^3)^{2x-1} = (7^2)^{5x-3}$$

$$7^{6x-3} = 7^{10x-6}$$

$$6x-3 = 10x-6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$3) \frac{125^x}{5} = 5^{10-3x}$$

$$5^{3x-1} = 5^{10-3x}$$

$$3x-1 = 10-3x$$

$$6x = 11$$

$$x = \frac{11}{6}$$

$$4) \left(\frac{25}{9}\right)^{x+1} =$$

$$\left(\left(\frac{5}{3}\right)^2\right)^{x+1} =$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{2x+2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-8+4x}$$

$$2x+2 = -8+4x$$

$$x = 5$$

## ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

## เรื่อง เลขยกกำลัง

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำให้ละเอียดโดยนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

**โจทย์ปัญหา** ถ้า  $r$  คือรัศมีของทรงกลมมีหน่วยเป็นนิ้ว และปริมาตรของทรงกลมมีหน่วยเป็นลูกบาศก์นิ้ว โดยที่ปริมาตรของ ทรงกลม  $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3$  จงหาว่า ทรงกลมซึ่งมีปริมาตรเท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์นิ้ว จะมีรัศมียาวเท่าใด (ตอบเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

## ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

### เรื่อง เลขยกกำลัง

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำให้ละเอียดโดยนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

**โจทย์ปัญหา** ถ้า  $r$  คือรัศมีของทรงกลมมีหน่วยเป็นนิ้ว และปริมาตรของทรงกลมมีหน่วยเป็นลูกบาศก์นิ้ว โดยที่ปริมาตรของ ทรงกลม  $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3$  จงหาว่า ทรงกลมซึ่งมีปริมาตรเท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์นิ้ว จะมีรัศมียาวเท่าใด (ตอบเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

**วิธีทำ** จาก ปริมาตรของทรงกลม  $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow r = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$  และ  $V=1,000$  ให้  $\pi \approx 3.14$

จะได้ว่า  $r \approx \left(\frac{3 \times 1000}{4 \times 3.14}\right)^{\frac{1}{3}} \approx (238.85)^{\frac{1}{3}}$  หาค่าประมาณของ  $(238.85)^{\frac{1}{3}}$  ได้ดังนี้

จาก  $6^3 = 216$  และ  $7^3 = 343$  แสดงว่า  $(238.85)^{\frac{1}{3}}$  มีค่าอยู่ระหว่าง 6 และ 7  
หาค่า  $x$  ที่  $x^3$  มีค่าใกล้เคียง 238.85

$$6.4^3 = 262.144$$

$$6.3^3 = 250.047$$

$$6.2^3 = 238.328$$

$$6.1^3 = 226.981$$

จะเห็นว่า 6.2 เป็นรากที่สามของค่าที่ทำให้มีค่าประมาณใกล้เคียง 238.85 มากที่สุด

∴ ดังนั้น รัศมีของทรงกลมที่มีปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์นิ้ว มีความยาวประมาณ 6.2 นิ้ว

หมายเหตุ ในชั้นหารากที่สามของ 238.85 ครูอาจให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขได้เพื่อหาคำตอบอย่างรวดเร็ว

## แบบทดสอบหลังเรียน

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้  $a$  และ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้

ถูกต้อง

ก. ถ้า  $a < 0$  แล้ว  $a^x < 0$

ค. ถ้า  $a > 0$  แล้ว  $a^{-x} > 0$

ข. ถ้า  $a < 0$  แล้ว  $a^{-x} < a$

ง. ถ้า  $a > 0$  แล้ว  $a^x > a$

2.  $\frac{5^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{225}} \cdot \frac{(45)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{15}}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\sqrt[3]{3}$

ข.  $\sqrt[3]{5}$

ค.  $\sqrt[3]{15}$

ง.  $2\sqrt[3]{5}$

3. ข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

ก.  $(-2)^{\frac{2}{3}}$

ข.  $2^{\frac{2}{3}}$

ค.  $-2^{\frac{2}{3}}$

ง.  $4^{\frac{1}{3}}$

4. ถ้า  $a = -2$  และ  $b = 3$  แล้ว  $\sqrt{a^2b^2}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -6

ข. -4

ค. 4

ง. 6

5. ถ้า  $x = 2 + \sqrt{3}$  แล้ว  $x - \frac{1}{x}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -2

ข.  $-2\sqrt{3}$

ค. 2

ง.  $2\sqrt{3}$

6. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว  $\sqrt[4]{a} \sqrt[4]{a}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{7}{a16}$

ข.  $\frac{5}{a16}$

ค.  $\frac{5}{a4}$

ง.  $\frac{3}{a4}$

7. ค่าของ  $(\sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{147})^2$  เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 7

ค. 28

ง. 63

8. ค่าของ  $12 - 5\sqrt[3]{-343} - 2\sqrt[4]{9}$  เท่ากับข้อใด

ก. -47

ข. 47

ค.  $47 - 2\sqrt{3}$

ง.  $47 + 2\sqrt{3}$

9. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

ก.  $2^{20} \cdot 30^{40} \cdot 40^{30} < (24)^{30}$

ค.  $24^{30} < 2^{20} \cdot 3^{30} \cdot 4^{40}$

ข.  $2^{30} \cdot 3^{40} \cdot 4^{20} < (24)^{30}$

ง.  $(24)^{30} < 2^{30} \cdot 30^{20} \cdot 4^{40}$

10. ถ้า  $a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  แล้ว  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 68

ข. 78

ค. 88

ง. 98

11. ถ้า  $\sqrt{\left(\frac{16}{81}\right)^x} = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{4}}\right)^5$  แล้ว  $5x$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -6

ข. -4

ค. 2

ง. 4

12. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องสมการ  $(25^x)^3 = \frac{125^{x+1}}{5^{-2x}}$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

13. ค่าของ  $\frac{1}{(\sqrt{5}-3)^2}$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. (1.3, 1.5]

ข. (1.6, 1.8]

ค. (1.9, 2.1]

ง. (2.3, 2.5]

14. ถ้า  $81^y = 16$  แล้ว  $9^y - 9^{-y}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{13}{4}$ ข.  $\frac{15}{4}$ ค.  $\frac{17}{4}$ ง.  $\frac{19}{4}$ 

15. ทรงกลมหนึ่งมีปริมาตร  $108\pi$  ลูกบาศก์หน่วย อยากทราบว่าทรงกลมนี้จะมีรัศมียาวเท่าใด

ก.  $\sqrt[3]{3}$ 

ข. 2

ค. 3

ง.  $3\sqrt[3]{3}$ 

1. ค    2. ก    3. ค    4. ง    5. ง    6. ข    7. ก    8. ค    9. ก    10. ง

11. ก    12. ค    13. ข    14. ข    15. ง

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ความสัมพันธ์

เวลา 3 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ สามารถเขียนความสัมพันธ์ในรูปของคู่อันดับได้ (K)
2. เข้าใจความหมายของคู่อันดับจากความสัมพันธ์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ (K)
3. สร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (P)
4. นำความรู้เรื่องความสัมพันธ์มาต่อยอด และทำความเข้าใจในเรื่องผลคูณคาร์ทีเซียนได้ (P)
5. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ความสัมพันธ์ เป็นการจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่ง และเขียนออกมาในรูปแบบของคู่อันดับ (a, b) ซึ่ง a หมายถึง สมาชิกตัวหน้า และ b หมายถึง สมาชิกตัวหลังของความสัมพันธ์ และคู่อันดับ (a, b) กับคู่อันดับ (b, a) มีความหมายไม่เหมือนกัน ดังนั้นการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังอาจทำให้มีความหมายไม่เหมือนกัน

คู่อันดับสองคู่อันดับใด ๆ จะเท่ากัน ก็ต่อเมื่อสมาชิกตัวหน้าเท่ากันและสมาชิกตัวหลังเท่ากัน  
 ดังบทนิยาม คู่อันดับ (a,b) = (c,d) ก็ต่อเมื่อ a=c และ b=d

เซตของคู่อันดับของสมาชิกตัวหน้าเป็นสมาชิกในเซต A ทุกตัว และสมาชิกตัวหลังเป็นสมาชิกในเซต B ทุกตัว เรียกเซตของคู่อันดับนี้ว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product) ของเซต A และ B

ดังบทนิยามผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B คือเซตของคู่อันดับ (a,b) ทั้งหมดโดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B เขียน แทนด้วย  $A \times B$  หรือสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้  $\{(a,b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$

โดยแบ่งประเภทของความสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times B$
2. r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป A หรือความสัมพันธ์ในเซต A ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times A$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

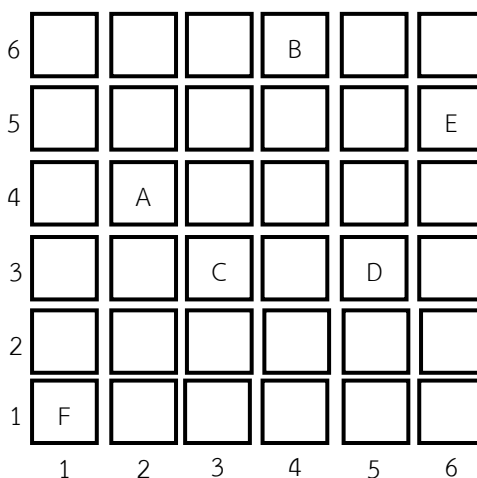
ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ในห้องเรียน โดยกล่าวถึงตำแหน่งการนั่งของนักเรียนในแต่ละคน โดยครูให้นักเรียนดูแผนภาพโต๊ะเรียนตามหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันและเขียนตำแหน่งที่นั่ง ABCDE ไว้ ดังรูป



2. ครูเขียนตำแหน่งที่นั่งของ A(2, 4), B(4, 6), C(3, 3) พร้อมกระตุ้นให้สังเกตความสัมพันธ์ของ ABC โดยอธิบาย ว่า “ ตำแหน่งที่ A(2, 4) อยู่ในแถวที่ 2 ในแนวตั้ง และแถวที่ 4 ในแนวนอน  
 ตำแหน่งที่ B(4, 6) อยู่ในแถวที่ 4 ในแนวตั้ง และแถวที่ 6 ในแนวนอน  
 ตำแหน่งที่ C(3, 3) อยู่ในแถวที่ 3 ในแนวตั้ง และแถวที่ 3 ในแนวนอน”
3. ครูถามนักเรียนตำแหน่งที่ DEF อยู่ในแถวที่เท่าใดในแนวตั้งและในแนวนอน  
 (แนวตอบ ตำแหน่ง D อยู่ในแถวที่ 5 ในแนวตั้ง และแถวที่ 3 ในแนวนอน  
 ตำแหน่ง E อยู่ในแถวที่ 6 ในแนวตั้ง และแถวที่ 5 ในแนวนอน  
 ตำแหน่ง F อยู่ในแถวที่ 1 ในแนวตั้ง และแถวที่ 1 ในแนวนอน)

4. นักเรียนเขียนคู่อันดับแสดงตำแหน่งที่นั่ง A, B, C, D, E และ F แล้วได้ข้อสรุปที่ว่า (2, 4), (4, 6), (3, 3), (5, 3), (6, 5) และ (1, 1) เป็นการจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันและเขียนแสดงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันในวงเล็บ โดยมีเครื่องหมายจุลภาคคั่นซึ่งจะเรียกสิ่งที่ได้เหล่านี้ว่า “คู่อันดับ” แต่ละคู่อันดับประกอบด้วยสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง ซึ่งจะเรียก 2, 4, 3, 5, 6 และ 1 ว่าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และ 4, 6, 3, 5, 1 ว่าสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ

5. นักเรียนตอบคำถามจาก “Class Discussion” จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วได้ข้อสรุปที่ว่า “คู่อันดับที่มีการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังอาจทำให้มีความหมายไม่เหมือนกันและคู่อันดับสองคูใด ๆ จะเท่ากัน ก็ต่อเมื่อสมาชิกตัวหน้าเท่ากันและสมาชิกตัวหลังเท่ากัน ดังบทนิยาม คู่อันดับ  $(a, b) = (c, d)$  ก็ต่อเมื่อ  $a = c$  และ  $b = d$ ”

6. นักเรียนพิจารณาจากบทนิยามเซตของคู่อันดับ  $(a, b)$  โดยที่  $a$  และ  $b$  มีความเกี่ยวข้องกันบางประการ จะเรียกว่า “ความสัมพันธ์”

7. นักเรียนสรุปเรื่องคู่อันดับและความสัมพันธ์ลงในสมุดเป็นการบ้าน

## ชั่วโมงที่ 2

8. ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- กำหนด  $A = \{(1,2)\}$  และ  $B = \{(3,4,5)\}$  นักเรียนสามารถเขียนเซตของคู่อันดับโดยให้สมาชิกตัวหน้าเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังเป็นสมาชิกของเซต B จะได้เซตของคู่อันดับทั้งหมดได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $\{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2,5)\}$ )

9. ครูกล่าวว่า “เซตของคู่อันดับนี้จะมีสมาชิกตัวหน้าจากเซต A ทุกตัว และมีสมาชิกตัวหลังจากเซต B ทุกตัว เรียกเซตของคู่อันดับนี้ว่า ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B”

10. นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B คือ เซตของคู่อันดับ  $(a, b)$  ทั้งหมด โดยที่  $a$  เป็นสมาชิกของเซต A และ  $b$  เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย  $A \times B$  หรือสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้  $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$

11. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ จากนั้นนักเรียนสังเกตว่า  $A \times B \neq B \times A$  แต่จำนวนสมาชิกของ  $A \times B$  เขียนแทนด้วย  $n(A \times B)$  เท่ากับจำนวนสมาชิกของ  $B \times A$  เขียนแทนด้วย  $n(B \times A)$

12. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

## ชั่วโมงที่ 3

13. นักเรียนพิจารณาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันจากนั้นครูถามคำถามดังนี้  $A = \{2,4,6\}$  และ  $B = \{4,5\}$  จะได้  $A \times B = \{(2,4), (2,5), (4,4), (4,5), (6,4), (6,5)\}$

$$\text{ถ้า } r_1 = \{(2,4), (2,5), (4,5)\}$$

$$r_2 = \{(6,4), (6,5)\}$$

$$r_3 = \{(4,4)\}$$

- $r_1$  เป็นความสัมพันธ์ที่ใช้สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังอย่างไร  
(แนวตอบ ใช้สมาชิกจาก A เพียงบางตัว และใช้สมาชิกจาก B หมดทุกตัว)
- $r_2$  เป็นความสัมพันธ์ที่ใช้สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังอย่างไร  
(แนวตอบ ใช้สมาชิกจาก A เพียงหนึ่งตัว และใช้สมาชิกจาก B หมดทุกตัว)
- $r_3$  เป็นความสัมพันธ์ที่ใช้สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังอย่างไร  
(แนวตอบ ใช้สมาชิกจาก A เพียงหนึ่งตัว และใช้สมาชิกจาก B เพียงหนึ่งตัว)

14. ครูกล่าวว่าการพิจารณาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B ข้างต้น นำไปเป็นบทนิยามของความสัมพันธ์ ดังนี้

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

$r$  เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ " $r \subset A \times B$ "

$r$  เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป A หรือ ความสัมพันธ์ในเซต A ก็ต่อเมื่อ " $r \subset A \times A$ "

15. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันพร้อมให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในสมุด

16. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นรายบุคคล

17. นักเรียนจับคู่ทำใบงานที่ 2.1.1 เรื่อง ความสัมพันธ์

18. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ข้อ 1 – 2 เป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

19. ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ ดังนี้

- ความสัมพันธ์มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ความสัมพันธ์ หมายถึง การจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน และเขียนออกมาในรูปแบบของคู่อันดับ (a, b)

- คู่อันดับ (a, b) ซึ่ง a และ b มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : a หมายถึง สมาชิกตัวหน้า และ b หมายถึง สมาชิกตัวหลัง)

- คู่อันดับ (a,b) เท่ากับ คู่อันดับ (c,d) เมื่อใด

(แนวตอบ : (a, b) = (c, d) ก็ต่อเมื่อ a=c และ b=d )

- ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B มีหมายความว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B หมายถึง เซตของคู่อันดับ (a,b)

ทั้งหมด โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย  $A \times B$ )

- $A \times B$  สามารถเขียนในรูปแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร  
(แนวตอบ :  $A \times B = \{a, b\} \mid a \in A \text{ และ } b \in B$ )
- $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  เมื่อใด  
(แนวตอบ :  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times B$ )
- $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $A$  เมื่อใด  
(แนวตอบ :  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $A$  ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times A$ )

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	- ตรวจสอบแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) ความสัมพันธ์	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 - ตรวจสอบใบงานที่ 2.1.1	- แบบฝึกทักษะ 2.1 - ใบงานที่ 2.1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1 เรื่อง ความสัมพันธ์
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 4) ใบงานที่ 2.1.1 เรื่อง ความสัมพันธ์

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

อินเทอร์เน็ต

ความคิดเห็นของผู้อำนวยความสะดวกโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยความสะดวกโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 2.1.1

### เรื่อง ความสัมพันธ์

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. ถ้า  $(x, y) = (4, 5)$  จงหาค่า  $x, y$ .....

2. ถ้า  $(x, 3) = (-2, y)$  จงหาค่า  $x, y$ .....

3. ให้  $(2x+1, 13) = (3, 4y-3)$  จงหาค่าของ  $x, y$

.....

4. จงเขียน  $A \times B$  และ  $B \times A$  เมื่อกำหนดเซต  $A$  และ  $B$  ดังต่อไปนี้

4.1  $A = \{1, 2\}$  และ  $B = \{3, 4\}$

$A \times B =$ .....

$B \times A =$ .....

4.2  $A = \{1, 2\}$  และ  $B = \{a, b, c\}$

$A \times B =$ .....

$B \times A =$ .....

4.3  $A = \{a, b\}$  และ  $B = \{\emptyset\}$

$A \times B =$ .....

$B \times A =$ .....

4.4  $A = \emptyset$  และ  $B = \{3, 4, 5\}$

$A \times B =$ .....

$B \times A =$ .....

4.5  $A = \{a, b\}$  และ  $B = \{1, 2, 3\}$

$A \times B =$ .....

$B \times A =$ .....

5. กำหนด  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  และ  $C = \{3, 5\}$  จงหา

1.1  $A \times B =$ .....

1.2  $A \times C =$ .....

## ใบงานที่ 2.1.1

### เรื่อง ความสัมพันธ์

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. ถ้า  $(x,y) = (4,5)$  จงหาค่า  $x,y$  .....  $x = 4$  .....  $y = 5$  .....

2. ถ้า  $(x,3) = (-2,y)$  จงหาค่า  $x,y$  .....  $x = -2$  .....  $y = 3$  .....

3. ให้  $(2x+1,13) = (3,4y-3)$  จงหาค่าของ  $x,y$

..... เนื่องจาก  $2x+1=3$  ..... และ  $13=4y-3$  .....

.....  $2x=2$  .....  $16=4y$  .....

.....  $x=1$  .....  $y=4$  ..... ดังนั้น  $x=1$  และ  $y=4$  .....

4. จงเขียน  $A \times B$  และ  $B \times A$  เมื่อกำหนดเซต  $A$  และ  $B$  ดังต่อไปนี้

4.1  $A = \{1,2\}$  และ  $B = \{3,4\}$

$A \times B = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$  .....

$B \times A = \{(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$  .....

4.2  $A = \{1,2\}$  และ  $B = \{a,b,c\}$

$A \times B = \{(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)\}$  .....

$B \times A = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,1),(c,2)\}$  .....

4.3  $A = \{a,b\}$  และ  $B = \{\emptyset\}$

$A \times B = \emptyset$  .....

$B \times A = \emptyset$  .....

4.4  $A = \emptyset$  และ  $B = \{3,4,5\}$

$A \times B = \emptyset$  .....

$B \times A = \emptyset$  .....

4.5  $A = \{a,b\}$  และ  $B = \{1,2,3\}$

$A \times A = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$  .....

$B \times B = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$  .....

5. กำหนด  $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{2,3\}$  และ  $C = \{3,5\}$  จงหา

5.1  $A \times B = \{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$  .....

5.2  $A \times C = \{(1,3),(1,5),(2,3),(2,5),(3,3),(3,5)\}$  .....

## แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- กำหนดให้  $A=\{1,2,3,4\}$  และ  $B=\{2,3,4,5\}$   
ถ้า  $r = \{(x,y) \in A \times B \mid y \geq x\}$  แล้วจำนวนสมาชิกแล้ว ความสัมพันธ์  $r$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้  
ก. 10                      ค. 14  
ข. 13                      ง. 16
- กำหนดให้  $A=\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 6\}$  และ  
 $r = \{(x,y) \in A \times A \mid y = |x+1|\}$   
จำนวนสมาชิกของ  $r$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้  
ก. 5                      ค. 7  
ข. 6                      ง. 8
- กำหนดให้  $A=\{1,2,3,4\}$  และ  $B=\{1,2,5\}$   
ความสัมพันธ์ในข้อใดมีสมาชิกมากที่สุด  
ก.  $\{(x,y) \in A \times B \mid y = x\}$   
ข.  $\{(x,y) \in A \times B \mid y \neq x\}$   
ค.  $\{(x,y) \in A \times B \mid y > x\}$   
ง.  $\{(x,y) \in A \times B \mid y = \sqrt{x}\}$
- กำหนด  $A=\{a, b, c\}$  และ  $B=\{0,1\}$  ฟังก์ชัน  
ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก  $B$  ไป  $A$   
ก.  $\{(a,1), (b,0), (c,1)\}$   
ข.  $\{(0,b), (1,a), (1,c)\}$   
ค.  $\{(b,1), (c,0)\}$   
ง.  $\{(0,c), (1,b)\}$
- กำหนดให้  $A=\{1,2\}$  และ  $B=\{a,b\}$  คู่อันดับ  
ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน  
 $A \times B$   
ก.  $(2,b)$                       ค.  $(a,1)$   
ข.  $(b,a)$                       ง.  $(1,2)$
- กำหนด  $A = \{2, 3, 5\}$  และ  $B=\{1,2\}$  ฟังก์ชัน  
ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก  $B$  ไป  $A$   
ก.  $\{(2,1), (3,2), (5,1)\}$                       ค.  $\{(1,3), (2,2)\}$   
ข.  $\{(1,5), (2,3), (2,2)\}$                       ง.  $\{(2,1), (5,2)\}$
- ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน  
ก.  $\{(0,1), (0,2), (2,1), (1,3)\}$   
ข.  $\{(0,2), (1,1), (2,2), (3,0)\}$   
ค.  $\{(1,1), (2,0), (2,3), (3,1)\}$   
ง.  $\{(1,2), (0,3), (1,3), (2,2)\}$
- พาราโบลาชนิดหนึ่งมีเส้นสมมาตรขนานกับแกน  $Y$   
และมีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด  $(a, b)$  พาราโบลาชนิดนี้  
ตัดแกน  $X$  ที่จุด  $(-1, 0)$  และ  $(5, 0)$  แล้ว  $a$   
มีค่าเท่ากับข้อใด ต่อไปนี้  
ก. 0                      ค. 2  
ข. 1                      ง. 3
- กำหนดให้  $r = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B$  และ  
 $b$  หาดด้วย  $a$  ลงตัว} ถ้า  $A = \{2, 3, 5\}$  แล้ว  
ความสัมพันธ์  $r$  จะเป็นฟังก์ชันเมื่อ  $B$  เท่ากับ  
เซตใดต่อไปนี้  
ก.  $\{3, 4, 7\}$                       ค.  $\{0, 3, 13\}$   
ข.  $\{2, 3, 15\}$                       ง.  $\{4, 5, 11\}$
- กราฟของฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ ตัดแกน  $X$   
มากกว่า 1 จุด  
ก.  $y = 1 + x^2$                       ค.  $y = |x-1|$   
ข.  $y = |x|- 2$                       ง.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง กราฟของความสัมพันธ์

เวลา 2 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายองค์ประกอบ และการเขียนกราฟได้อย่างถูกต้อง (K)
2. เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดให้ได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ให้  $r$  เป็นสับเซตของ  $R \times R$  กราฟของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของจุดในระนาบที่แสดงคู่อันดับที่สมาชิกของความสัมพันธ์

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ความสามารถในการสื่อสาร</li> <li>2. ความสามารถในการคิด               <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ทักษะการเชื่อมโยง</li> <li>2) ทักษะการคิดหลากหลาย</li> </ol> </li> <li>3. ความสามารถในการแก้ปัญหา</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. มีวินัย รับผิดชอบ</li> <li>2. ใฝ่เรียนรู้</li> <li>3. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ชั้นนำ

ครูอธิบายว่า นักเรียนสามารถใช้คู่อันดับ  $(x, y)$  แทนความสัมพันธ์ระหว่าง  $x$  และ  $y$  ซึ่งสามารถจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งระหว่างคู่อันดับของจำนวนจริงกับพิกัดของจุดในระนาบ โดยให้  $x$  เป็นพิกัดหน้าและ  $y$  เป็นพิกัดหลัง

นิยามคือ ให้  $r$  เป็นสับเซตของ  $R \times R$  กราฟของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของจุดในระนาบที่แสดงคู่อันดับที่สมาชิกของ  $r$

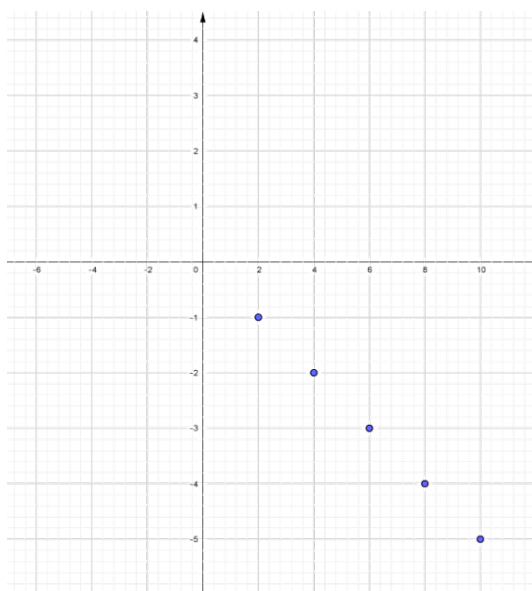
### ชั้นสอน

1. ครูอธิบายบทนิยามในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 3 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน แล้วถามนักเรียนว่าสามารถเขียนกราฟของ  $r_1$  และ  $r_2$  ได้หรือไม่

2. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนกราฟ โดยครูอธิบายว่า การเขียนกราฟมีแกน 2 แกน คือ แกน  $x$  เป็นแกนในแนวนอน และแกน  $y$  เป็นแกนในแนวตั้ง ซึ่งหลักการเขียนกราฟจะเขียนจากคู่อันดับสมาชิกตัวหน้าจะเขียนในแนวแกน  $x$  และสมาชิกตัวหลังจะเขียนในแนวแกน  $y$  เช่น  $(2, 8)$  แนวแกน  $x$  คือเลข 2 แนวแกน  $y$  คือเลข 8

3. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมบนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเขียนกราฟของความสัมพันธ์ดังนี้  
 $r = \{(2, -1), (4, -2), (6, -3), (8, -4), (10, -5)\}$

(แนวตอบ :



4. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 3 และ 4 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ที่สอดคล้องกับตัวอย่างที่ 4 บนกระดานแล้วถามคำถามนักเรียน ดังนี้

$$1) r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -3x\}$$

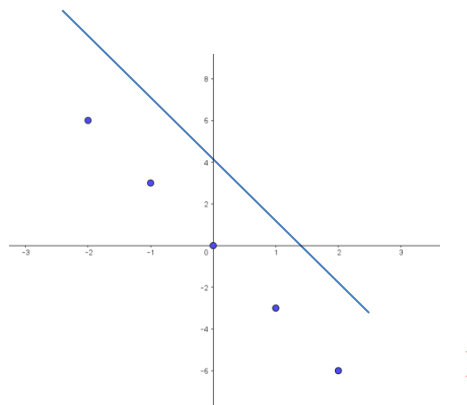
- จากสมการ  $y = -3x$  เมื่อแทน  $x = -2, -1, 0, 1, 2$  จะได้ค่า  $y$  เป็นเท่าใด

(แนวตอบ :

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	6	3	0	-1	-6

- สามารถเขียนกราฟ  $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -3x\}$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- กราฟที่ได้เป็นลักษณะใด

(แนวตอบ : กราฟเส้นตรง)

$$2) r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -x^2\}$$

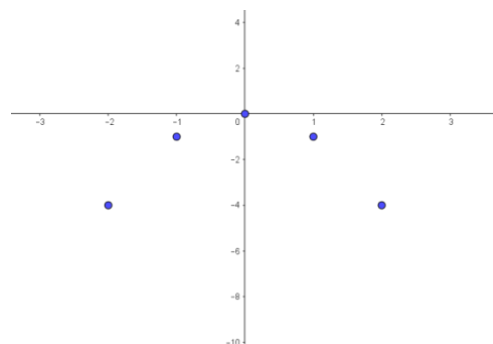
- จากสมการ  $y = -x^2$  เมื่อแทน  $x = -2, -1, 0, 1, 2$  จะได้ค่า  $y$  เป็นเท่าใด

(แนวตอบ :

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

- สามารถเขียนกราฟ  $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -x^2\}$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- กราฟที่ได้เป็นลักษณะใด

(แนวตอบ : กราฟพาราโบลาคว่ำ)

$$3) r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x-2|\}$$

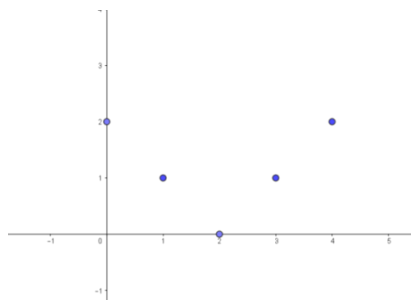
- จากสมการ  $y = |x-2|$  เมื่อแทน  $x = 0, 1, 2, 3, 4$  จะได้ค่า  $y$  เป็นเท่าใด

(แนวตอบ :

x	0	1	2	3	4
y	2	1	0	1	2

- สามารถเขียนกราฟ  $r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x - 2|\}$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- กราฟที่ได้เป็นลักษณะใด

(แนวตอบ : เป็นกราฟเส้นตรง 2 เส้น ตัดกันที่จุด (2, 0))

5. นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับตัวอย่างที่ 4 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน แล้วทำลงในสมุด
6. นักเรียนทำลองทำดูของตัวอย่างที่ 4 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
7. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 เรื่อง กราฟของความสัมพันธ์ ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ข้อ 4 เป็นการบ้าน

### ชั่วโมงที่ 2

8. นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ให้นักเรียนหาโจทย์และศึกษาจากแหล่งการเรียนรู้ อินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับเรื่องกราฟของฟังก์ชัน กลุ่มละ 5 โจทย์
9. นักเรียนแต่ละกลุ่มและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่อง กราฟของฟังก์ชัน
10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันสรุปหลักการเขียนกราฟของความสัมพันธ์ดังนี้

- ให้  $r$  เป็นสับเซตของ  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  กราฟของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของจุดในระนาบที่แสดงคู่อันดับที่สมาชิกของความสัมพันธ์

### 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) กราฟของความสัมพันธ์	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1	- แบบฝึกทักษะ 2.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอผลงาน	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1 เรื่อง กราฟของความสัมพันธ์
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

อินเทอร์เน็ต

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เวลา 2 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ได้ (K)
2. สามารถหาโดเมนและเรนจ์จากคู่อันดับที่กำหนดให้ได้ (P)
3. นำความรู้เรื่องความสัมพันธ์มาเชื่อมโยงกับการหาโดเมนและเรนจ์ (P)
4. สามารถหาโดเมนและเรนจ์จากกราฟของความสัมพันธ์ได้ (P)
5. รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ความสัมพันธ์  $r$  ได้แก่  $(a, d)$ ,  $(b, e)$ ,  $(c, f)$  จะเห็นว่าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดใน  $r$  คือ  $\{a, b, c\}$  เรียก สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดในความสัมพันธ์  $r$  ว่า **โดเมน (Domain)** ของ  $r$

สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดใน  $r$  คือ  $\{d, e, f\}$  เรียกสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมด ในความสัมพันธ์ ว่า **เรนจ์ (Range)** ของ  $r$

**บทนิยาม** กำหนด  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$

โดเมนของ  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน  $r$  เขียนแทนด้วย  $D_r$

เรนจ์ของ  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน  $r$  เขียนแทนด้วย  $R_r$

สามารถเขียน  $D_r$  และ  $R_r$  ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

$D_r = \{x \mid x \in A, y \in B \text{ ซึ่ง } (x,y) \in r\}$  กล่าวได้ว่า จะต้องหาค่า  $x$  ที่ทำให้มีค่าของ  $y$  ดังนั้นจึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $y$  อยู่ในรูปของ  $x$

$R_r = \{y \mid y \in B, x \in A \text{ ซึ่ง } (x,y) \in r\}$  กล่าวได้ว่า จะต้องหาค่า  $y$  ที่ทำให้มีค่าของ  $x$  ดังนั้นจึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $x$  อยู่ในรูปของ  $y$

## การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟ

การหาโดเมนจะพิจารณาตามแนวแกน  $x$  จากทางด้านซ้ายไปทางขวาว่า เส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใด

การหาเรนจ์ จะพิจารณาตามแนวแกน  $y$  จากทางด้านล่างขึ้นด้านบนว่า เส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใด

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการคิดหลากหลาย 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

ครูถามคำถามเพื่อทบทวนความรู้เรื่องความสัมพันธ์และการเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ดังนี้

- ความสัมพันธ์มีความหมายว่าอย่างไร

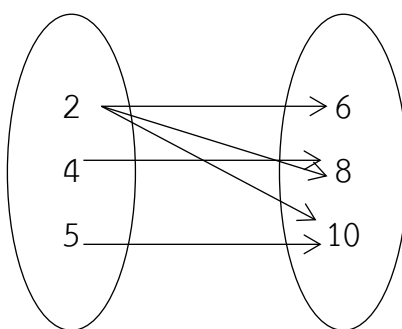
(แนวตอบ : ความสัมพันธ์ หมายถึง การจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันและเขียนอยู่ในรูปของคู่อันดับ (a, b))

- กราฟของความสัมพันธ์ r มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟของความสัมพันธ์ r คือ เซตของจุดบนระนาบที่แสดงคู่อันดับที่สมาชิกของความสัมพันธ์ r)

## ขั้นสอน

1. นักเรียนศึกษา “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูเขียนแผนภาพความสัมพันธ์บนกระดานแล้วตั้งคำถามดังนี้



- จากแผนภาพสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ r เป็นคู่อันดับใดได้บ้าง

(แนวตอบ : (2, 6), (2, 8), (2, 10), (4, 8), (5, 10))

- เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดใน r มีอะไรบ้าง

(แนวตอบ : {2, 4, 5})

- เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดใน r มีอะไรบ้าง

(แนวตอบ : {6, 8, 10})

2. นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยาม และเขียนโดเมนและเรนจ์ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข  
ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ลงในสมุด
3. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 5 – 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นตั้งข้อสังเกตว่าในตัวอย่างที่ 6 การหาโดเมนของความสัมพันธ์  $r$  จะต้องหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้มีค่าของ  $y$  ดังนั้น จึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $y$  อยู่ในรูปของ  $x$  และการหาเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  จะต้องหาค่าของ  $y$  ที่ทำให้มีค่าของ  $x$  ดังนั้นจึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $x$  อยู่ในรูปของ  $y$
4. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ข้อ 5 เป็นรายบุคคล
5. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นตั้งข้อสังเกตว่า ในตัวอย่างที่ 7 การหาโดเมนของความสัมพันธ์  $r$  จะต้องหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้มีค่าของ  $y$  ดังนั้น จึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $y$  อยู่ในรูปของ  $x$  และการหาเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  จะต้องหาค่าของ  $y$  ที่ทำให้มีค่าของ  $x$  ดังนั้น จึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $x$  อยู่ในรูปของ  $y$
6. ครูยกตัวอย่างที่ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นตั้งข้อสังเกตว่า ในตัวอย่างที่ 8 การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  ค่าของ  $x$  และ  $y$  อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นพหุนามกำลังหนึ่ง และจะไม่นิยามเมื่อตัวส่วนเป็นศูนย์ ดังนั้นตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์
7. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันและใบงานที่ 2.3.1 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

### ชั่วโมงที่ 2

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นตั้งข้อสังเกตว่า จำนวนในค่าสัมบูรณ์เป็นจำนวนจริงใด ๆ และค่าสัมบูรณ์จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ
9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นตั้งข้อสังเกตว่าในตัวอย่างที่ 10 การหาโดเมนของความสัมพันธ์  $r$  ค่าของ  $x$  อยู่ในรูปค่ารากที่สองซึ่งจำนวนในรากที่สองต้องไม่เป็นจำนวนลบ ดังนั้น จำนวนในรากจึงต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และการหาเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  จะต้องหาค่าของ  $y$  ดังนั้นจึงต้องจัดความสัมพันธ์ให้  $x$  อยู่ในรูปของ  $y$  เนื่องจากค่าของ  $y$  อยู่ในรูปค่ารากที่สอง ซึ่งต้องยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ
10. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 9 และ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ลงในสมุด
11. นักเรียนศึกษาการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จนได้ข้อสรุปที่ว่า การหาโดเมนจะพิจารณาตามแนวแกน  $x$  จากทางด้านซ้ายไปทางขวาว่า เส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใดและการหาเรนจ์จะพิจารณาตามแนวแกน  $y$  จากทางด้านล่างขึ้นด้านบนว่า เส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใด

12. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

13. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ข้อ 5, 6 และ 7 ลงในสมุด

14. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เรื่องโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ดังนี้

- โดเมนของ  $r$  มีความหมายว่าอย่างไร  
(แนวตอบ : โดเมนของ  $r$  คือ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดในความสัมพันธ์  $r$ )
- เรนจ์ของ  $r$  มีความหมายว่าอย่างไร  
(แนวตอบ : เรนจ์ของ  $r$  คือ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดในความสัมพันธ์  $r$ )
- ให้นักเรียนสามารถหาโดเมนของความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟได้อย่างไร  
(แนวตอบ : การหาโดเมน จะพิจารณาตามแนวแกน  $x$  จากทางด้านซ้ายไปทางขวาว่าเส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใด)
- ให้นักเรียนสามารถหาเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟได้อย่างไร  
(แนวตอบ : การหาเรนจ์ จะพิจารณาตามแนวแกน  $y$  จากทางด้านล่างขึ้นด้านบนว่าเส้นกราฟเริ่มต้นจากจำนวนใดไปยังจำนวนใด)

### 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 - ตรวจสอบใบงานที่ 2.3.1	- แบบฝึกทักษะ 2.1 - ใบงานที่ 2.3.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอผลงาน	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 4) ใบงานที่ 2.3.1 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้บริหารโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 2.3.1

## เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างถูกต้อง

1. จงหาโดเมนและเรนจ์จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$1) r = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6)\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$2) r = \{(2,-1),(0,3),(1,-4),(-2,-3),(-5,6)\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$3) r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = x + 1\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$4) r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = 3 - 2x\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$5) r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = x^2\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$6) r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x}\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

$$7) r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = |x|\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

## ใบงานที่ 2.3.1

## เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงหาโดเมนและเรนจ์จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$1) r = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6)\}$$

$$D_r = \{1,2,3,4,5\}$$

$$R_r = \{2,3,4,5,6\}$$

$$2) r = \{(2,-1),(0,3),(1,-4),(-2,-3),(-5,6)\}$$

$$D_r = \{2,0,1,-2,-5\}$$

$$R_r = \{-1,3,-4,-3,6\}$$

$$3) r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 1\}$$

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = \mathbb{R}$$

$$4) r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3 - 2x\}$$

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = \mathbb{R}$$

$$5) r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$$

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$6) r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$$

$$D_r = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$R_r = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$7) r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$$

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ฟังก์ชัน

เวลา 4 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน (K)
2. สามารถจำแนกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน (K)
3. นำความรู้เรื่องความสัมพันธ์มาเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องฟังก์ชันได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้นซึ่งการตรวจสอบว่า ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เราพิจารณาจากบทนิยามที่ว่า “สำหรับ  $x, y$  และ  $z$  ใดๆ ถ้า  $(x, y) \in f$  และ  $(x, z) \in f$  แล้ว  $y = z$ ” และยังพิจารณาจากกราฟฟังก์ชันได้ โดยที่ถ้าลากเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $(x, y)$  และ  $(x, z)$  จะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  ดังนั้นในการพิจารณาจำนวนจุดตัดที่เส้นตรงนี้ตัดกับกราฟถ้ามีจำนวนจุดตัดเพียง 1 จุด ความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน โดยฟังก์ชันจะมีสัญลักษณ์และข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันดังนี้ ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชันและ  $(x, y) \in f$  แล้วจะกล่าวว่า  $y$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $y = f(x)$  และการเขียนฟังก์ชันสามารถเขียนในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต โดยใช้คู่อันดับ  $(x, y)$  แทนสมาชิกใด ๆ ในเซต เช่น  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x\}$

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดหลากหลาย	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

นักเรียนดูแผนภาพความสัมพันธ์ระหว่างเซต A และ เซต B ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันแล้วถามคำถามนักเรียนดังนี้

- จงบอกเซตของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r_1$   
(แนวตอบ : โดเมนของความสัมพันธ์  $r_1$  คือ {1, 2, 3} และเรนจ์ความสัมพันธ์  $r_1$  คือ {a, b, c} )

- จงบอกเซตของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r_2$   
(แนวตอบ : โดเมนของความสัมพันธ์  $r_2$  คือ {a, b, c, d} และเรนจ์ความสัมพันธ์

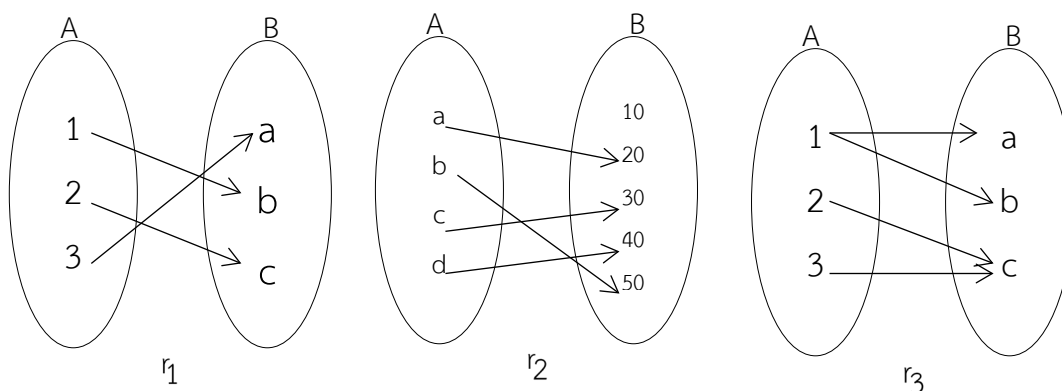
$r_2$  คือ {10, 20, 30, 40, 50} )

- จงบอกเซตของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  $r_3$   
(แนวตอบ : โดเมนของความสัมพันธ์  $r_3$  คือ {1, 2, 3} และเรนจ์ความสัมพันธ์

$r_3$  คือ {a, b, c} )

## ขั้นสอน

1. นักเรียนตั้งข้อสังเกตจากแผนภาพความสัมพันธ์  $r_1$  และ  $r_2$  จะเห็นว่า สมาชิกแต่ละตัวในโดเมนจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น เรียกความสัมพันธ์  $r_1$  และ  $r_2$  ว่า ฟังก์ชัน และจากความสัมพันธ์  $r_3$  จะเห็นว่า มีสมาชิกในโดเมนที่จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์มากกว่า 1 ตัวเรียกความสัมพันธ์  $r_3$  ว่า ไม่ฟังก์ชัน



2. นักเรียนร่วมกันสรุปนิยามของฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ความสัมพันธ์ที่โดเมนจับคู่กับเรนจ์มากกว่า 1 ตัว เป็นความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน เช่นความสัมพันธ์ของ  $r_3$  จะเห็นว่า 1 ที่เป็นโดเมน จับคู่กับ a และ b ที่เป็นเรนจ์ ดังนั้นโดเมนจับคู่กับเรนจ์ มากกว่า 1 ตัว จึงไม่เป็นฟังก์ชัน”

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

5. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ความสัมพันธ์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของคู่อันดับได้ โดย (a, b) หมายความว่า a เป็นโดเมนจับคู่กับ b ที่เป็นเรนจ์ของความสัมพันธ์ เช่น ความสัมพันธ์  $r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$  จะเห็นว่า ความสัมพันธ์นี้เป็นฟังก์ชันเพราะว่า โดเมนแต่ละตัวจับคู่กับเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น นั่นคือ 1 จับคู่กับ 2, 2 จับคู่กับ 3 และ 3 จับคู่กับ 4”

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 13 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำลงในสมุด

### ชั่วโมงที่ 2

7. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากคาบที่แล้วว่า การเขียนความสัมพันธ์นอกจากจะเขียนในรูปแบบของคู่อันดับแล้วยังสามารถเขียนอยู่ในรูปของการบอกเงื่อนไขได้อีกด้วยเช่น ความสัมพันธ์  $r_2 = \{(a, b) \mid a^2 = |b|\}$  เป็นต้น ซึ่งการหาว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันจะต้องใช้บทนิยามแล้วใช้สมบัติการเท่ากัน พิจารณาค่าของ y และ z ดังนี้ “สำหรับ x, y และ z ใด ๆ ถ้า  $(x, y) \in f$  และ  $(x, z) \in f$  แล้ว  $y = z$ ”

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 14 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูอธิบายการพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน โดยครูอธิบายว่า ถ้าลากเส้นตรงที่เชื่อมจุด (x, y) และ (x, z) จะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วพิจารณาจำนวนจุดตัดที่เส้นตรงนี้ตัดกับกราฟ ถ้ามีจำนวนจุดตัดเพียง 1 จุด ความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน และถ้ามีจำนวนจุดตัดมากกว่า 1 จุด ความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน

9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 15 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน โดยครูอธิบายว่า

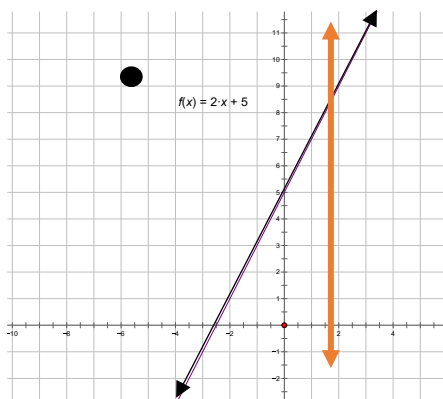
ข้อ 1) เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียง 1 จุด เท่านั้น ดังนั้น ความสัมพันธ์นี้เป็นฟังก์ชัน

ข้อ 2) เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด ดังนั้น ความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นฟังก์ชัน

ข้อ 3) เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด ดังนั้น ความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นฟังก์ชัน

ข้อ 4) เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียง 1 จุด เท่านั้น ดังนั้น ความสัมพันธ์นี้เป็นฟังก์ชัน

10. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในบางครั้งถ้าเขียนความสัมพันธ์อยู่ในรูปของการบอกเงื่อนไข นักเรียนสามารถเขียนกราฟจากความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขก่อนแล้วพิจารณาว่า เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน Y แล้วจะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียงจุดเดียวหรือไม่ ถ้าตัดเพียงจุดเดียวแสดงว่า เป็นฟังก์ชัน เช่น ความสัมพันธ์  $r = \{(x, f(x)) \mid f(x) = 2x + 5\}$  จากความสัมพันธ์ จะเห็นว่า เป็นสมการเส้นตรง เมื่อเขียนกราฟจะได้ดังนี้



จากกราฟจะเห็นว่า เมื่อลากเส้นตรงขนาดแกน Y แล้วจะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียง 1 จุด เท่านั้น ดังนั้น ความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขดังกล่าว เป็นฟังก์ชัน

11. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน พร้อมทั้งแสดงวิธีทำลงในสมุด

12. นักเรียนจับคู่ทำ “Journal Writing” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแล้วร่วมกันอภิปรายหน้าชั้นเรียน

### ชั่วโมงที่ 3

13. นักเรียนศึกษาข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูถามนักเรียนดังนี้

- ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชัน และ  $(x, y) \in f$  แล้วจะกล่าวว่า เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด

(แนวตอบ :  $y = f(x)$ )

- ฟังก์ชัน  $f$  จาก  $X$  ไป  $Y$  สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด

(แนวตอบ :  $f : X \rightarrow Y$ )

- กำหนดให้  $y = f(x) = 2x - 5$  ค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x = 1$  คือเท่าใด

(แนวตอบ : ค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x = 1$  คือ  $-3$ )

- กำหนดให้  $y = 2x - 5$  สามารถเขียนในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x - 5\}$ )

- กำหนดให้  $y = 2x - 5$  สามารถเขียนฟังก์ชันโดยใช้ตารางได้อย่างไร

(แนวตอบ :

$x$	1	2	3	4
$y = f(x)$	-3	-1	1	3

14. ครูอธิบายโจทย์ตัวอย่างที่ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

กำหนด  $f(x) = 2x + 3$  โดยที่  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- $f(3)$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } f(3) = 2(3) + 3 = 9)$$

- $f(-6)$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } f(-6) = 2(-6) + 3 = 9)$$

- $f\left(\frac{2}{6}\right)$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } f\left(\frac{2}{6}\right) = 2\left(\frac{2}{6}\right) + 3 = \frac{11}{3})$$

- ค่า  $x$  ที่ทำให้  $f(x) = 11$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } x = 4)$$

15. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันแล้วครูอธิบายและแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 17 บนกระดานอย่างละเอียด

16. ครูกล่าวว่า การหาค่าของฟังก์ชันไม่จำเป็นต้องได้คำตอบเป็นค่าคงตัวเสมอไปจากนั้นยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนดังนี้

กำหนด  $f(x) = 2x^2 - 5$  โดยที่  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- $f(-3a)$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } f(-3a) = 2(-3a)^2 - 5 = 2(9a^2) - 5 = 18a^2 - 5)$$

- $f(a - 3)$  มีค่าเท่าใด

$$\text{(แนวตอบ : } f(a - 3) = 2(a - 3)^2 - 5$$

$$= 2(a^2 - 6a + 9) - 5$$

$$= 2a^2 - 12a + 18 - 5$$

$$= 2a^2 - 12a + 13)$$

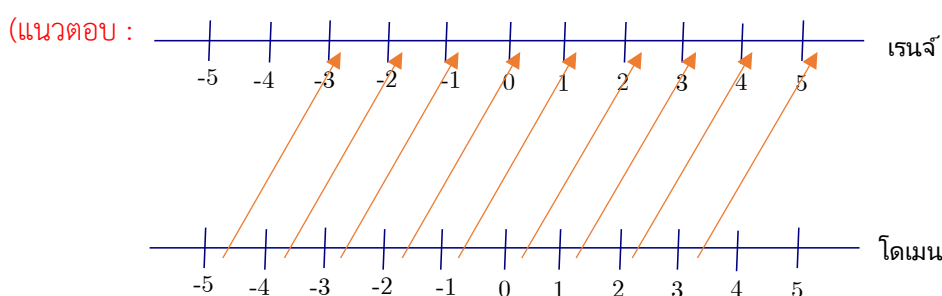
17. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 - 4 คน โดยคณะกรรมการทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 พร้อมแสดงวิธีทำลงในสมุด จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” แล้วร่วมกันอภิปรายหน้าชั้นเรียน

## ชั่วโมงที่ 4

18. นักเรียนจับคู่กันศึกษาตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ นอกจากจะเขียนเป็นกราฟคู่อันดับแล้วสามารถเขียนแทนบนเส้นจำนวนได้อีกด้วยและเส้นจำนวน 2 เส้นที่ขนานกัน แสดงโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยลูกศรแสดงความสัมพันธ์ของแต่ละคู่

19. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามนักเรียนดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนภาพแสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน  $x + 2$  โดยที่  $x$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ได้อย่าง



20. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 18 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำลงในสมุด จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแล้วร่วมกันอภิปรายหน้าชั้นเรียน

21. ครูให้นักเรียนศึกษากราฟของฟังก์ชัน  $f$  และ  $g$  ในหนังสือเรียนหน้า 69 จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น โดยครูอธิบายว่าโดเมนของ  $f$  คือ  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  และเรนจ์ของ  $f$  คือ  $\{0, 1, 4, 9\}$  โดเมนของ  $g$  คือ  $-3 \leq x \leq 3$  หรือ  $[-3, 3]$  และเรนจ์ของ  $g$  คือ  $0 \leq g(x) \leq 9$  หรือ  $[0, 9]$  โดเมนของ  $h$  คือ จำนวนจริงใดๆ และเรนจ์ของ  $h$  คือ  $h(x) \geq 0$  หรือ  $[0, \infty)$

22. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ในการบอกค่าโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันสามารถบอกได้เป็นรูปแบบต่างๆ 2 รูปแบบ” ได้แก่

- การบอกเป็นเซตโดยพิจารณาจากฟังก์ชันที่กำหนดให้ เช่น  $f(x) = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$  โดเมนคือ  $\{1, 3, 5\}$  และเรนจ์คือ  $\{2, 4, 6\}$

- การบอกเป็นช่วง เช่น ฟังก์ชัน  $f(x) = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y=2x\}$  โดเมนคือ  $(-\infty, \infty)$  และเรนจ์ คือ  $(-\infty, \infty)$

23. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 19 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ในการหาเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ โดยที่โจทย์กำหนดช่วงของโดเมนมาแล้วนักเรียนสามารถกำหนดค่า  $x$  ค่าที่น้อยที่สุดและมากที่สุดของช่วงที่กำหนดให้ มาใช้เพื่อหาช่วงของค่าเรนจ์ หรือค่า  $y$  ได้” เช่น

กำหนด  $g(x) = 3x$  โดยที่  $-2 < x < 2$  จงหาเรนจ์ของฟังก์ชัน

**วิธีทำ** จาก  $g(x) = 3x$

พิจารณา  $x = -2$  จะได้  $g(x) = 3(-2) = -6$

พิจารณา  $x = 2$  จะได้  $g(x) = 3(2) = 6$

แต่เนื่องจากช่วงของโดเมนหรือค่า  $x$  เป็น  $-2$  และ  $2$  ไม่ได้ เพราะเป็นช่วงเปิด

ดังนั้น ค่าของเรนจ์จะเป็นช่วงเปิดด้วย

นั่นคือ เรนจ์อยู่ในช่วง  $(-6, 6)$

24. นักเรียนจับคู่ โดยให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน ทำใบงานที่ 2.4.1 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแล้วร่วมกันอภิปรายหน้าชั้นเรียน

25. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 20 และครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่าง 20 และกิจกรรม “Thinking Time” นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อ 9 และ 10 เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่อง ฟังก์ชัน ดังนี้

- ฟังก์ชัน มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น)

- ความสัมพันธ์ใดที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

(แนวตอบ : ความสัมพันธ์ที่โดเมนจับคู่กับเรนจ์ มากกว่า 1 ตัว)

- เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟ นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าเป็นฟังก์ชัน

(แนวตอบ : เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  จะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียง 1 จุดเท่านั้น)

- เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยกราฟ นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าไม่เป็นฟังก์ชัน

(แนวตอบ : เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  จะตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด)

- สัญลักษณ์  $y = f(x)$  มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชัน และ  $(x, y) \in f$  แล้วจะกล่าวว่า  $y$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$ )

- ความสัมพันธ์  $r_1 = \{(0, 2), (1, 3), (2, 5), (4, 7), (6, 8)\}$  เป็นฟังก์ชันหรือไม่

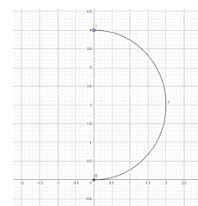
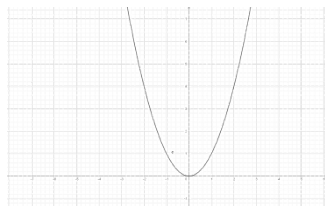
(แนวตอบ : เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกตัวหน้าจับคู่เรนจ์เพียงคู่เดียว)

- ความสัมพันธ์  $r_2 = \{(0, 2), (1, 3), (2, 5), (2, 0)\}$  เป็นฟังก์ชันหรือไม่

(แนวตอบ : ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ 2 เป็นโดเมนที่จับคู่เรนจ์มากกว่า 2 ตัว)

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างกราฟที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน

(แนวตอบ : นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ เช่น เป็นฟังก์ชัน ไม่เป็นฟังก์ชัน)



- กำหนดให้  $y = 3x - 1$  สามารถเขียนในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้อย่างไร  
(แนวตอบ :  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x - 1\}$ )
- กำหนดให้  $y = 5x + 2$  โดยที่  $-2 \leq x \leq 4$  เรนจ์ของฟังก์ชันจะอยู่ในช่วงใด  
(แนวตอบ : เรนจ์ของกราฟจะอยู่ในช่วง  $-8 \leq x \leq 22$ )

### 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) ฟังก์ชัน	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 - ตรวจสอบใบงานที่ 2.4.1	- แบบฝึกทักษะ 2.1 - ใบงานที่ 2.4.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมินการ นำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

### 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

#### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1 เรื่อง ฟังก์ชัน
- แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- ใบงานที่ 2.4.1 เรื่อง ฟังก์ชัน

#### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 2.4.1

## เรื่อง ฟังก์ชัน

**คำชี้แจง** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)  $\{(5,1), (3,2), (1,3), (0,1)\}$ .....

2)  $\{(2,1), (3,1), (4,1)\}$ .....

3)  $\{(3,0), (3,1), (2,5)\}$ .....

2. กำหนด  $A = \{-4, -3, 4\}$  จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)  $\{(x, y) \in A \times A \mid y = |x|\}$

.....

2)  $\{(x, y) \in A \times A \mid x^2 + y^2 = 4\}$

.....

3)  $\{(x, y) \in A \times A \mid |x| - |y| = 0\}$

.....

3. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2x+1}{5x}\}$

.....

2)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid |x| - |y| = 5\}$

.....

3)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| - |y| = 5\}$

.....

4)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$

.....

## ใบงานที่ 2.4.1

## เรื่อง ฟังก์ชัน

**คำชี้แจง** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)  $\{(5,1),(3,2),(1,3),(0,1)\}$

เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกในโดเมนจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

2)  $\{(2,1),(3,1),(4,1)\}$

เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกในโดเมนจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

3)  $\{(3,0),(3,1),(2,5)\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกในโดเมนจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์มากกว่าหนึ่งตัว

2. กำหนด  $A = \{-4,-3,4\}$  จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)  $\{(x, y) \in A \times A \mid y = |x|\}$

เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์เพียงจุดเดียวเท่านั้น

2)  $\{(x, y) \in A \times A \mid x^2 + y^2 = 4\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งจุด

3)  $\{(x, y) \in A \times A \mid |x| - |y| = 0\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งจุด

3. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2x+1}{5x}\}$

เป็นฟังก์ชัน

2)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid |x| - |y| = 5\}$

เป็นฟังก์ชัน

3)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| - |y| = 5\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน

4)  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$

เป็นฟังก์ชัน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

เวลา 3 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้นและฟังก์ชันคงตัว (K)
2. สามารถจำแนกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่ (K)
4. สามารถนำความรู้เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้นมาประยุกต์ใช้กับโจทย์ปัญหาได้ (P)
5. สามารถเขียนกราฟฟังก์ชันเชิงเส้นจากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้ (P)
6. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป  $y=ax+b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริงและ  $a \neq 0$  จากฟังก์ชัน  $y = ax + b$  ถ้า  $a=0$  จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y=b$  ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $x$  จะเรียกฟังก์ชันแบบนี้ว่า ฟังก์ชันคงตัว (Constant Function)

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดหลากหลาย	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยการอธิบายว่า “ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น สัญลักษณ์และข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันดังนี้ ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชัน และ  $(x, y) \in f$  แล้ว จะกล่าวว่า  $y$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  และ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $y = f(x)$  และการเขียนฟังก์ชันสามารถเขียนในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซตโดยใช้คู่อันดับ  $(x, y)$  แทนสมาชิกใด ๆ ในเซต”

### ชั้นสอน

1. นักเรียนพิจารณารูปภาพของฟังก์ชันในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันข้อ 1) และ ข้อ 2) จากนั้นครูถามนักเรียนว่าลักษณะของกราฟ 2 ข้อ มีกราฟลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟเป็นเส้นตรง)

2. ครูอธิบายว่าฟังก์ชันในข้อ 1) และ ข้อ 2) มีลักษณะเป็นกราฟเส้นตรง เรียกว่า เป็น “ฟังก์ชันเชิงเส้น”

3. ครูอธิบายความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นว่า “ฟังก์ชันเชิงเส้น” คือ ฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$  จากฟังก์ชัน  $y = ax + b$  ถ้า  $a = 0$  จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = b$  ซึ่งกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X จะเรียกฟังก์ชันแบบนี้ว่า “ฟังก์ชันคงตัว”

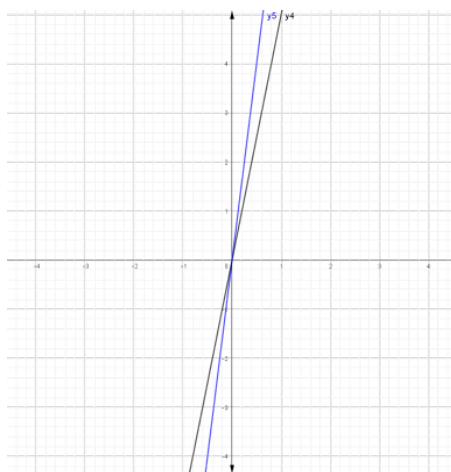
4. ครูถามนักเรียนว่า ฟังก์ชันคงตัว  $y = 0$  จะมีกราฟอยู่ในลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟเป็นเส้นตรงที่อยู่บนแกน X )

5. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันข้อ 1) - 2) จากนั้นถามนักเรียนดังนี้

- จากข้อ 1) ถ้า  $y_4 = 5x$  และ  $y_5 = 8x$  นักเรียนสามารถเขียนกราฟได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- เมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x$  หรือ  $a$  มีค่าเพิ่มขึ้น กราฟจะมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟจะลู่เข้าหาแกน Y)



- จากกราฟในข้อ 2) กราฟตัดแกน Y ที่จุดใด

(แนวตอบ : (0,3))

11. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 22 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันการหาจุดที่กราฟตัดแกน X จะให้ค่า  $y = 0$  และจุดที่กราฟตัดแกน Y จะให้ค่า  $x = 0$

12. นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากตัวอย่างที่ 22 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 3

13. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “หลักการหาจุดตัดแกน X ให้แทนค่า  $y = 0$  และหลักการหาจุดตัดแกน Y ให้แทนค่า  $x = 0$  และการเขียนจุดตัดแกน X และ Y ให้เขียนอยู่ในรูปคู่อันดับ  $(x_1, y_1)$  และวิธีการ ตรวจสอบว่าจุด  $(x_1, y_1)$  อยู่บนกราฟหรือไม่ ทำได้โดย แทนค่า  $x = x_1$  และ  $y = y_1$  ลงในฟังก์ชัน  $f(x)$  แล้วตรวจสอบว่า สมการเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงนั้นคือจุด  $(x_1, y_1)$  อยู่บนกราฟที่กำหนดให้”

14. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 23 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

15. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 24 จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติม

16. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ทำใบงานที่ 2.5.1 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น และแบบฝึกทักษะ 2.2 เป็นการบ้าน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ดังนี้

- ฟังก์ชันเชิงเส้น มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็น

จำนวนจริง และ  $a \neq 0$ )

- ฟังก์ชันคงตัว มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : ฟังก์ชันคงตัว คือ ฟังก์ชัน  $y = ax + b$  แล้ว  $a = 0$  จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$y = b$  ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X)

- การหาจุดตัดแกน X และ Y สามารถทำได้อย่างไร

(แนวตอบ : การหาจุดตัดแกน X ให้แทนค่า  $y = 0$  และการหาจุดตัดแกน Y

ให้แทนค่า  $x = 0$ )

- วิธีการตรวจสอบว่าจุด  $(a, b)$  อยู่บนกราฟหรือไม่ สามารถทำได้อย่างไร

(แนวตอบ : ทำได้โดยแทนค่า  $x = a$  และ  $y = b$  ลงในฟังก์ชันที่กำหนดให้ แล้วตรวจสอบ

ว่าสมการเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงนั้นคือ จุด  $(a, b)$  อยู่บนกราฟที่กำหนดให้ )

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) ฟังก์ชันเชิงเส้น	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.2 - ตรวจสอบใบงานที่ 2.5.1	- แบบฝึกทักษะ 2.2 - ใบงานที่ 2.5.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

## 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 4) ใบงานที่ 2.5.1 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

## 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 2.5.1

## เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

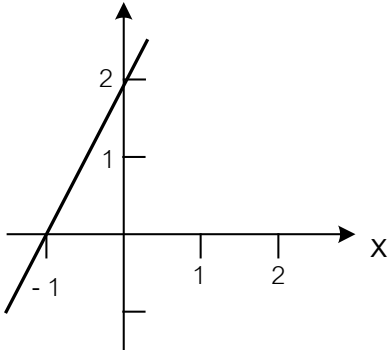
**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ												
1	จงหาฟังก์ชันเชิงเส้นจากค่า $x$ และ $y$ ที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ 1.1 (2, 5) และ (1, 4) 1.2 (3, 8) และ (2, 10) 1.3 (4, 12) และ (6, 24)	1.1..... 1.2..... 1.3 .....												
2	จงหาจุดตัดแกน $X$ และแกน $Y$ จากฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้ 2.1 $y = 2x + 8$ 2.2 $y = 2x - 10$ 2.3 $y = x + 7$	2.1..... 2.2..... 2.3 .....												
3	จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = 2x + 2$ และเติมค่า $x$ และ $y$ ในตาราง <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	0	1	2	-1	-2	$y$						
$x$	0	1	2	-1	-2									
$y$														

## ใบงานที่ 2.5.1

## เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

คำชี้แจง : จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อ ที่	คำถาม	คำตอบ																								
1	จงหาฟังก์ชันเชิงเส้นจากค่า $x$ และ $y$ ที่กำหนดให้ แต่ละข้อต่อไปนี้ 1.1 (2, 5) และ (1, 4) 1.2 (3, 8) และ (2, 10) 1.3 (4, 12) และ (6, 24)	1.1 $x + 3$ 1.2 $-2x + 14$ 1.3 $6x - 12$																								
2	จงหาจุดตัดแกน X และแกน Y จากฟังก์ชันเชิงเส้น ต่อไปนี้ 2.1 $y = 2x + 8$ 2.2 $y = 2x - 10$ 2.3 $y = x + 7$	2.1 จุดตัดแกน X,Y คือ (-4,0), (0,8) ตามลำดับ 2.2 จุดตัดแกน X,Y คือ (5,0), (0,-10) ตามลำดับ 2.3 จุดตัดแกน X,Y คือ (-7,0), (0,7) ตามลำดับ																								
3	จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = 2x + 2$ และเติมค่า $x$ และ $y$ ในตาราง <table border="1" data-bbox="210 1267 791 1411"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	0	1	2	-1	-2	y						<table border="1" data-bbox="887 1267 1458 1411"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> </table> 	x	0	1	2	-1	-2	y	2	4	6	0	-2
x	0	1	2	-1	-2																					
y																										
x	0	1	2	-1	-2																					
y	2	4	6	0	-2																					

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

เวลา 3 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจเรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา) (K)
2. สามารถเขียนกราฟฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา) ในแบบต่าง ๆ ได้ครบทุกกรณี (K)
4. สามารถจำแนกลักษณะของกราฟฟังก์ชันกำลังสองได้อย่างถูกต้อง (K)
5. สามารถเขียนองค์ประกอบต่าง ๆ ของกราฟฟังก์ชันกำลังสองได้อย่างถูกต้อง (P)
6. ตั้งใจรับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันกำลังสองหรือพาราโบลา คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a \neq 0$  ซึ่งลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองขึ้นอยู่กับค่าของ  $a, b, c$

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$

เมื่อ  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(0, 0)$

เมื่อ  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(0, 0)$

แกนสมมาตรคือ แกน Y หรือเส้นตรง  $X = 0$ ,

สมการแกนสมมาตรคือ  $X = 0$

เมื่อ  $a > 0$  ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ  $a < 0$  ค่าสูงสุดคือ 0

$|a|$  ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$

ถ้า  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(0, k)$  ค่าต่ำสุด =  $k$

ถ้า  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(0, k)$  ค่าสูงสุด =  $k$

แกนสมมาตรคือ แกน y หรือเส้นตรง  $x = 0$  สมการแกนสมมาตรคือ  $x = 0$

ถ้า  $k > 0$  จุดวกกลับอยู่เหนือแกน X

ถ้า  $k < 0$  จุดวกกลับอยู่ใต้แกน X

ถ้า  $a, k$  มีเครื่องหมายเหมือนกัน กราฟไม่ตัดแกน X

ถ้า  $a, k$  มีเครื่องหมายต่างกัน กราฟจะตัดแกน X

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการคิดหลากหลาย 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น โดยครูอธิบายว่า ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$  จากฟังก์ชัน  $y = ax + b$  ถ้า  $a = 0$  จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = b$  ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$  จะเรียกฟังก์ชันแบบนี้ว่า “ฟังก์ชันคงตัว” กราฟของเส้นตรง  $y = ax + b$  จะขนานกัน เมื่อ  $a$  มีค่าเท่ากัน และตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $b$  โดยที่จุดที่กราฟตัดแกน  $X$  จะให้ค่า  $y = 0$  และจุดที่กราฟตัดแกน  $Y$  จะให้ค่า  $x = 0$

2. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน  $y = x^2 + 2x + 1$  แล้วถามนักเรียนว่า ฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่

(แนวตอบ : ไม่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เนื่องจาก ไม่ตรงกับนิยามฟังก์ชันเชิงเส้น)

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ฟังก์ชันดังกล่าว เรียกว่า ฟังก์ชันกำลังสอง หรือ พาราโบลา”

## ขั้นสอน

4. ครูอธิบายความหมายของฟังก์ชันกำลังสองให้นักเรียนเข้าใจดังนี้

ฟังก์ชันกำลังสอง หรือพาราโบลา คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a \neq 0$  ซึ่งลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองขึ้นอยู่กับค่าของ  $a, b$  และ  $c$

5. ครูอธิบายนักเรียนว่า กราฟของฟังก์ชันกำลังสองหรือพาราโบลา มีทั้งหมด 4 ลักษณะ แต่ในที่นี้จะเรียนแค่ 2 ลักษณะก่อน คือ พาราโบลาหงาย และพาราโบลาคว่ำ

6. ครูอธิบายกราฟของ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  โดยให้นักเรียนศึกษากิจกรรม “Investigation” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน พร้อมทั้งให้นักเรียนสังเกตความแตกต่างของกราฟทั้งสองกราฟแล้วตอบคำถามกิจกรรม “Investigation” พร้อมอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

7. นักเรียนร่วมกันสรุปกรณีทั่วไปของกราฟ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ได้ ดังนี้

(1) กราฟของ  $y = ax^2$  มีจุดวกกลับที่จุด  $(0, 0)$

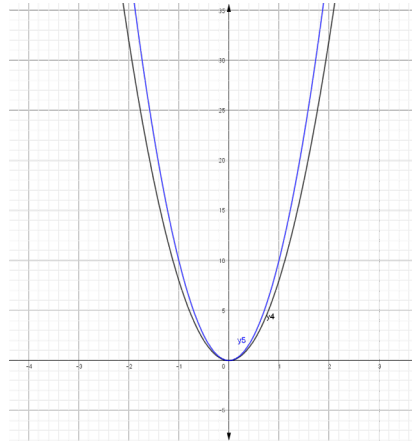
(2) แกนสมมาตรของกราฟ คือ แกน  $Y$  หรือเส้นตรง  $x = 0$

(3) ถ้า  $a > 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบนและมีจุดวกกลับเป็นจุดต่ำสุด คือ จุด  $(0, 0)$  และมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 ถ้า  $a < 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่างและมีจุดวกกลับเป็นจุดสูงสุด คือ จุด  $(0, 0)$  และมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 25 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นถามคำถามนักเรียนดังนี้

- จากข้อ 1) ถ้า  $y_4 = 8x^2$  และ  $y_5 = 10x^2$  นักเรียนสามารถเขียนกราฟได้อย่างไร

(แนวตอบ :



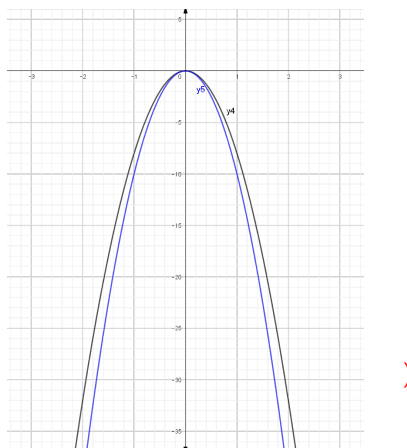
- เมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x$  หรือ  $a$  มีค่ามากขึ้น กราฟจะมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟจะลู่เข้าหาแกน Y)

- จากข้อ 2) ถ้า  $y_4 = -8x^2$  และ  $y_5 = -10x^2$  นักเรียนสามารถเขียนกราฟได้

อย่างไร

(แนวตอบ :



- เมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x$  หรือ  $a$  มีค่าน้อยลง กราฟจะมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ กราฟจะลู่เข้าหาแกน Y)

9. นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากตัวอย่างที่ 25 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

10. ครูตั้งข้อสังเกตของรูปแบบของฟังก์ชันทั้ง 2 ข้อ ให้นักเรียนเห็นว่า กราฟในลักษณะนี้จะมีฟังก์ชันอยู่ในรูป  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$

11. นักเรียนสังเกตความแตกต่างของกราฟ  $y = 2x^2 + 1$  และ  $y = 2x^2 - 1$  แล้วร่วมกันสรุปกรณีทั่วไป

กราฟของ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  ได้ ดังนี้

(1) กราฟของ  $y = ax^2 + k$  มีจุดวกกลับที่จุด  $(0, k)$

(2) แกนสมมาตรของกราฟ คือ แกน Y หรือเส้นตรง  $x = 0$

(3) ถ้า  $a > 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบนและมีจุดวกกลับเป็นจุดต่ำสุด คือ จุด  $(0, k)$  และมีค่าต่ำสุดเท่ากับ  $k$  ถ้า  $a < 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง และมีจุดวกกลับเป็นจุดสูงสุด คือ จุด  $(0, k)$  และมีค่าสูงสุดเท่ากับ  $k$

12. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในการเขียนกราฟจะต้องสร้างตารางคู่อันดับก่อน จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนดังนี้

- จากข้อ 1 นักเรียนสามารถเขียนตารางคู่อันดับ  $(x, y)$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :

X	-2	-1	0	1	2
$y_1$	6	3	2	3	6
$y_2$	2	-1	-2	-1	2

- จากข้อ 2 นักเรียนสามารถเขียนตารางคู่อันดับ  $(x, y)$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :

X	-2	-1	0	1	2
$y_1$	-2	1	2	1	-2
$y_2$	-6	-3	-2	-3	-6

13. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 26 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 26 พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 2

14. นักเรียนศึกษากิจกรรมพร้อมทั้งตอบคำถาม “Investigation” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

15. ครูเฉลยกิจกรรม “Investigation” ดังนี้

1) จากรูปที่ 1) กราฟของ  $y = (x - 2)^2 + k$  เมื่อ  $k = -4, -1, 0, 1, 4$  เป็นกราฟเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน และกราฟของ  $y = -(x - h)^2 + 1$  เมื่อ  $h = -4$  และ  $2$  เป็นกราฟเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง

2) จากรูปข้อ 1) จุดตัดแกน X คือ 0, 1, 2, 3, 4 จุดตัดแกน Y คือ 0, 3, 4, 5, 8

จากรูปข้อ 2) จุดตัดแกน X คือ -5, -3, 1, 3 จุดตัดแกน Y คือ -3

3) กราฟของ  $y = (x - 2)^2 + k$  เมื่อ  $k = -4, -1, 0, 1, 4$  มีแกนสมมาตรของกราฟคือ  $x = 2$  กราฟของ  $y = -(x - h)^2 + 1$  เมื่อ  $h = -4$  และ  $2$  มีแกนสมมาตรของกราฟคือ  $x = -4$  และ  $x = 2$  ตามลำดับ

4) กราฟของ  $y = (x - 2)^2 + k$  เมื่อ  $k = -4, -1, 0, 1, 4$  มีจุดต่ำสุดอยู่ที่  $(2, k)$  กราฟของ  $y = -(x - h)^2 + 1$  เมื่อ  $h = -4$  และ  $2$  มีจุดสูงสุดอยู่ที่  $(-4, 1)$  และ  $(2, 1)$

16. ครูอธิบายเพิ่มเติมจาก Investigation จะเห็นว่า กราฟของ  $y = (x - 2)^2 + k$  เมื่อ  $k = -4, -1, 0, 1, 4$  โดยลักษณะกราฟจะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน และมีจุดต่ำสุดอยู่ที่  $(2, k)$  และมีแกนสมมาตรของกราฟคือ  $x = 2$  และกราฟของ  $y = -(x - h)^2 + 1$  เมื่อ  $h = -4$  และ  $2$  ฟังก์ชันโดยลักษณะกราฟจะเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง และมีจุดสูงสุดอยู่ที่  $(-4, 1)$  และ  $(2, 1)$  มีแกนสมมาตรของกราฟคือ  $x = -4$  และ  $x = 2$  ตามลำดับ

17. ครูตั้งข้อสังเกตของรูปแบบของฟังก์ชันทั้ง 2 ข้อ ให้นักเรียนเห็นว่า กราฟในลักษณะนี้จะมีฟังก์ชันอยู่ในรูป  $y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  จากนั้นครูอธิบายกรณีทั่วไปของกราฟ  $y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  สรุปได้ ดังนี้

(1) กราฟของ  $y = a(x - h)^2 + k$  มีจุดวกกลับที่จุด  $(h, k)$

(2) แกนสมมาตรของกราฟ คือ เส้นตรง  $x = h$

(3) ถ้า  $a > 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน และมีจุดวกกลับเป็นจุดต่ำสุด คือ จุด  $(h, k)$  และมีค่าต่ำสุด เท่ากับ  $k$  ถ้า  $a < 0$  กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง และมีจุดวกกลับเป็นจุดสูงสุด คือ จุด  $(h, k)$  และมีค่าสูงสุดเท่ากับ  $k$

18. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ทำแบบฝึกทักษะ 2.3ก เรื่องกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

## ชั่วโมงที่ 3

19. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 27 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน และชี้แนะให้นักเรียนดูกรอบ PROBLEM SOLVING TIP เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าสมการ  $y = (x - 3)^2$  และ  $y = (x - 3)^2 + 2$  อยู่ในรูป  $y = a(x - h)^2 + k$  จะได้จุดวกกลับอยู่ที่ จุด  $(h, k)$

21. ครูถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนดังนี้

- $y = (x + 5)^2 + 3$  กราฟมีจุดวกกลับที่จุดใด  
(แนวตอบ : จุดวกกลับอยู่ที่ จุด  $(-5, 3)$ )
- $y = (x - 3)^2 - 6$  กราฟมีจุดวกกลับที่จุดใด  
(แนวตอบ : จุดวกกลับอยู่ที่ จุด  $(3, -6)$ )
- $y = (x - 5)^2 + 3$  กราฟมีจุดวกกลับที่จุดใด  
(แนวตอบ : จุดวกกลับอยู่ที่ จุด  $(5, 3)$ )
- $y = (x + 3)^2 - 6$  กราฟมีจุดวกกลับที่จุดใด  
(แนวตอบ : จุดวกกลับอยู่ที่ จุด  $(-3, -6)$ )

20. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 27 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

21. นักเรียนศึกษากิจกรรม “Investigation” ในหนังสือเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพิ่มเติมจาก กิจกรรม “Investigation” ว่า ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ  $y = a(x - h)^2 + k$  ได้ คือ

$$y = a \left[ x - \left( \frac{-b}{2a} \right) \right]^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

จากนั้นนักเรียนเขียนกราฟที่ได้จากสมการในหนังสือเรียนรายวิชา

พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

22. นักเรียนร่วมกันสรุปกรณีทั่วไปของกราฟ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  แล้วถามคำถามนักเรียนดังนี้

- กราฟมีจุดวกกลับที่จุดใด  
(แนวตอบ :  $\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$ )
- ให้หาแกนสมมาตรของกราฟ  
(แนวตอบ : แกนสมมาตรของกราฟ คือ เส้นตรง  $x = -\frac{b}{2a}$ )

- ถ้า  $a > 0$  กราฟจะมีลักษณะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบนและมีจุดวกกลับเป็นจุดต่ำสุด คือ

$$\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) \text{ และมีค่าต่ำสุดคือ } \frac{4ac - b^2}{4a}$$

- ถ้า  $a < 0$  กราฟจะมีลักษณะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง และมีจุดวกกลับเป็นจุดสูงสุด คือ

$$\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) \text{ และมีค่าสูงสุดคือ } \frac{4ac - b^2}{4a}$$

- กราฟจะตัดแกน X และแกน Y ได้กี่จุด

(แนวตอบ : ตัดแกน X ได้ 0, 1 หรือ 2 จุด และตัดแกน Y ได้เพียงจุดเดียว)

23. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 28 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันดังนี้

$$1) y = x^2 - 4x + 7$$

$$2) y = -2x^2 + 12x + 17$$

- จากข้อ 1) นักเรียนสามารถจัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : } y = x^2 - 4x + 7$$

$$= (x^2 - 4x + 4) + 3$$

$$= (x - 2)^2 + 3)$$

- จากข้อ 1) a, b และ c มีค่าเท่าใด ที่จะใช้ในการหา  $\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

(แนวตอบ  $a = 1, b = -4$  และ  $c = 7$ )

- จากข้อ 1) มีจุดวกกลับอยู่ที่จุดใด

(แนวตอบ : มีจุดวกกลับอยู่ที่จุด (2, 3))

- จากข้อ 2) นักเรียนสามารถจัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : } y = -2x^2 + 12x + 17$$

$$= -2x^2 + 12x - 18 + 1$$

$$= -2(x^2 - 6x + 9) + 1$$

$$= -2(x - 3)^2 + 1$$

- จากข้อ 2) a, b และ c มีค่าเท่าใด ที่จะใช้ในการหา  $\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

(แนวตอบ : a = -2, b = 12 และ c = 17)

- จากข้อ 2) มีจุดวกกลับอยู่ที่จุดใด

(แนวตอบ : มีจุดวกกลับอยู่ที่จุด (3, 1))

24. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง ดังนี้

- กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ถ้า  $a > 0$  กราฟจะมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟจะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน)

- กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ถ้า  $a < 0$  กราฟจะมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟจะเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง)

- กราฟของ  $y = 5x^2$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร และมีจุดวกกลับที่จุดใด

(แนวตอบ : เขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $y = ax^2$  จุดวกกลับที่จุด (0, 0))

- กราฟของ  $y = 2x^2 + 3$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร และมีจุดวกกลับที่

จุดใด

(แนวตอบ : เขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $y = ax^2 + k$  จุดวกกลับที่จุด (0, 3))

- กราฟของ  $y = (x - 5)^2 + 3$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร และมีจุด

วกกลับที่จุดใด

(แนวตอบ : เขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $y = a(x - h)^2 + k$  จุดวกกลับที่จุด (5, 3))

- กราฟของ  $y = x^2 - 2x + 1$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร และมีจุด

วกกลับที่จุดใด

(แนวตอบ : เขียนในรูปทั่วไปได้เป็น  $y = ax^2 + bx + c$  จุดวกกลับที่จุด (1, 0))

### 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) กราฟของฟังก์ชัน กำลังสอง	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3ก	- แบบฝึกทักษะ 2.3ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอผลงาน	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.3ก เรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ

เวลา 5 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนของการแก้สมการและอสมการโดยใช้กราฟ (K)
2. สามารถแก้สมการและอสมการจากกราฟที่กำหนดให้ได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ในการแก้สมการและอสมการ จะต้องจัดรูปสมการหรืออสมการที่กำหนดให้ ให้อยู่ในรูป  $y = ax^2$  ,  $y = ax^2 + k$  ,  $y = a(x - h)^2 + k$  ,  $y = ax^2 + bx + c$  รูปใดรูปหนึ่ง โดยกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้สามารถนำไปแก้สมการและอสมการได้ โดยเราพิจารณากราฟเบื้องต้น

ถ้ากราฟไม่ตัดแกน X

นั่นหมายความว่า จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

ถ้ากราฟตัดแกน X เพียงจุดเดียว

นั่นหมายความว่า มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 คำตอบ

ถ้ากราฟตัดแกน X สองจุด

นั่นหมายความว่า มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดหลากหลาย	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น แล้วครูตั้งข้อสังเกตว่า ถ้านำกราฟในลักษณะต่าง ๆ มาใช้ในการแก้สมการหรือสมการ นักเรียนคิดว่าสามารถทำได้หรือไม่ (แนวตอบ : ทำได้) จากนั้นครูอธิบายว่าการหาคำตอบของสมการกำลังสอง  $y = ax^2 + bx + c$  สามารถทำได้โดยการเขียนกราฟสมการกำลังสองแล้วหาจุดที่กราฟตัดกับแกน X หรือกำหนดให้  $y = 0$

## ขั้นสอน

1. นักเรียนทำกิจกรรม “Investigation” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน และช่วยกันเขียนกราฟทั้ง 6 ข้อให้ถูกต้อง จากนั้นครูเฉลยบนกระดานอีกครั้งหนึ่ง และนักเรียนสังเกตและอธิบายเพิ่มเติมว่า

กราฟในข้อ 1) และ 2) ไม่ตัดแกน X นั่นคือ ไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

กราฟในข้อ 3) และ 4) ตัดแกน X เพียงจุดเดียว นั่นคือ มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวน

จริง 1 คำตอบ

กราฟในข้อ 5) และ 6) ตัดแกน X สองจุด นั่นคือ คำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

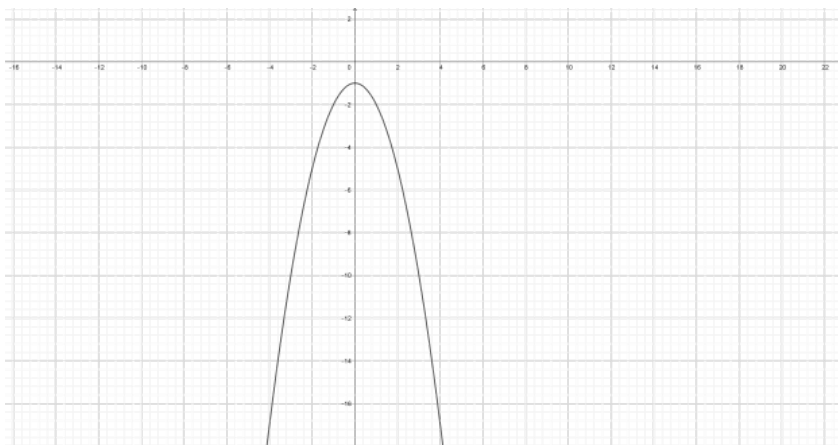
2 คำตอบ

2. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 29 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 29 อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการโดยใช้วิธีการแก้สมการได้ จากตัวอย่างที่ 29 สมการ  $x^2 + 2 = 0$  จะได้  $x^2 = -2$  เนื่องจากจำนวนจริงที่ยกกำลังสองจะมีค่าไม่น้อยกว่า 0 ดังนั้น  $x^2 + 2 = 0$  ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง”

3. นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการกำลังสอง

(แนวตอบ : นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน

แต่ละคน เช่น  $y = -x^2 - 1$  เขียนกราฟของสมการได้ดังนี้



4. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 30 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 30 อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

5. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนดังนี้

- คำตอบของสมการ  $x^2 - 8x + 16 = 0$  มีกี่คำตอบ อะไรบ้าง

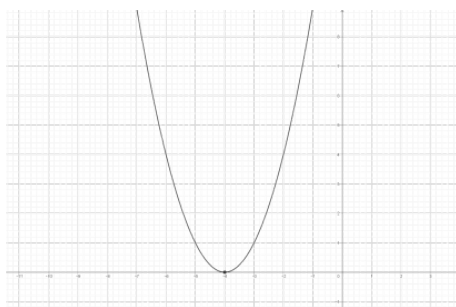
(แนวตอบ : มีคำตอบเดียว คือ 4)

- เขียนกราฟของสมการ  $x^2 - 8x + 16 = 0$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ : มีคำตอบเดียว คือ 4

เนื่องจาก  $(x - 4)^2 = 0$

$x = 4$ )



- กราฟตัดแกน X ที่จุดใด

(แนวตอบ : กราฟตัดแกน X ที่จุด (4, 0))

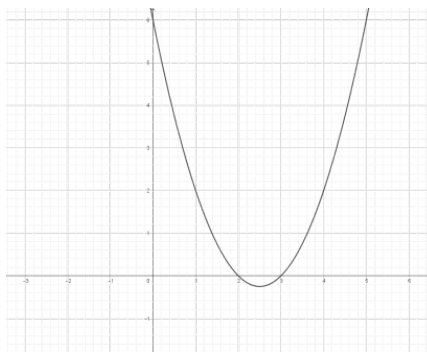
6. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 30 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมง 2

7. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “การหาคำตอบของสมการนอกจากจะใช้วิธีการรวมการแก้สมการแล้วยังสามารถ หาได้จากการเขียนกราฟอีกด้วย โดยพิจารณาจากการตัดแกน X ถ้ากราฟไม่ตัดแกน X หมายความว่าไม่มี คำตอบที่เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟตัดแกน X หนึ่งจุด หมายความว่า มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ และถ้ากราฟตัดแกน X สองจุด หมายความว่า มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ”

ตัวอย่างเช่น ให้หาคำตอบของสมการ  $x^2 - 5x + 6 = 0$  โดยใช้กราฟ

**วิธีทำ** เขียนกราฟของสมการได้ดังนี้



จากกราฟ จะเห็นว่ากราฟ  $x^2 - 5x + 6 = 0$  ตัดแกน X ที่จุด 2 และ 3

ดังนั้น มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ ได้แก่  $x = 2$  และ 3

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 31 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ขั้นตอนแรก ของการเขียนกราฟ เราต้องจัดรูปสมการที่โจทย์กำหนดให้ ให้อยู่ในรูปแบบของกราฟทั้ง 4 รูปแบบ (แบบใดแบบหนึ่ง) จากตัวอย่างนี้สามารถจัดรูปแบบสมการให้อยู่ในรูปแบบ  $y = a(x - h)^2 + k$  นั่นคือ ถ้า  $y = 0$  เราสามารถจัดสมการได้ 2 แบบ คือ

$y = 3(x - 1)^2 - 12$  และ  $3(x - 1)^2 = 12$  ซึ่งทั้งสองรูปแบบการเขียนกราฟจะเขียนได้ในลักษณะเดียวกัน

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในการเขียนกราฟจะมีส่วนประกอบที่สำคัญต่างๆ ของกราฟ ดังนี้

1) จุดวกกลับ คือ จุดต่ำสุด หรือจุดสูงสุดของกราฟ หรืออาจเรียกว่าจุดยอด

2) จุดตัดแกน X หรือแกน Y คือจุดที่กราฟตัดแกน X หรือ แกน Y ที่จุด ๆ นั้น อาจจะมี

1 ค่า หรือ 2 ค่าก็ได้

3) ค่าสูงสุดของฟังก์ชันกราฟจะมีค่าสูงสุดก็ต่อเมื่อเป็นกราฟเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง โดยค่าสูงสุดของฟังก์ชันจะอยู่ตำแหน่งที่เป็นจุดสูงสุดของกราฟ

4) ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน กราฟจะมีค่าต่ำสุดก็ต่อเมื่อเป็นกราฟเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน โดยค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจะอยู่ตำแหน่งที่เป็นจุดต่ำสุดของกราฟ

5) โดเมนของฟังก์ชัน คือ ช่วงของระยะแกน X ที่วาดกราฟครอบคลุมไปได้

6) เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ ช่วงของระยะแกน Y ที่วาดกราฟครอบคลุมไปได้

10. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 31 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมง 3

11. ครูทบทวนความรู้เรื่องการเขียนกราฟให้นักเรียนเข้าใจ โดยครูยกตัวอย่างโจทย์ให้นักเรียนตอบคำถาม ดังนี้

1) ให้นักเรียนเขียนกราฟของ  $f(x) = x^2 - 7x + 12$  และให้หา

- จุดวกกลับของกราฟ พร้อมทั้งบอกค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุด

- จุดที่กราฟตัดแกน X

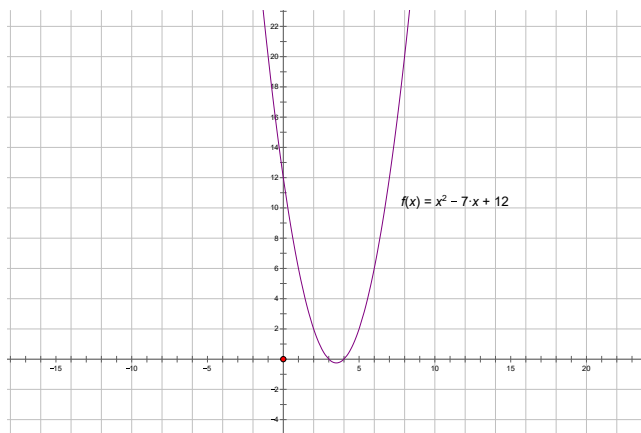
- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

(แนวตอบ : จาก  $f(x) = x^2 - 7x + 12$  จะได้  $a = 1, b = -7, c = 12$

พิกัดของจุดวกกลับ คือ  $\left( \frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$  จะได้  $\left( \frac{7}{2}, \frac{-1}{4} \right)$  เนื่องจาก  $a > 0$  จะได้ว่า กราฟของ

ฟังก์ชันจะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน จะมีค่าต่ำสุดคือ  $-\frac{1}{4}$  จุดที่กราฟตัดแกน X คือ (3,0) และ (4,0)

โดเมน คือ จำนวนจริง และเรนจ์ คือ  $\left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$  สามารถเขียนกราฟได้ดังนี้



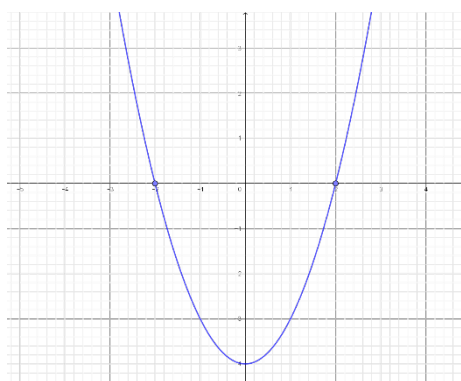
13. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 2.3ข เรื่อง การแก้สมการโดยกราฟในหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

#### ชั่วโมงที่ 4

14. ครูอธิบายว่านักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องกราฟของสมการมาช่วยในการหาคำตอบของอสมการได้ โดยให้จัดรูปสมการที่กำหนดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันกำลังสอง เพื่อหาค่าตัวแปรก่อน แล้วจึงนำมาใส่เครื่องหมายอสมการ เพื่อพิจารณาหาคำตอบของอสมการ

15. ครูยกตัวอย่างบนกระดาน ดังนี้

จงหาคำตอบของอสมการโดยใช้กราฟ เมื่อกำหนดอสมการ  $x^2 - 4 < 0$



**วิธีทำ** ให้  $y = x^2 - 4$

หาจุดที่กราฟตัดแกน X จะได้  $y = 0$

$$\text{ทำให้ } x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2, -2$$

จะได้ว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(-2, 0)$  และ  $(2, 0)$  ดังรูป

จากกราฟเมื่อพิจารณาหาค่า X เมื่อ  $y < 0$  จะได้  $-2 < x < 2$

ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการ  $x^2 - 4 < 0$  คือ  $\{x \mid -2 < x < 2\}$  หรือ  $(-2, 2)$

16. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 33 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 33 อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

17. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 5

18. ครูยกตัวอย่างที่ 34 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันว่าการหาจุดวกกลับนอกจากจะจัดให้อยู่ในรูป  $a(x-h)^2 + k$  จะได้จุดวกกลับอยู่ที่  $(h, k)$  ยังสามารถหา

ได้จากสูตร  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) = (h, k)$  เมื่อ  $y = ax^2 + bx + c$  และ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

และหาจุดที่กราฟตัดแกน X โดยให้  $y = 0$  แล้วแยกตัวประกอบหาค่า  $x$  แล้วนำ  $x$  มาพิจารณาหาคำตอบของอสมการ

19. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

$$1) x^2 - 6x + 8 < 0 \qquad 2) x^2 - 6x + 8 > 0$$

•  $x^2 - 6x + 8$  สามารถจัดให้อยู่ในรูป  $a(x-h)^2 + k$  ได้อย่างไร และมีจุดวกกลับอยู่ที่จุดใด

(แนวตอบ :

$$x^2 - 6x + 8 = (x^2 - 6x + 8) + 1 - 1$$

$$= (x^2 - 6x + 9) - 1$$

$$= (x - 3)^2 - 1$$

$$y = x^2 - 6x + 8 \qquad \text{มีจุดวกกลับอยู่ที่จุด } (3, -1)$$

•  $y = x^2 - 6x + 8$  สามารถหาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : ให้ } y = 0 \text{ จะได้ } x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

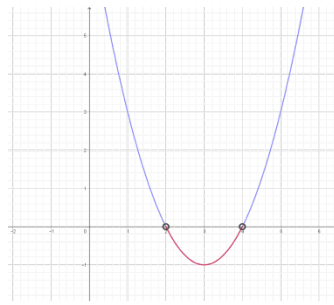
$$x = 2, 4$$

ดังนั้น กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(2, 0)$  และจุด  $(4, 0)$ )

20. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนดังนี้

• จากข้อ 1) เซตคำตอบของอสมการคือเท่าใด และเขียนกราฟได้อย่างไร

(แนวตอบ : พิจารณาค่า  $x$  เมื่อ  $y < 0$  จะได้กราฟ



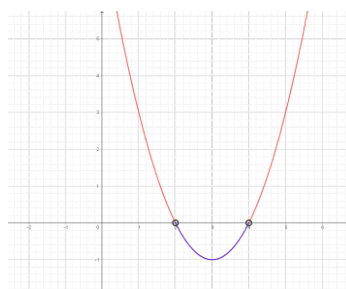
} พิจารณาด้านล่าง

จากกราฟ จะได้  $y < 0$  เมื่อ  $2 < x < 4$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{x \mid 2 < x < 4\}$  หรือ  $(2, 4)$

- จากข้อ 2) เซตคำตอบของสมการคือเท่าใด และเขียนกราฟได้อย่างไร

(แนวตอบ : พิจารณาค่า  $x$  เมื่อ  $y > 0$  จะได้กราฟ



} พิจารณาด้านบน

จากกราฟ จะได้  $y > 0$  เมื่อ  $x < 2$  หรือ  $x > 4$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{x \mid x < 2 \text{ หรือ } x > 4\}$  หรือ

$(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

21. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

22. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยลดความสามารถทางคณิตศาสตร์ทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 2.3ค เรื่อง การแก้สมการโดยกราฟในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

23. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 2.3ค เรื่อง การแก้สมการโดยกราฟในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่องการนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ ดังนี้

- ถ้ากราฟไม่ตัดแกน X คำตอบของสมการจะเป็นลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง)

- ถ้ากราฟตัดแกน X เพียงจุดเดียว คำตอบของสมการจะเป็นลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 คำตอบ)

- ถ้ากราฟตัดแกน X สองจุด คำตอบของสมการจะเป็นลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริงเพียง 2 คำตอบ)

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) การนำกราฟไปใช้ในการ การแก้สมการและ อสมการ	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3ข - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3ค	- แบบฝึกทักษะ 2.3ข - แบบฝึกทักษะ 2.3ค	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

## 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.3ข เรื่อง การแก้สมการโดยกราฟ
- 3) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 2.3ค เรื่อง การแก้สมการโดยกราฟ
- 4) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

## 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

เวลา 5 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- เข้าใจขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ (K)
- สามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟมาแก้โจทย์ปัญหาได้ (P)
- ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป  $f(x) = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงได้

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
<ol style="list-style-type: none"> <li>ความสามารถในการสื่อสาร</li> <li>ความสามารถในการคิด               <ol style="list-style-type: none"> <li>ทักษะการเชื่อมโยง</li> <li>ทักษะการคิดหลากหลาย</li> </ol> </li> <li>ความสามารถในการแก้ปัญหา</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>มีวินัย รับผิดชอบ</li> <li>ใฝ่เรียนรู้</li> <li>มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ขั้นนำ

ครูถามคำถามเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง ดังนี้

- ฟังก์ชันกำลังสอง เขียนอยู่ในรูปแบบใด

(แนวตอบ : ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

และ  $a \neq 0$ )

- กราฟของสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  มีจุดวกกลับที่จุดใด

(แนวตอบ : มีจุดวกกลับที่จุด  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ )

### ชั้นสอน

1. ครูกล่าวว่า “กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป  $f(x) = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงได้”

2. ครูถามนักเรียนว่า ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหามีอะไรบ้าง

(แนวตอบ :

1. ชั้นสร้างสมการ ควรดำเนินการดังนี้

1.1 ทำความเข้าใจโจทย์ว่าต้องการอะไร ต้องการทราบอะไร

1.2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ

1.3 สร้างความสัมพันธ์ของโจทย์ในรูปของตัวแปรที่กำหนดไว้ (หมายถึงสร้างสมการ)

2. ชั้นแก้สมการ

2.1 แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

2.2 นำคำตอบมาตรวจคำตอบกับโจทย์ทุกครั้ง

2.3 สรุปคำตอบ)

3. นักเรียนศึกษายกตัวอย่างที่ 35 และ 36 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่าง 36 ดังนี้

- โจทย์ให้นักเรียนหาอะไร

(แนวตอบ : 1) ให้เขียนกราฟของฟังก์ชัน  $h(t) = 27t - 6t^2$  เมื่อ  $t$  แทนเวลาเป็นวินาที

2) ให้หาเวลาในเวลาที่ลูกฟุตบอลอยู่ที่จุดสูงสุดจากพื้น

3) ให้หาว่านานเท่าใดลูกฟุตบอลจึงตกลงถึงพื้น)

- ในการหาคำตอบ นักเรียนต้องทำอะไรก่อนเป็นลำดับแรก

(แนวตอบ : เขียนตารางคู่อันดับและกราฟ)

- กราฟมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ : กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง)

- ใช้ความรู้เรื่องใดของกราฟในการตอบคำถามของปัญหา

(แนวตอบ โจทย์ต้องการหาเวลาในเวลาที่ลูกฟุตบอลอยู่ที่จุดสูงสุด จึงใช้การหาจุด

วกกลับของฟังก์ชัน ซึ่งหาได้โดย  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ )

4. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการตอบคำถามข้อ 3) นักเรียนต้องทราบว่า เมื่อลูกบอลตกถึงพื้นแสดงว่า  $h(t) = 0$ ”

5. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” และแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 2.3ง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

### ชั่วโมงที่ 2

6. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น ดังนี้

ให้  $x$  แทนจำนวนนับซึ่งเมื่อนำมารวมกับจำนวนนับที่สองมีผลบวกเท่ากับ 40

- 1) จงเขียนจำนวนนับจำนวนที่สองในรูปของ  $x$
- 2) จงเขียนผลคูณของจำนวนนับทั้งสองจำนวนในรูปของ  $x$
- 3) จงใช้ความรู้เรื่องกราฟเพื่อหาผลคูณในข้อ 2 ที่มีค่ามากที่สุด

**วิธีทำ** ให้  $x$  แทน จำนวนนับจำนวนแรก

$y$  แทน จำนวนนับจำนวนที่สอง

ผลบวกของจำนวนนับทั้งสองจำนวนมีค่าเท่ากับ 40

$$\text{ดังนั้น } x + y = 40$$

$$y = 40 - x$$

$$\text{ผลคูณของจำนวนนับทั้งสอง} = x(40 - x)$$

$$= 40x - x^2$$

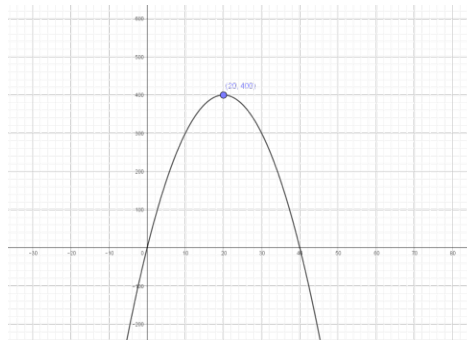
$$\text{ให้ } f(x) = -x^2 + 40x$$

$$= -(x^2 - 40x + 400) + 400$$

$$= -(x - 20)^2 + 400$$

จะได้  $h = 20$ ,  $k = 400$

∴ จุดวกกลับของกราฟ คือ  $(20, 400)$



จากกราฟ พบว่า ผลคูณ  $x(40 - x)$  มีค่าสูงสุดเท่ากับ 400

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 37 และจับคู่ทำ “ลองทำดู” จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยพร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ แล้วช่วยกันทำใบงานที่ 2.8.1 เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

นักเรียนร่วมกันสรุปกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป  $f(x) = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงได้และวิธีการแก้โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองมีหลักการดังนี้

- 1) อ่านโจทย์แล้วกำหนดค่าที่โจทย์ต้องการหาสูงสุดหรือต่ำสุดไปเป็น  $y$  หรือ  $f(x)$
- 2) สร้างสมการหรือฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งจะตั้งขึ้นอยู่กับตัวแปรอีกตัวหนึ่งก็คือ  $x$  โดยส่วนมาก  $x$  จะเป็นตัวที่ โจทย์ถามหาหรือมีความสัมพันธ์กับ  $y$
- 3) สมการของ  $y$  ที่ได้มากราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบนหรือเป็นเส้นโค้งเปิดลงด้านล่าง ก็ขึ้นอยู่กับโจทย์ต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ถ้าเป็นค่าสูงสุดกราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบนและถ้าเป็นค่าต่ำสุดกราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านล่าง ซึ่งจะใช้จุดวกกลับเป็นตัวช่วยใน

การหาค่าตอบของ  $\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

### 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) การแก้ปัญหาโดยใช้ ความรู้เรื่องฟังก์ชัน กำลังสองและกราฟ	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3ง - ตรวจสอบใบงานที่ 2.8.1	- แบบฝึกทักษะ 2.3ง - ใบงานที่ 2.8.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.3ง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 4) ใบงานที่ 2.8.1 เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

เวลา 4 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลอย่างถูกต้องครบถ้วน (K)
2. สามารถบอกองค์ประกอบของกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (K)
3. สามารถเขียนกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (P)
4. สามารถแก้สมการจากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (P)
5. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ (P)
6. รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

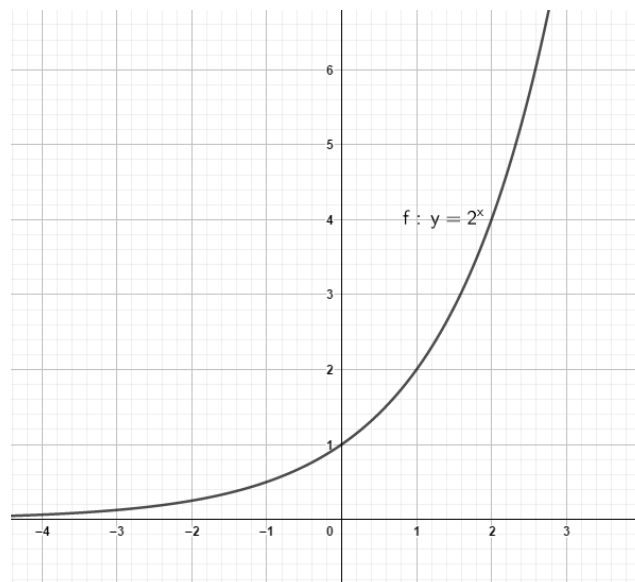
## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = a^x$

**กรณีที่ 1** เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$  ซึ่งมีลักษณะกราฟของฟังก์ชัน ดังต่อไปนี้

พิจารณากราฟของ  $y = 2^x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



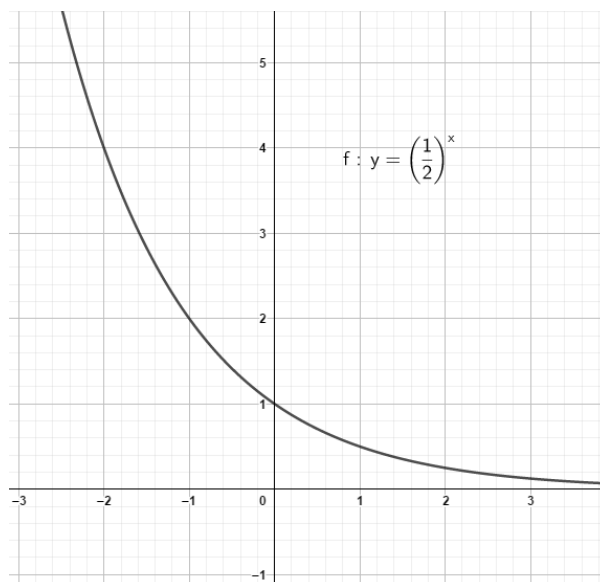
- กราฟ  $y = 2^x$  จะเป็น ฟังก์ชันเพิ่ม (Increasing Function) ถ้า  $x_1 > x_2$  แล้ว  $a^{x_1} > a^{x_2}$  เพราะฉะนั้นกราฟของ  $y = a^x$  (จากซ้ายไปขวา) จะสูงขึ้นเรื่อยๆ โดยไม่มีขอบเขต (นั่นคือ ไม่มีค่าสูงสุดของฟังก์ชัน) หรือในขณะที่ค่า  $x$  เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ค่าของ  $y$  ก็เพิ่มขึ้นด้วย จึงเรียกว่า ฟังก์ชันเพิ่ม

- ถ้าค่า  $x$  มีค่าน้อยมากๆ จะได้ว่า  $y$  หรือ  $a^x$  มีค่าใกล้ศูนย์ แต่ไม่ตัดแกน  $x$  เพราะว่า  $a^x > 0$  (ดังนั้น กราฟอยู่เหนือแกน  $x$  และไม่มีค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน)

- ถ้า  $x = 0$  จะได้  $y = a^0 = 1$  ดังนั้นกราฟตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0,1)$  เสมอ

พิจารณารูปของ  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



### กรณีที่ 2 $0 < a < 1$

- กราฟ  $y = a^x$  จะเป็น ฟังก์ชันลด (Decreasing Function) ถ้า  $x_1 < x_2$  แล้ว  $a^{x_1} > a^{x_2}$  เพราะฉะนั้นกราฟของ  $y = a^x$  (จากขวาไปซ้าย) จะสูงขึ้นเรื่อยๆ โดยไม่มีขอบเขต (นั่นคือ ไม่มีค่าสูงสุดของฟังก์ชัน) หรือในขณะที่ค่า  $x$  เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ค่าของ  $y$  ก็ลดลงเรื่อยๆ จึงเรียกว่า ฟังก์ชันลด

- ถ้าค่า  $x$  มีค่ามาก ๆ จะได้ว่า  $y$  หรือ  $a^x$  มีค่าใกล้ศูนย์ แต่ไม่ตัดแกน  $x$  เพราะว่า  $a^x > 0$  (ดังนั้น กราฟอยู่เหนือแกน  $x$  และไม่มีค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน)

- ถ้า  $x = 0$  จะได้  $y = a^0 = 1$  ดังนั้นกราฟตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0,1)$  เสมอ

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดหลากหลาย	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

## ชั่วโมงที่ 1

## ชั้นนำ

1. ครูกยกตัวอย่างฟังก์ชัน  $y = 2^{x-3}$ ,  $y = 2^x + 1$ ,  $y = 2^{-x}$ ,  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

2. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากฟังก์ชันที่ยกตัวอย่างข้างต้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร

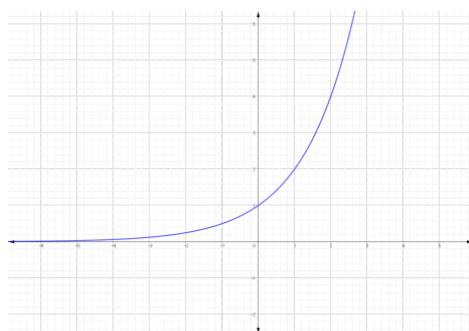
(แนวตอบ :  $y = a^x$ )

- จากฟังก์ชันที่ยกตัวอย่างข้างต้น เลขฐาน ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น ใช่หรือไม่

(แนวตอบ : ใช่ ยกเว้น 1)

- ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน  $y = 2^x$

(แนวตอบ :



3. ครูกล่าวว่า “จากกราฟ จะเห็นว่า เมื่อ  $x$  มีค่ามากขึ้น  $y = 2^x$  จะมีค่ามากขึ้น ซึ่งโดเมนของฟังก์ชันเป็นเซตของจำนวนจริง และเรนจ์ของฟังก์ชันเป็นจำนวนจริงที่มากกว่าศูนย์”

## ขั้นสอน

4. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 38 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

5. ครูให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตจากตัวอย่างที่ 38 ข้อ 1) จะได้ว่า เป็นกราฟรูปแบบ  $y = a^x$  โดย  $a > 1$  เมื่อเขียนกราฟ กราฟจะมีลักษณะเป็น ฟังก์ชันเพิ่ม (Increasing Function) ถ้า  $x_1 > x_2$

แล้ว  $a^{x_1} > a^{x_2}$  เพราะฉะนั้นกราฟของ  $y = a^x$  (จากซ้ายไปขวา) จะสูงขึ้นเรื่อย ๆ โดยไม่มีขอบเขต (นั่นคือไม่มีค่าสูงสุดของฟังก์ชัน) หรือในกรณีที่ค่า  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $y$  ก็จะเพิ่มขึ้น

6. ครูถามคำถามนักเรียนว่าเพราะเหตุใดเส้นโค้งของกราฟ  $y_2$  ลู่เข้าใกล้แกน  $Y$  มากกว่าเส้นโค้งของกราฟ  $y_1$  (แนวตอบ : เพราะ  $a$  ของกราฟ  $y_2 > y_1$ )

7. นักเรียนดูรอบ ATTENTION ข้อมูลที่สำคัญที่นักเรียนควรรู้เพิ่มเติม ดังนี้ กราฟของ  $y = a^x$ ,  $a > 0$  และ  $a \neq 0$  จะผ่านจุด  $(0, 1)$  เสมอ และถ้า  $a > 1$  เมื่อ  $x$  มีค่าเพิ่มขึ้น  $y$  จะมีค่าเพิ่มขึ้น

8. นักเรียนตั้งข้อสังเกตจากตัวอย่างที่ 38 ข้อ 2) จะได้ว่า เป็นกราฟรูปแบบ  $y = a^x$  โดย  $0 < a < 1$  เมื่อเขียนกราฟ กราฟจะมีลักษณะเป็น ฟังก์ชันลด (Decreasing Function) ถ้า  $x_1 < x_2$  แล้ว  $a^{x_1} > a^{x_2}$  เพราะฉะนั้นกราฟของ  $y = a^x$  (จากขวาไปซ้าย) จะสูงขึ้นเรื่อยๆ โดยไม่มีขอบเขต (นั่นคือไม่มีค่าสูงสุดของฟังก์ชัน) หรือในกรณีที่ค่า  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $y$  ก็จะลดลง และเมื่อ  $x$  ลดลง ค่าของ  $y$  ก็จะเพิ่มขึ้น จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนว่าเพราะเหตุใดเส้นโค้งของกราฟ  $y_2$  ลู่เข้าใกล้แกน  $Y$  มากกว่าเส้นโค้งของกราฟ  $y_1$  (แนวตอบ : เพราะ  $a$  ของกราฟ  $y_2 < y_1$ )

9. นักเรียนดูรอบ ATTENTION ข้อมูลที่สำคัญที่นักเรียนควรรู้เพิ่มเติมดังนี้ กราฟของ  $y = a^x$ ,  $a > 0$  และ  $a \neq 0$  จะผ่านจุด  $(0, 1)$  เสมอ และถ้า  $0 < a < 1$  เมื่อ  $x$  มีค่าเพิ่มขึ้น  $y$  จะมีค่าลดลง

10. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ตัวอย่าง 38 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 2

11. ครูอธิบายสมบัติของเลขยกกำลังว่าถ้า  $a^x = a^y$  แล้ว  $x = y$

12. ครูอธิบายว่า “สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังข้อดังกล่าวมาใช้ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้”

13. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 39 ในหนังสือเรียน จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนดังนี้

- ข้อ 1) นักเรียนสามารถแก้สมการได้อย่างไร

(แนวตอบ : ทำฐานของเลขยกกำลังให้เป็นฐานเดียวกัน คือ ทำฐานให้เป็น 3 จากนั้น

แก้สมการหาค่าตัวแปร โดยใช้สมบัติของ  $a^x = a^y$  แล้ว  $x = y$ )

- ข้อ 2) นักเรียนสามารถแก้สมการได้อย่างไร

(แนวตอบ : ทำฐานของเลขยกกำลังให้เป็นฐานเดียวกัน คือ ทำฐานให้เป็น  $\frac{1}{7}$  จากนั้น

แก้สมการหาค่าตัวแปร โดยใช้สมบัติของ  $a^x = a^y$  แล้ว  $x = y$ )

14. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “สมบัติของเลขยกกำลังที่สำคัญที่ใช้ในตัวอย่างที่ 39 ในหนังสือเรียน

ข้อ 2) คือ  $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$  เมื่อ  $a$  แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ  $n$  แทนจำนวนเต็มบวก”

15. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ตัวอย่าง 39 ในหนังสือเรียน ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 3

16. ครูอธิบายว่าเราสามารถนำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้อีกด้วย

17. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา เช่น โจทย์เกี่ยวกับการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร การลดลงของปริมาณวัชพืชในสวนและการเพิ่มขึ้นของราคาน้ำมัน เป็นต้น

18. ครูถามคำถามนักเรียนว่า “ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมีลักษณะอย่างไร”

(แนวตอบ :  $y = a^x$ )

19. ครูยกตัวอย่างที่ 40 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันพร้อมแสดงวิธีทำ

20. ครูอธิบายว่า “โจทย์การเพิ่มขึ้นของประชากร เป็นโจทย์ที่นำความรู้ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยขั้นตอนแรกของการแก้โจทย์ปัญหาคือ การแทนค่าตัวแปรจากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้องจากนั้นแก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบ”

21. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 41 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน แล้วครูอธิบายว่า “โจทย์ในลักษณะนี้เป็นโจทย์ที่นำความรู้ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยขั้นตอนแรกของการแก้โจทย์ปัญหาคือ การแทนค่าตัวแปรจากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้อง จากนั้นแก้ระบบสมการตามปกติ”

22. ครูอธิบายว่า จากกิจกรรม “Journal Writing” โจทย์ที่ให้มาเป็นอัตราการเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้นเราสามารถเขียนแทนค่าสมการและหาคำตอบของสมการได้

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ตอบคำถามในกิจกรรม “Journal Writing” โดยครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยพร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

24. นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.4 เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน ลงในสมุด จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยพร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

### ชั่วโมงที่ 4

25. นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ให้นักเรียนหาโจทย์และศึกษาจากแหล่งการเรียนรู้ อินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล กลุ่มละ 5 โจทย์

26. นักเรียนแต่ละกลุ่มและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

27. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชันเป็นการบ้าน

### ขั้นสรุป

ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนี้

- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือฟังก์ชันที่อยู่รูปแบบใด

(แนวตอบ : ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = a^x$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$ )

- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือจำนวนใด

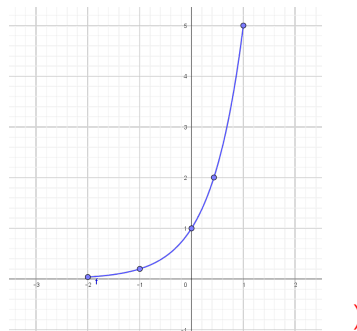
(แนวตอบ โดเมนเป็นจำนวนจริง และเรนจ์เป็นจำนวนจริงบวก)

- กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจะตัดแกนใดที่จุดใด และไม่ตัดแกนใด

(แนวตอบ กราฟจะตัดแกน Y ที่จุด  $(0, 1)$  และไม่มีจุดตัดแกน X)

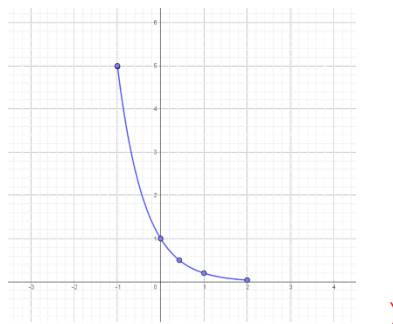
- นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชัน  $y = 5^x$  โดยที่  $-2 < x < 1$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชัน  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$  โดยที่  $-1 < x < 2$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



- นักเรียนสามารถแก้สมการ  $\left(\frac{8}{27}\right)^{x+2} = \left(\frac{9}{4}\right)$  หาค่า  $x$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $\left(\frac{8}{27}\right)^{x+2} = \left(\frac{9}{4}\right)$ )

$$\left( \left( \frac{2}{3} \right)^3 \right)^{x+2} = \left( \frac{3}{2} \right)^2$$

$$\left( \left( \frac{2}{3} \right)^3 \right)^{x+2} = \left( \left( \frac{3}{2} \right)^{-1} \right)^2$$

$$\left( \frac{2}{3} \right)^{3x+6} = \left( \frac{2}{3} \right)^{-2}$$

$$3x+6 = -2$$

$$x = \frac{-8}{3}$$

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) ฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียล	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.4	- แบบฝึกทักษะ 2.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมินการ นำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

อินเทอร์เน็ต

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 13

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

จำนวน 28 ชั่วโมง

เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได

เวลา 2 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลอย่างถูกต้องครบถ้วน (K)
2. สามารถบอกองค์ประกอบของกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (K)
3. สามารถเขียนกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (P)
4. สามารถแก้สมการจากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ (P)
5. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ (P)
6. รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

## 3. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันไดและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

## 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันขั้นบันได เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่า 2 ช่วง ซึ่งกราฟของฟังก์ชันนี้มีลักษณะคล้ายขั้นบันได ตัวอย่างของฟังก์ชันขั้นบันไดที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น อัตราค่าบริการไปรษณีย์ อัตราค่าจอดรถ และอัตราค่าจ้างแรงงาน เป็นต้น

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ความสามารถในการสื่อสาร</li> <li>2. ความสามารถในการคิด               <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ทักษะการเชื่อมโยง</li> <li>2) ทักษะการคิดหลากหลาย</li> </ol> </li> <li>3. ความสามารถในการแก้ปัญหา</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. มีวินัย รับผิดชอบ</li> <li>2. ใฝ่เรียนรู้</li> <li>3. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

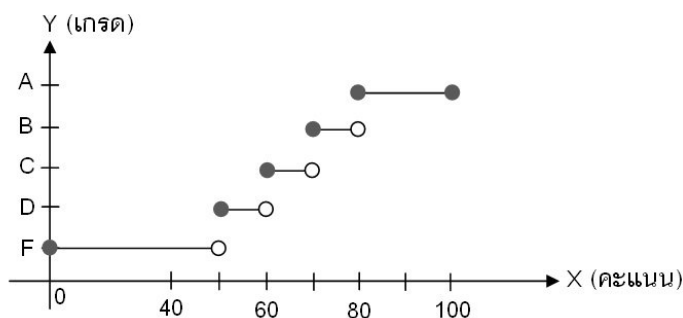
ขั้นนำ

1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เช่น การหาอัตราค่าบริการรถประจำทาง การหาอัตราค่าจอดรถและการหาอัตราค่าจ้างแรงงาน เป็นต้น โดยการหาคำตอบของโจทย์ในลักษณะนี้จะต้องใช้ความรู้ในเรื่องของฟังก์ชันขั้นบันได
2. ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่า ฟังก์ชันขั้นบันไดมีลักษณะกราฟเป็นอย่างไร”

(แนวตอบ : กราฟจะมีลักษณะคล้ายขั้นบันได เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง)

### ขั้นสอน

3. ครูอธิบายความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได โดยครูอธิบายว่า ฟังก์ชันขั้นบันได คือ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วงซึ่งกราฟของฟังก์ชันนี้มีลักษณะคล้ายขั้นบันไดดังนี้



4. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 42 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน โดยอธิบายว่า ขั้นตอนแรกควรเขียน  $f(x)$  เป็นช่วงต่าง ๆ ให้ครบถ้วนแล้วจึงลงจุดต่าง ๆ ในกราฟ

5. นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 43 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน แล้วตอบคำถามดังนี้

- จาก “ลองทำดู” กราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดจะมีทั้งหมดกี่ขั้น

(แนวตอบ : 5 ขั้น)

- นักเรียนสามารถเขียนฟังก์ชัน  $f(x)$  และแบ่งเป็นช่วงทั้งหมดได้กี่ช่วงที่เขียนเป็นอสมการ

(แนวตอบ : 5 ช่วง ได้แก่  $f(x) = 20$  เมื่อ  $0 < x \leq 1$

$$f(x) = 35 \text{ เมื่อ } 1 < x \leq 2$$

$$f(x) = 50 \text{ เมื่อ } 2 < x \leq 3$$

$$f(x) = 65 \text{ เมื่อ } 3 < x \leq 4$$

$$f(x) = 80 \text{ เมื่อ } 4 < x \leq 5)$$

6. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

### ชั่วโมงที่ 2

7. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถามคำถามนักเรียนดังนี้

อัตราค่าไปรษณียากร สำหรับส่งจดหมายในประเทศมีดังนี้

น้ำหนัก	ค่าส่ง (บาท)
ไม่เกิน 40 กรัม	2.00
เกิน 40 กรัม แต่ไม่เกิน 100 กรัม	3.00
เกิน 100 กรัม แต่ไม่เกิน 300 กรัม	5.00
เกิน 300 กรัม แต่ไม่เกิน 600 กรัม	7.00

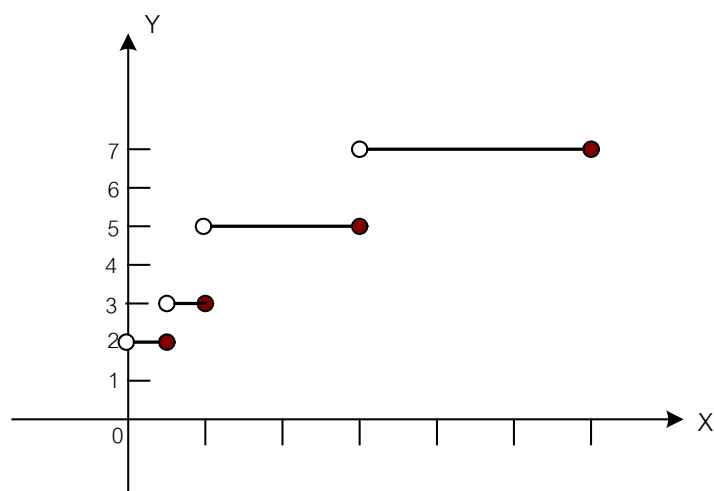
- จากโจทย์นักเรียนสามารถ กำหนด  $f(x)$  และ  $x$  ได้อย่างไร  
(แนวตอบ :  $f(x) =$  ราคาส่งจดหมาย และ  $x =$  น้ำหนักของจดหมาย)

- จากโจทย์นักเรียนสามารถเขียนฟังก์ชัน  $f(x)$  ได้อย่างไร

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 40 \\ 3 & \text{เมื่อ } 40 < x \leq 100 \\ 5 & \text{เมื่อ } 100 < x \leq 300 \\ 7 & \text{เมื่อ } 300 < x \leq 600 \end{cases}$$

- จากโจทย์นักเรียนสามารถเขียนกราฟฟังก์ชัน  $f(x)$  ได้อย่างไร

(แนวตอบ :



8. ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันไดดังนี้

- ฟังก์ชันขั้นบันได มีลักษณะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ : ฟังก์ชันขั้นบันได คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ มากกว่าสองช่วง)

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันขั้นบันไดในรูป  $f(x)$

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย ตามพื้นฐานความรู้ เช่น

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{เมื่อ } 0 < x < 4 \leq \\ 4 & \text{เมื่อ } 4 < x < 8 \leq \\ 5 & \text{เมื่อ } 8 < x < 12 \leq \end{cases}$$

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันขั้นบันไดที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน

(แนวตอบ : นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายตามพื้นฐานความรู้ เช่น อัตราค่าบริการไปรษณีย์ภัณฑ์ ประเภทต่างๆ เช่น จดหมาย พัสดุ พัสดุไปรษณีย์ เป็นต้น อัตราค่าธรรมเนียมในการส่งธนาณัติ และอัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา)

9. นักเรียนทำชิ้นงาน เรื่อง ฟังก์ชัน, ใบงานที่ 2.10.1 เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันไดและแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน เป็นการบ้าน

## ขั้นสรุป

10. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน

11. ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- คู่อันดับ (a, b) และ (c, d) จะเท่ากันเมื่อไร

(แนวตอบ : เมื่อ  $a = c$  และ  $b = d$ )

- ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ : เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย  $A \times B$ )

- ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร

(แนวตอบ :  $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$ )

- ให้ r เป็นความสัมพันธ์ A ไป B โดเมนของ r มีความหมายว่าอย่างไร และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร

(แนวตอบ : โดเมนของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดใน r เขียนแทนด้วย  $D_r$  เขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้  $D_r = \{x \in A \mid \text{มี } y \in B \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$ )

- ให้ r เป็นความสัมพันธ์ A ไป B เรนจ์ของ r มีความหมายว่าอย่างไร และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร

(แนวตอบ : เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดใน r เขียนแทนด้วย  $R_r$  เขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้  $R_r = \{y \in B \mid \text{มี } x \in A \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$ )

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	- ตรวจสอบแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้			
1) ฟังก์ชันขั้นบันได	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.5 - ตรวจสอบงานที่ 2.10.1	- แบบฝึกทักษะ 2.5 - ใบงานที่ 2.10.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
4) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันชั้นบันได
- 3) แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน
- 4) ใบงานที่ 2.10.1 เรื่อง ฟังก์ชันชั้นบันได

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

**บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน**

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลิรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

## ใบงานที่ 2.10.1

## เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชันที่กำหนดให้	กราฟของฟังก์ชัน
1	$f(x) = \begin{cases} 2, & 0 < x \leq 20 \\ 3, & 20 < x \leq 100 \\ 5, & 100 < x \leq 250 \\ 9, & 250 < x \leq 500 \\ 16, & 500 < x \leq 1000 \\ 30, & 1000 < x \leq 2000 \end{cases}$	
2	$f(x) = \begin{cases} 4, & 0 < x \leq 6 \\ 6, & 6 < x \leq 8 \\ 8, & 8 < x \leq 10 \end{cases}$	
3	$f(x) = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 6 \\ 10, & 6 < x \leq 8 \end{cases}$	

## ใบงานที่ 2.10.1

## เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได

**คำชี้แจง :** จงตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชันที่กำหนดให้	กราฟของฟังก์ชัน
1	$f(x) = \begin{cases} 2, & 0 < x \leq 20 \\ 3, & 20 < x \leq 100 \\ 5, & 100 < x \leq 250 \\ 9, & 250 < x \leq 500 \\ 16, & 500 < x \leq 1000 \\ 30, & 1000 < x \leq 2000 \end{cases}$	
2	$f(x) = \begin{cases} 4, & 0 < x \leq 6 \\ 6, & 6 < x \leq 8 \\ 8, & 8 < x \leq 10 \end{cases}$	
3	$f(x) = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 6 \\ 10, & 6 < x \leq 8 \end{cases}$	

**ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)****เรื่อง ฟังก์ชัน****โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น**

การให้บริการเครื่องออกกำลังกายที่เด็กชายปลื้ม เป็นสมาชิก มีค่าใช้จ่ายเกิดขึ้น 2 จุด คือ ค่าบำรุงรายเดือนเดือนละ 250 บาท และค่าเข้าใช้บริการครั้งละ 30 บาท จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ค่าใช้จ่ายรวมต่อเดือนเขียนเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นได้อย่างไร
2. เดือนมีนาคม เด็กชายปลื้มเข้าใช้บริการ 8 ครั้งต้องเสียค่าใช้จ่ายกี่บาท
3. เดือนเมษายน เด็กชายปลื้มเสียค่าใช้จ่ายรวม 610 บาท เด็กชายปลื้มเข้าใช้บริการกี่ครั้ง

## ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

## เรื่อง ฟังก์ชัน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น

การให้บริการเครื่องออกกำลังกายที่เด็กชายปลื้ม เป็นสมาชิก มีค่าใช้จ่ายเกิดขึ้น 2 จุด คือ ค่าบำรุงรายเดือนเดือนละ 250 บาท และค่าเข้าใช้บริการครั้งละ 30 บาท จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ค่าใช้จ่ายรวมต่อเดือนเขียนเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นได้อย่างไร
2. เดือนมีนาคม เด็กชายปลื้มเข้าใช้บริการ 8 ครั้งต้องเสียค่าใช้จ่ายกี่บาท
3. เดือนเมษายน เด็กชายปลื้มเสียค่าใช้จ่ายรวม 610 บาท เด็กชายปลื้มเข้าใช้บริการกี่ครั้ง

**วิธีทำ** 1. ค่าใช้จ่ายรวมต่อเดือนเขียนเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นได้อย่างไร

กำหนดให้  $x$  คือ จำนวนครั้งที่ใช้บริการ

กำหนดให้  $y$  คือ ค่าใช้จ่ายรวมต่อเดือน

$$\text{จะได้ } y=30x+250$$

2. เดือนมีนาคม เด็กชายปลื้มเข้าไปใช้บริการ 8 ครั้งต้องเสียค่าใช้จ่ายกี่บาท

$$y=30x+250$$

$$y=30(8)+250$$

$$y=490$$

เพราะฉะนั้นเดือนมีนาคม เด็กชายปลื้มเสียค่าใช้จ่าย 490 บาท

3. เดือนเมษายน เด็กชายปลื้มเสียค่าใช้จ่ายรวม 610 เด็กชายปลื้มเข้าใช้บริการกี่ครั้ง

$$y=30x+250$$

$$610=30x+250$$

$$30x=360$$

$$x=12$$

เพราะฉะนั้นเดือนเมษายน เด็กชายปลื้มใช้บริการ 12 ครั้ง

## ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

## เรื่อง ฟังก์ชัน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง

ต้องการนำรั้วที่มีความยาว 1,000 เมตร มาล้อมรอบบริเวณบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านหนึ่งอยู่ที่ติดกับแม่น้ำซึ่งไม่ต้องล้อมรั้ว จงหาความกว้างและความยาวของบริเวณบ้านที่สามารถล้อมรั้วแล้วได้พื้นที่มากที่สุดและพื้นที่มีค่าเป็นเท่าใด

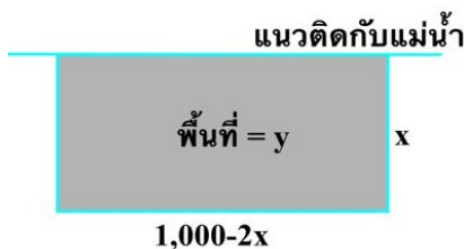
## ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)

### เรื่อง ฟังก์ชัน

#### โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง

ต้องการนำรั้วที่มีความยาว 1,000 เมตร มาล้อมรอบบริเวณบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านหนึ่งอยู่ที่ติดกับแม่น้ำซึ่งไม่ต้องล้อมรั้ว จงหาความกว้างและความยาวของบริเวณบ้านที่สามารถล้อมรั้วแล้วได้พื้นที่มากที่สุดและพื้นที่มีค่าเป็นเท่าใด

**วิธีทำ** จากโจทย์เราสามารถวาดแผนผังพื้นที่ได้ดังนี้



ให้ความกว้างของพื้นที่เป็น  $x$  เมตรจะได้ความยาวของบริเวณบ้านเป็น  $1,000-2x$  เมตร แล้วพื้นที่บริเวณบ้านเป็น  $y=f(x)$  ตารางเมตร

สร้างความสัมพันธ์ระหว่าง  $x$  กับ  $y=f(x)$

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = ความกว้าง  $\times$  ความยาว

$$f(x) = x(1,000-2x)$$

$$f(x) = 1,000x - 2x^2$$

$$f(x) = -2x^2 + 1,000x$$

$$f(x) = -2(x^2 - 500x + 62500) + 125000$$

$$f(x) = -2(x - 250)^2 + 125000$$

แต่เนื่องจากกราฟของฟังก์ชันกำลังสองนี้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งลงด้านล่าง เพราะ  $a < 0$  จึงเกิดมีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ทำให้เกิดจุดวกกลับของกราฟเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ที่  $(250, 125000)$

ดังนั้น ความกว้างของบริเวณบ้านคือ 250 เมตร ความยาวบริเวณบ้านคือ  $1000-2(250)=500$  เมตร จะทำให้พื้นที่บริเวณบ้านมีมากที่สุดจะได้เป็น 125000 ตารางเมตร

## ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)

## เรื่อง ฟังก์ชัน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

สารเคมีชนิดหนึ่งจะสลายตัวอยู่ตลอดเวลาโดยความเข้มข้นของสารจะลงกว่าเดิม 10% ในทุก ๆ วัน ถ้าหากเวลาผ่านไป 3 วัน สารลดความเข้มข้นลงเหลือ 50 หน่วยแล้ว สารเคมีนี้มีความเข้มข้นขณะเริ่มต้นเท่ากับ กี่หน่วย (โดยกำหนดสมการเริ่มต้นเป็น  $y = ab^x$ )

## ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)

## เรื่อง ฟังก์ชัน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

สารเคมีชนิดหนึ่งจะสลายตัวอยู่ตลอดเวลาโดยความเข้มข้นของสารจะลงกว่าเดิม 10% ในทุก ๆ วัน ถ้าหากเวลาผ่านไป 3 วัน สารลดความเข้มข้นลงเหลือ 50 หน่วยแล้ว สารเคมีนี้มีความเข้มข้นขณะเริ่มต้นเท่ากับ กี่หน่วย (โดยกำหนดสมการเริ่มต้นเป็น  $y = ab^x$ )

**วิธีทำ**

ให้  $a$  คือปริมาณสารเคมีเริ่มต้น,  $b$  เป็นอัตราส่วนที่คูณในแต่ละครั้ง,  $x$  เป็นจำนวนครั้งของการคูณ และ  $y$  เป็นปริมาณที่เป็นผลลัพธ์

จากสมการ  $y = ab^x$  ในที่นี้ ไม่ทราบค่า  $a$  แต่โจทย์กำหนดให้  $b$  เป็นอัตราส่วนที่ลดลงจากเดิม 10 % นั่นคือจะได้ว่า ถ้ามีสารเคมีเริ่มต้น 100 หน่วย จะถูกลดลงไป 10 หน่วย เหลือสารเคมี 90 หน่วยนั่นเอง ทำให้ได้อัตราส่วน

เป็น  $b = \frac{90}{100} = 0.9$  นั่นเอง และเมื่อ  $x=3$  วัน ,  $y=50$  หน่วย

จึงแทนค่าได้ว่า  $50 = a(0.9)^3$  ดังนั้น  $a = \frac{50}{(0.9)^3} = \frac{50}{0.729} \approx 68.6$  หน่วย

แสดงว่า สารนี้มีความเข้มข้นขณะเริ่มต้นประมาณ 68.6 หน่วย

## ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)

## เรื่อง ฟังก์ชัน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันขั้นบันได

กำหนดตารางแสดงค่าบริการไปรษณีย์ภายในประเทศ (ประเภทสิ่งตีพิมพ์) ดังนี้

น้ำหนัก(กรัม)	อัตราค่าบริการ(บาท)
ไม่เกิน 50 กรัม	2
เกิน 50 แต่ไม่เกิน 100	3
เกิน 100 แต่ไม่เกิน 250	4
เกิน 250 แต่ไม่เกิน 500	6
เกิน 500 แต่ไม่เกิน 1,000	10
เกิน 1,000 แต่ไม่เกิน 2,000	16

ถ้าให้  $x$  แทนน้ำหนัก และ  $y$  แทนอัตราค่าบริการ ถามว่ากราฟของฟังก์ชันนี้จะมีลักษณะเป็นอย่างไร

## ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)

### เรื่อง ฟังก์ชัน

#### โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันขั้นบันได

กำหนดตารางแสดงค่าบริการไปรษณีย์ภายในประเทศ (ประเภทสิ่งตีพิมพ์) ดังนี้

น้ำหนัก(กรัม)	อัตราค่าบริการ(บาท)
ไม่เกิน 50 กรัม	2
เกิน 50 แต่ไม่เกิน 100	3
เกิน 100 แต่ไม่เกิน 250	4
เกิน 250 แต่ไม่เกิน 500	6
เกิน 500 แต่ไม่เกิน 1,000	10
เกิน 1,000 แต่ไม่เกิน 2,000	16

ถ้าให้  $x$  แทนน้ำหนัก และ  $y$  แทนอัตราค่าบริการ ถามว่ากราฟของฟังก์ชันนี้จะมีลักษณะเป็นอย่างไร

#### วิธีทำ

