

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชา ค33206 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

นางพวงพิศ นาไชยโย

โรงเรียนสตรีศึกษา อำเภอเมืองร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ



คณิตศาสตร์ ม.6

เล่ม 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

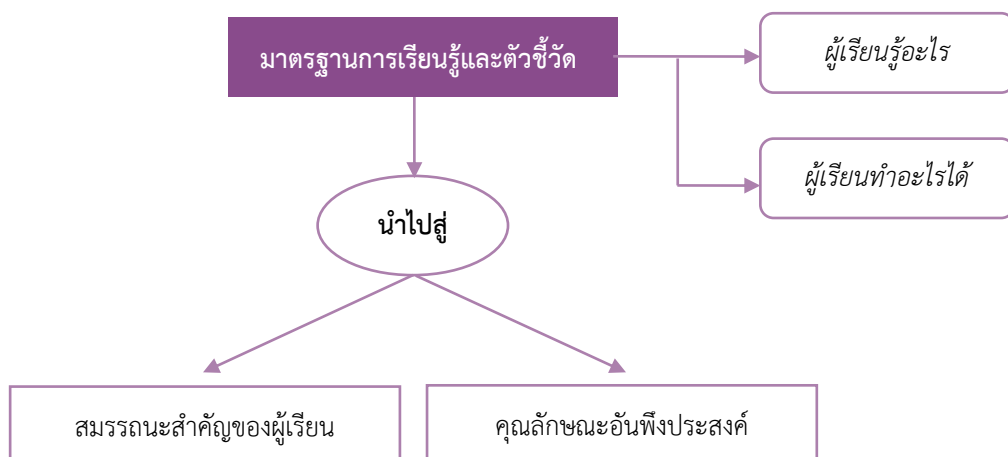
ตามที่กระทรวงศึกษาธิการ ได้ประกาศใช้**มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)** ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อให้สถานศึกษานำไปใช้เป็นกรอบทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษา วางแผนการจัดการเรียนการสอนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามเป้าหมายของหลักสูตร ตลอดจนให้เกิดผลสำเร็จตามเจตนารมณ์ของการปฏิรูปการศึกษา ดังนั้น ขั้นตอนการนำหลักสูตรสถานศึกษาไปปฏิบัติจริงในชั้นเรียนของครูผู้สอน จึงจัดเป็นหัวใจสำคัญในการพัฒนาผู้เรียน

คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีศึกษา ได้จัดทำ**แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2** ขึ้น เพื่อให้ครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางวางแผนจัดการเรียนรู้แก่ผู้เรียน โดยจัดทำเป็นหน่วยการเรียนรู้อิงมาตรฐานและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการออกแบบย้อนกลับ (Backward Design) ตลอดจนเน้นกิจกรรมแบบ Active Learning อันจะช่วยให้ผู้ปกครองและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการประเมินคุณภาพการศึกษา สามารถมั่นใจในผลการเรียนรู้และคุณภาพของผู้เรียนที่มีหลักฐานตรวจสอบผลการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ

ผู้สอนสามารถนำแผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ ไปเป็นแนวทางวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบการใช้หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 ที่ทางบริษัทจัดพิมพ์จำหน่าย โดยทั้งนี้การออกแบบการเรียนรู้ (Instructional Design) ได้ดำเนินการตามกระบวนการ ดังนี้

1 หลักการจัดการเรียนรู้อิงมาตรฐาน

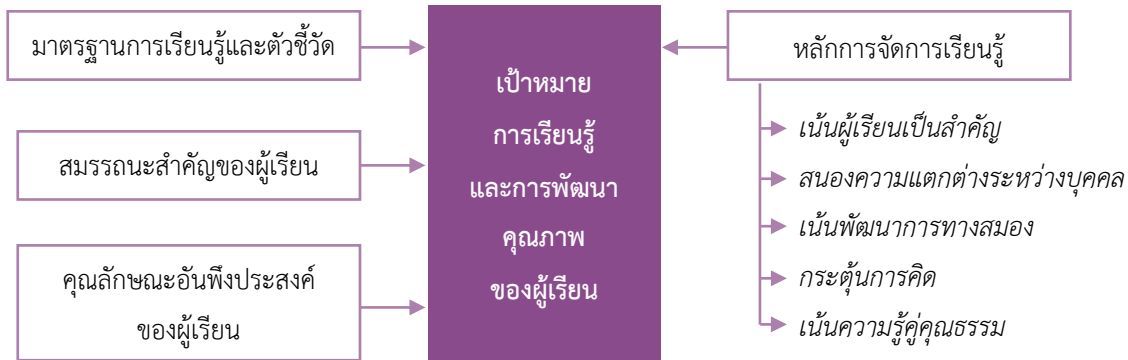
หน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยจะกำหนดผลการเรียนรู้ไว้เป็นเป้าหมายในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนจะต้องศึกษาและวิเคราะห์รายละเอียดของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดทุกข้อว่า ระบุให้ผู้เรียนต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องอะไร และต้องสามารถลงมือปฏิบัติอะไรได้บ้าง และมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนจะนำไปสู่การเสริมสร้างสมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ด้านใดแก่ผู้เรียน



2

หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

เมื่อผู้สอนวิเคราะห์รายละเอียดของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด และได้กำหนดเป้าหมายการจัดการเรียนการสอนเรียบร้อยแล้ว จึงกำหนดขอบข่ายสาระการเรียนรู้และแนวทางการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ออกแบบไว้จนบรรลุมาตรฐานและตัวชี้วัดทุกข้อ



3

หลักการบูรณาการกระบวนการเรียนรู้สู่ผลการเรียนรู้

เมื่อผู้สอนกำหนดขอบข่ายสาระการเรียนรู้และแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้แล้ว จึงกำหนดรูปแบบการเรียนการสอนและกระบวนการเรียนรู้ ที่จะฝึกฝนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด โดยเลือกใช้กระบวนการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เป็นเป้าหมายในหน่วยนั้น ๆ เช่น กระบวนการเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง กระบวนการเผชิญสถานการณ์และการแก้ปัญหา กระบวนการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง กระบวนการพัฒนาลักษณะนิสัย กระบวนการปฏิบัติ กระบวนการคิดวิเคราะห์อย่างมีวิจารณญาณ กระบวนการทางสังคม ฯลฯ กระบวนการเรียนรู้ที่มอบหมายให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัตินั้นจะต้องนำไปสู่การเสริมสร้างสมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนตามสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

4

หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

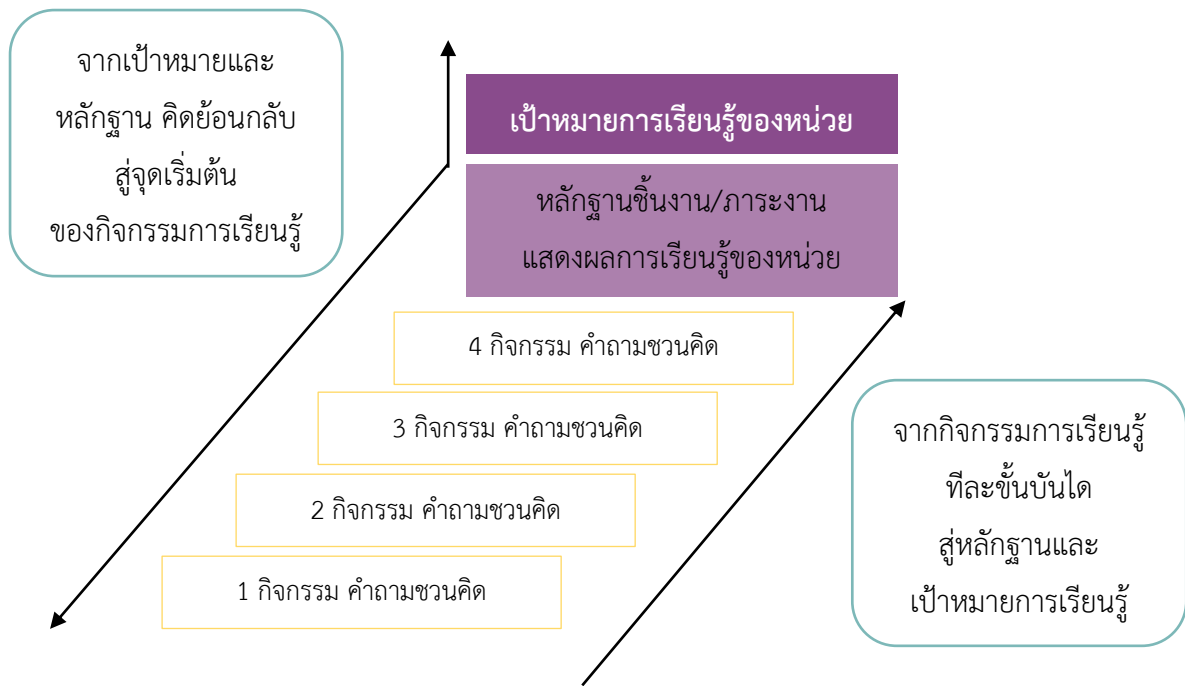
การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละหน่วย ผู้สอนต้องกำหนดขั้นตอนและวิธีปฏิบัติให้ชัดเจน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือฝึกฝนและฝึกปฏิบัติมากที่สุด ตามแนวคิดและวิธีการสำคัญ คือ

- 1) **การเรียนรู้** เป็นกระบวนการทางสติปัญญา ที่ผู้เรียนทุกคนต้องใช้สมองในการคิดและทำความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ร่วมกับการลงมือปฏิบัติ ทดลองค้นคว้า จนสามารถสรุปเป็นความรู้ได้ด้วยตนเองและสามารถนำเสนอผลงาน แสดงองค์ความรู้ที่เกิดขึ้นในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้

- 2) **การสอน** เป็นการเลือกวิธีการหรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ และที่สำคัญ คือ ต้องเป็นวิธีการที่สอดคล้องกับสภาพผู้เรียน ผู้สอนจึงต้องเลือกใช้วิธีการสอน เทคนิคการสอน และรูปแบบการสอนอย่างหลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างราบรื่นจนบรรลุตัวชี้วัดทุกข้อ
- 3) **รูปแบบการสอน** ควรเป็นวิธีการและขั้นตอนฝึกปฏิบัติที่ส่งเสริมหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างเป็นระบบ เช่น รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) รูปแบบการสอนโดยใช้การคิดแบบโยนิโสมนสิการ รูปแบบการสอนแบบ CIPPA Model รูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้แบบ 4MAT รูปแบบการเรียนการสอนแบบร่วมมือ เทคนิค JIGSAW, STAD, TAI, TGT
- 4) **วิธีการสอน** ควรเลือกใช้วิธีการสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหาของบทเรียน ความถนัด ความสนใจ และสภาพปัญหาของผู้เรียน วิธีสอนที่ดีจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถบรรลุผลการเรียนรู้ตามในระดับผลสัมฤทธิ์ที่สูง เช่น วิธีการสอนแบบบรรยาย การสาธิต การทดลอง การอภิปรายกลุ่มย่อย การแสดงบทบาทสมมติ การใช้กรณีตัวอย่าง การใช้สถานการณ์จำลอง การใช้ศูนย์การเรียนรู้ การใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เป็นต้น
- 5) **เทคนิคการสอน** ควรเลือกใช้เทคนิคการสอนที่สอดคล้องกับวิธีการสอน และช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนได้ง่ายขึ้น สามารถกระตุ้นความสนใจและจูงใจให้ผู้เรียนร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น เทคนิคการใช้ผังกราฟิก (Graphic Organizers) เทคนิคการเล่นิทาน การเล่นเกม เทคนิคการใช้คำถาม การใช้ตัวอย่างกระตุ้นความคิด การใช้สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เป็นต้น
- 6) **สื่อการเรียนการสอน** ควรเลือกใช้สื่อหลากหลายกระตุ้นความสนใจ และทำความเข้าใจเนื้อหาสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และเป็นเครื่องมือช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตัวชี้วัดอย่างราบรื่น เช่น สื่อสิ่งพิมพ์ เอกสารประกอบการสอน แอปพลิเคชัน แผ่นสไลด์ คอมพิวเตอร์ VCD LCD Visualizer เป็นต้น ควรเตรียมสื่อให้ครอบคลุมทั้งสื่อการสอนของครูและสื่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

5 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบย้อนกลับตรวจสอบ

เมื่อผู้สอนวางแผนออกแบบการจัดการเรียนรู้ รวมถึงกำหนดรูปแบบการเรียนการสอนไว้เรียบร้อยแล้ว จึงนำเทคนิควิธีการสอน วิธีจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ไปลงมือจัดการเรียนการสอน ซึ่งจะนำผู้เรียนไปสู่การสร้างชิ้นงานหรือภาระงาน เกิดทักษะกระบวนการและสมรรถนะสำคัญตามธรรมชาติวิชา รวมทั้งคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เป็นเป้าหมายของหน่วยการเรียนรู้ ตามลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ดังนี้



การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ นอกจากจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงแล้ว จะต้องฝึกฝนกระบวนการคิดทุกขั้นตอน โดยใช้เทคนิคการตั้งคำถามกระตุ้นความคิด และใช้ระดับคำถามให้สัมพันธ์กับเนื้อหาการเรียนรู้ ตั้งแต่ระดับความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสร้างสรรค์ นอกจากจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจบทเรียนอย่างลึกซึ้งแล้วยังเป็นการเตรียมความพร้อมเพื่อสอบ O-NET ซึ่งเป็นการทดสอบระดับชาติที่เน้นกระบวนการคิดระดับวิเคราะห์ด้วย และในแต่ละแผนการเรียนรู้จึงมีการระบุคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียนไว้ด้วยทุกกิจกรรม ผู้เรียนจะได้ฝึกฝนวิธีการทำข้อสอบ O-NET ควบคู่ไปกับการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่สำคัญ

ทั้งนี้การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยจะครอบคลุมกิจกรรมการเรียนรู้ และการประเมินผลด้านความรู้ความเข้าใจ (K) ด้านทักษะกระบวนการ (P) และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางฯ การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 พร้อมทั้งออกแบบเครื่องมือการวัดและประเมินผลตลอดจนแบบบันทึกผลการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ไว้ครบถ้วน สอดคล้องกับมาตรฐานด้านคุณภาพผู้เรียน เช่น แบบบันทึกผลด้านการคิดวิเคราะห์ ด้านการอ่านและแสวงหาความรู้ ด้านสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามหลักสูตร เป็นต้น ผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และใช้ประกอบการจัดทำรายงานการประเมินตนเอง (Self Assessment Reports) จึงมั่นใจอย่างยิ่งว่า การนำแผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ไปเป็นแนวทางจัดการเรียนการสอนจะช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นตามมาตรฐานการศึกษา และการประกันคุณภาพภายในสถานศึกษาทุกประการ

คณะผู้จัดทำ

	หน้า
สรุปหลักสูตรฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	พิเศษ 1-2
ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	พิเศษ 3-4
คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2	พิเศษ 5
โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ ชั้น ม.6 เล่ม 2	พิเศษ 6
Pedagogy	พิเศษ 7
โครงสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2	พิเศษ 8-12
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สถิติและข้อมูล	21
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความถี่แบบตาราง	36
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ	59
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	75
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 มัชฐาน	101
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ฐานนิยม และการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ	124
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์	143
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	153
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่	169
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ จากกราฟ	193
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)	206
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)	228
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 การวัดการกระจายสัมพัทธ์	249
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล	268

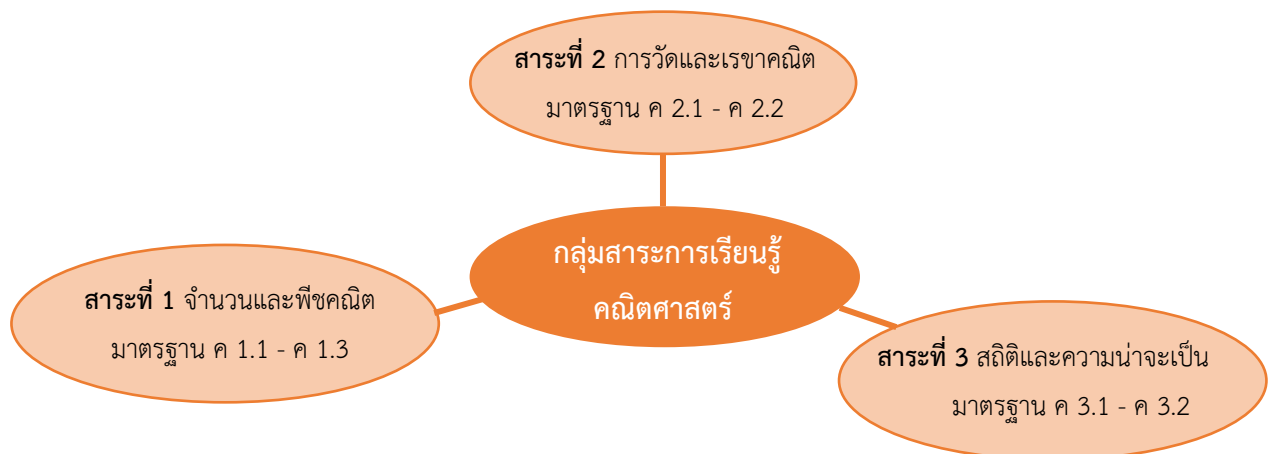
	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น	290
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ตัวแปรสุ่ม	311
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	321
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	342
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	359
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	377
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	404
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	423
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	442
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	457
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง	479
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 การแจกแจงทวินาม (1)	496
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 การแจกแจงทวินาม (2)	519
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)	533
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)	551
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15 การแจกแจงปกติ (1)	570
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16 การแจกแจงปกติ (2)	589

สรุปหลักสูตรฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ *

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดเป็น 3 สาระ ดังแผนภาพต่อไปนี้



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม - สาระจำนวนและพีชคณิต - สาระการวัดและเรขาคณิต - สาระสถิติและความน่าจะเป็น - สาระแคลคูลัส

* สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551. (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2560)



ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม *

สาระจำนวนและพีชคณิต

2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.6	- ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก - หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต - หาผลบวกอนุกรมอนันต์ - เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้	ลำดับและอนุกรม - ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ - ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต - ลิมิตของลำดับอนันต์ - อนุกรมจำกัดและอนุกรมอนันต์ - อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต - ผลบวกอนุกรมอนันต์ - การนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ในการแก้ปัญหามูลค่าของเงินและค่ารายงวด

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

1. เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.6	หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น - การแจกแจงเอกรูป - การแจกแจงทวินาม - การแจกแจงปกติ

สารเคลือบ

1. เข้าใจลัทธิและความคิดของฟงก์ชัน อนุพันธ์ของฟงก์ชัน และปริพันธ์ของฟงก์ชัน และนำไปใช้

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.6	- ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนดให้ - หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา - หาปริพันธ์ ไม่จำกัดเขตและจำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา	แคลคูลัสเบื้องต้น - ลิ้มิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน - อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต - ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

*สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์** (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551. (กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2560)

คำอธิบายรายวิชา

คณิตศาสตร์

รายวิชาเพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

เวลา 80 ชั่วโมง/ภาคเรียน

ศึกษาความรู้เกี่ยวกับสถิติและข้อมูล การแจกแจงความถี่แบบตาราง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานฐานนิยม และการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ จากกราฟ การวัดการกระจายสัมบูรณ์ ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล ตัวแปรสุ่ม การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงทวินาม การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง และการแจกแจงปกติ

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และความเชื่อมั่นในตนเอง

ผลการเรียนรู้

1. ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ
2. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

รวม 2 ผลการเรียนรู้

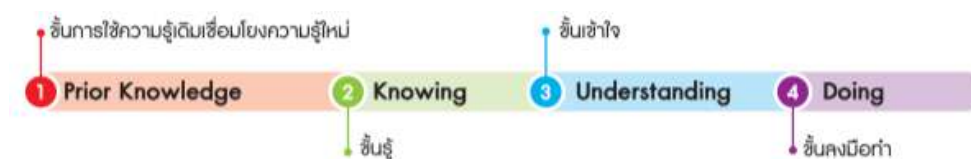
โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ ชั้น ม.6 เล่ม 2

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา (ชม.)
1	การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น	ประยุกต์ใช้ความรู้ ทางสถิติในการนำเสนอ ข้อมูลและแปลความหมาย ของค่าสถิติเพื่อประกอบ การตัดสินใจ	การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นประกอบด้วย สถิติและข้อมูล คือ ความหมายของสถิติ ประเภทของสถิติ ประเภทของข้อมูล การ นำเสนอข้อมูลซึ่งประกอบด้วย การแจกแจง ความถี่แบบตาราง และการแจกแจงความถี่ แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ การวัดค่ากลางของ ข้อมูลซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธย ฐาน ฐานนิยม การวัดตำแหน่งของข้อมูลซึ่ง ประกอบด้วย ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ การหาควอร์ ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูลที่มีการ แจกแจงความถี่ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์จากกราฟ การวัดการกระจาย ของข้อมูลซึ่งประกอบไปด้วยการวัดการ กระจายสัมบูรณ์ การวัดการกระจายสัมพัทธ์ และความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และ การกระจายข้อมูล	40
2	การแจกแจง ความน่าจะเป็น	หาความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์ที่เกิดจาก ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง เอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา	การแจกแจงความน่าจะเป็นประกอบด้วย ตัวแปรสุ่ม การแจกแจงความน่าจะเป็นของ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องและชนิดต่อเนื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม ชนิดไม่ต่อเนื่องและชนิดต่อเนื่อง ค่าคาดหวัง ของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องและชนิดต่อเนื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และชนิดต่อเนื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงทวินาม การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง และการแจกแจงปกติ	40

Pedagogy

สื่อการเรียนรู้รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 ผู้จัดทำได้ออกแบบการสอน (Instructional Design) อันเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้และเทคนิคการสอนที่เปี่ยมด้วยประสิทธิภาพและมีความหลากหลายให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รวมถึงสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนที่หลักสูตรกำหนดไว้ โดยครูสามารถนำไปใช้สำหรับจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้อย่างเหมาะสม สำหรับ Pedagogy หลักที่นำมาใช้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย

รูปแบบการสอน Concept Based Teaching



เลือกใช้รูปแบบการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : Concept Based Teaching เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิต โดยอาศัยหลักการและความคิดรวบยอดต่าง ๆ เพื่อประยุกต์ใช้ ดังนั้น Concept Based Teaching เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำพาผู้เรียน เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ มีทักษะ และเกิดความคิดรวบยอด ผลของการจัดการเรียนการสอนในลักษณะนี้ จะทำให้ผู้เรียนได้ความรู้ และมีทักษะในการ ค้นหาความคิดรวบยอด ซึ่งจะเป็ทักษะสำคัญที่ติดตัวผู้เรียนไปตลอดชีวิต

วิธีการสอน (Teaching Method)

เลือกใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย เช่น อุปนัย นิรนัย สาธิต แก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และเกิดความเข้าใจ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ โดยจะเน้นใช้วิธีสอนแบบอุปนัย (Inductive Method) เนื่องจากเป็นการสอนที่ผู้เรียนจะได้ค้นหาสิ่งที่มีอยู่ร่วมกัน จากตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสนับสนุนกับการจัดการเรียนการสอนแบบ Concept Based Teaching ที่ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการ ซึ่งทำให้ได้ความคิดรวบยอดที่สำคัญ

เทคนิคการสอน (Teaching Technique)

เลือกใช้เทคนิคสอนที่หลากหลายและเหมาะสมกับเรื่องที่เรียน เช่น การใช้คำถาม การใช้ตัวอย่างกระตุ้นความคิด การใช้แผนภาพ การใช้สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เพื่อส่งเสริมวิธีการสอนและรูปแบบการสอนให้มีประสิทธิภาพ ในการจัดการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความสุข และสามารถฝึกฝนทักษะการเรียนรู้ ในศตวรรษที่ 21 ได้

โครงสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2

เวลา 80 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
1. การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น	แผนที่ 1 สถิติและข้อมูล	แบบนิรนัย (Deductive Method)	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการจำแนกประเภท 3. ทักษะการให้เหตุผล 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 1.1 เรื่อง สถิติและข้อมูล 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.1 3. ประเมินการนำเสนอผลงาน 4. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 6. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 2 การแจกแจงความถี่ แบบตาราง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการวิเคราะห์ 4. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	1. ตรวจใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแจกแจงความถี่ แบบตาราง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 3. ตรวจ Exercise 1.2 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3
	แผนที่ 3 การแจกแจงความถี่ แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการวิเคราะห์ 3. ทักษะการรวบรวมข้อมูล 4. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	1. ตรวจใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแจกแจงความถี่ แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 3. ตรวจ Exercise 1.2 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน	3

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
				5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการวิเคราะห์ 4. ทักษะการรวบรวมข้อมูล	1. ตรวจใบงานที่ 1.4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ก 3. ตรวจ Exercise 1.3 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	5
	แผนที่ 5 มัธยฐาน	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการให้เหตุผล 4. ทักษะการวิเคราะห์ 5. ทักษะการรวบรวมข้อมูล	1. ตรวจใบงานที่ 1.5 เรื่อง มัธยฐาน 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ข 3. ตรวจ Exercise 1.3 B 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3
	แผนที่ 6 ฐานนิยม และ การใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการให้เหตุผล 4. ทักษะการวิเคราะห์ 5. ทักษะการรวบรวมข้อมูล	1. ตรวจใบงานที่ 1.6 เรื่อง ฐานนิยม 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ค 3. ตรวจ Exercise 1.3 C 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	3

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
			6. ทักษะการสรุปอ้างอิง 7. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 7 คอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์	Concept Based Teaching	1. ทักษะการสังเกต 2. ทักษะการระบุ	1. ตรวจใบงานที่ 1.7 เรื่อง คอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ 2. ประเมินการนำเสนอผลงาน 3. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 4. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 5. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 8 การหาคอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล ที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 1.8 เรื่อง การหาคอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4 3. ประเมินการนำเสนอผลงาน 4. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 5. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 9 การหาคอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล ที่มีการแจกแจงความถี่	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 1.9 เรื่อง การหาคอว์รีไท์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4 3. ตรวจ Exercise 1.4 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
	แผนที่ 10 การหาควอรัเทิล์ เดไซด์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 1.10 เรื่อง การหาควอรัเทิล์ เดไซด์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4 3. ประเมินการนำเสนอผลงาน 4. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 5. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 11 การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (1)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการให้เหตุผล 3. ทักษะการวิเคราะห์ 4. ทักษะการสรุปอ้างอิง 5. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	1. ตรวจใบงานที่ 1.11 เรื่อง การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (1) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ก 3. ตรวจ Exercise 1.5 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	4
	แผนที่ 12 การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (2)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการวิเคราะห์ 3. ทักษะการสรุปอ้างอิง	1. ตรวจใบงานที่ 1.12 เรื่อง การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (2) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ข 3. ตรวจ Exercise 1.5 B 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
	แผนที่ 13 การวัดการกระจาย สัมพัทธ์	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการให้เหตุผล 3. ทักษะการวิเคราะห์ 4. ทักษะการสรุปอ้างอิง	1. ตรวจใบงานที่ 1.13 เรื่อง การวัดการกระจาย สัมพัทธ์ 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ค 3. ตรวจ Exercise 1.5 C 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3
	แผนที่ 14 ความสัมพันธ์ระหว่าง การแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และ การกระจายของข้อมูล	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคล่อง 2. ทักษะการให้เหตุผล 3. ทักษะการวิเคราะห์ 4. ทักษะการรวบรวมข้อมูล 5. ทักษะการสรุปอ้างอิง 6. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	1. ตรวจใบงานที่ 1.14 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่าง การแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของ ข้อมูล 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ง 3. ตรวจ Exercise 1.5 D 4. ตรวจแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 5. ตรวจชิ้นงานโพลของฉันทน์ 6. ตรวจแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 7. ประเมินการนำเสนอผลงาน 8. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 9. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 10. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	4

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
2. การแจกแจง ความน่าจะเป็น	แผนที่ 1 ตัวแปรสุ่ม	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการจำแนกประเภท 3. ทักษะการให้เหตุผล 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.1 เรื่อง ตัวแปรสุ่ม 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ก 3. ตรวจ Exercise 2.1 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 2 การแจกแจง ความน่าจะเป็นของ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคํล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็น ของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ก 3. ตรวจ Exercise 2.1 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3
	แผนที่ 3 การแจกแจง ความน่าจะเป็นของ ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการคิดคํล่อง 2. ทักษะการระบุ 3. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.3 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็น ของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ข 3. ตรวจ Exercise 2.1 B 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
	แผนที่ 4 ฟังก์ชันการแจกแจง สะสมของตัวแปรสุ่ม ชนิดไม่ต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจสอบงานที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง 2. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ค 3. ตรวจสอบ Exercise 2.1 C 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 5 ฟังก์ชันการแจกแจง สะสมของตัวแปรสุ่ม ชนิดต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจสอบงานที่ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง 2. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ค 3. ตรวจสอบ Exercise 2.1 C 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 6 ค่าคาดหวังของ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจสอบงานที่ 2.6 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ชนิดไม่ต่อเนื่อง 2. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ง 3. ตรวจสอบ Exercise 2.1 D 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
				6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 7 ค่าคาดหวังของ ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.7 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ชนิดต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง 3. ตรวจ Exercise 2.1 D 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 8 ความแปรปรวนของ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.8 เรื่อง ความแปรปรวนของ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง 3. ตรวจ Exercise 2.1 D 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 9 ความแปรปรวนของ ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.9 เรื่อง ความแปรปรวนของ ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง 3. ตรวจ Exercise 2.1 D	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
				4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 10 การแจกแจงเอกรูป ไม่ต่อเนื่อง	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.10 เรื่อง การแจกแจงเอกรูป ไม่ต่อเนื่อง 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ก 3. ตรวจ Exercise 2.2 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3
	แผนที่ 11 การแจกแจงทวินาม (1)	แบบนิรนัย (Deductive Method)	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.11 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (1) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ข 3. ตรวจ Exercise 2.2 B 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	4
	แผนที่ 12 การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (2)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง	1. ตรวจใบงานที่ 2.12 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ข 3. ตรวจ Exercise 2.2 B	2

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
			4. ทักษะการวิเคราะห์	4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 13 การแจกแจงเอกรูป ต่อเนื่อง (1)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.13 เรื่อง การแจกแจงเอกรูป ต่อเนื่อง (1) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ก 3. ตรวจ Exercise 2.3 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	2
	แผนที่ 14 การแจกแจงเอกรูป ต่อเนื่อง (2)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์	1. ตรวจใบงานที่ 2.14 เรื่อง การแจกแจงเอกรูป ต่อเนื่อง (2) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ก 3. ตรวจ Exercise 2.3 A 4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 7. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	4
	แผนที่ 15 การแจกแจงปกติ (1)	แบบนิรนัย (Deductive Method)	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคํล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง	1. ตรวจใบงานที่ 2.14 เรื่อง การแจกแจงปกติ (1) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ข 3. ตรวจ Exercise 2.3 B	3

หน่วยการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิด/รูปแบบการสอน/ วิธีการสอน/เทคนิค	ทักษะที่ได้	การประเมิน	เวลา (ชั่วโมง)
			4. ทักษะการวิเคราะห์	4. ประเมินการนำเสนอผลงาน 5. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 6. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	
	แผนที่ 16 การแจกแจงปกติ (2)	Concept Based Teaching	1. ทักษะการระบุ 2. ทักษะการคิดคล่อง 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการวิเคราะห์ 5. ทักษะการนำความรู้ไปใช้	1. ตรวจใบงานที่ 2.16 เรื่อง การแจกแจงปกติ (2) 2. ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ข 3. ตรวจ Exercise 2.3 B 4. ตรวจแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 5. ตรวจชิ้นงานแผนผังมโนทัศน์ สรุปเนื้อหา การแจกแจงความน่าจะเป็น 6. ตรวจแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 7. ประเมินการนำเสนอผลงาน 8. สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล 9. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม 10. สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	3



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

เวลา 40 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. สารการเรียนรู้

2.1 สารการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) ข้อมูล
- 2) ตำแหน่งที่ของข้อมูล
- 3) ค่ากลาง (ฐานนิยม มัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต)
- 4) ค่าการกระจาย (การกระจายสัมบูรณ์ การกระจายสัมพัทธ์)
- 5) การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ
- 6) การแปลความหมายของค่าสถิติ

2.2 สารการเรียนรู้ท้องถิ่น

(พิจารณาตามหลักสูตรสถานศึกษา)

3. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นซึ่งประกอบด้วย สถิติและข้อมูล คือ ความหมายของสถิติ ประเภทของสถิติ ประเภทของข้อมูล การนำเสนอข้อมูลซึ่งประกอบด้วย การแจกแจงความถี่แบบตาราง และการแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ การวัดค่ากลางของข้อมูลซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม การวัดตำแหน่งของข้อมูลซึ่งประกอบด้วย ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์จากกราฟ การวัดการกระจายของข้อมูลซึ่งประกอบไปด้วยการวัดการกระจายสัมบูรณ์ การวัดการกระจายสัมพัทธ์ และความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายข้อมูล

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการสังเกต 2) ทักษะการระบุ 3) ทักษะการเชื่อมโยง 4) ทักษะการให้เหตุผล 5) ทักษะการคิดคล่อง 6) ทักษะการจำแนกประเภท 7) ทักษะการวิเคราะห์ 8) ทักษะการรวบรวมข้อมูล 9) ทักษะการสรุปอ้างอิง 10) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา 4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต 5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

5. ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

“โพลของฉัน” ให้นักเรียนสำรวจข้อมูลที่สนใจ กำหนดตัวอย่างด้วยตนเองและวิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ากลางของข้อมูล การกระจายของข้อมูล และการกระจายสัมพัทธ์ โดยใช้ค่าที่เหมาะสม พร้อมนำเสนอด้วยรูปแบบที่สร้างสรรค์

6. การวัดและการประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
6.1 การประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน (รวบยอด)	- ประเมินชิ้นงานและ นำเสนอ “โพลของฉัน”	- แบบประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
6.2 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล เบื้องต้น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	- ประเมิน ตามสภาพจริง
6.3 ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 1) สถิติและข้อมูล	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.1 - ตรวจสอบ Exercise 1.1	- ใบงานที่ 1.1 - แบบฝึกทักษะ 1.1 - Exercise 1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การแจกแจงความถี่ แบบตาราง	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.2 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจสอบ Exercise 1.2	- ใบงานที่ 1.2 - แบบฝึกทักษะ 1.2 - Exercise 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
3) การแจกแจงความถี่ แบบใช้แผนภูมิหรือ กราฟ	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.3 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจสอบ Exercise 1.2	- ใบงานที่ 1.3 - แบบฝึกทักษะ 1.2 - Exercise 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.4 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.3 ก - ตรวจสอบ Exercise 1.3 A	- ใบงานที่ 1.4 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ก - Exercise 1.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
5) มัธยฐาน	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.5 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.3 ข - ตรวจสอบ Exercise 1.3 B	- ใบงานที่ 1.5 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ข - Exercise 1.3 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
6) ฐานนิยม และการใช้ ค่ากลางชนิดต่าง ๆ	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.6 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.3 ค - ตรวจสอบ Exercise 1.3 C	- ใบงานที่ 1.6 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ค - Exercise 1.3 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7) ควอร์ไทล์ เดไซด์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.7	- ใบงานที่ 1.7	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
8) การหาควอไทล์ เดซิล์ และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้ แจกแจงความถี่	- ตรวจใบงานที่ 1.8 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4	- ใบงานที่ 1.8 - แบบฝึกทักษะ 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
9) การหาควอไทล์ เดซิล์ และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มี การแจกแจงความถี่	- ตรวจใบงานที่ 1.9 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4 - ตรวจ Exercise 1.4	- ใบงานที่ 1.9 - แบบฝึกทักษะ 1.4 - Exercise 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
10) การหาควอไทล์ เดซิล์ และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ	- ตรวจใบงานที่ 1.10 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4	- ใบงานที่ 1.10 - แบบฝึกทักษะ 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
11) การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (1)	- ตรวจใบงานที่ 1.11 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ก - ตรวจ Exercise 1.5 A	- ใบงานที่ 1.11 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ก - Exercise 1.5 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
12) การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (2)	- ตรวจใบงานที่ 1.12 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ข - ตรวจ Exercise 1.5 B	- ใบงานที่ 1.12 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ข - Exercise 1.5 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
13) การวัดการกระจาย สัมพัทธ์	- ตรวจใบงานที่ 1.13 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ค - ตรวจ Exercise 1.5 C	- ใบงานที่ 1.13 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ค - Exercise 1.5 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
14) ความสัมพันธ์ ระหว่างการแจกแจง ความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของ ข้อมูล	- ตรวจใบงานที่ 1.14 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ง - ตรวจ Exercise 1.5 D - ตรวจแบบฝึกทักษะ ประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	- ใบงานที่ 1.14 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ง - Exercise 1.5 D - แบบฝึกทักษะประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
15) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- แบบประเมินการ นำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
16) พฤติกรรม การทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
17) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
18) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
6.4 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล เบื้องต้น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

7. กิจกรรมการเรียนรู้

- แผนฯ ที่ 1 : สถิติและข้อมูล เวลา 2 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)
- แผนฯ ที่ 2 : การแจกแจงความถี่แบบตาราง เวลา 3 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 3 : การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ เวลา 3 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 4 : ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เวลา 5 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 5 : มัธยฐาน เวลา 3 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 6 : ฐานนิยม และการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ เวลา 3 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 7 : คอว์ไรท์ เดโซล์ เพอร์เซ็นไทล์
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 2 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 8 : การหาคอว์ไรท์ เดโซล์ เพอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูล
ที่ไม่ได้แจกแจงความถี่
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 2 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 9 : การหาคอว์ไรท์ เดโซล์ เพอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูล
ที่มีการแจกแจงความถี่
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 2 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 10 : การหาคอว์ไรท์ เดโซล์ เพอร์เซ็นไทล์ จากกราฟ
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 2 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 11 : การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 4 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 12 : การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 2 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 13 : การวัดการกระจายสัมพัทธ์
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 3 ชั่วโมง
- แผนฯ ที่ 14 : ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง
และการกระจายของข้อมูล
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
เวลา 4 ชั่วโมง

(รวมเวลา 40 ชั่วโมง)

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 2) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 3) ใบงานที่ 1.1 เรื่อง สถิติและข้อมูล

- 4) ใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบตาราง
- 5) ใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ
- 6) ใบงานที่ 1.4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
- 7) ใบงานที่ 1.5 เรื่อง มัธยฐาน
- 8) ใบงานที่ 1.6 เรื่อง ฐานนิยม
- 9) ใบงานที่ 1.7 เรื่อง ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์
- 10) ใบงานที่ 1.8 เรื่อง การหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่
- 11) ใบงานที่ 1.9 เรื่อง การหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่
- 12) ใบงานที่ 1.10 เรื่อง การหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์จากกราฟ
- 14) ใบงานที่ 1.11 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)
- 15) ใบงานที่ 1.12 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)
- 16) ใบงานที่ 1.13 เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์
- 17) ใบงานที่ 1.14 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน
- 2) ห้องสมุด
- 3) อินเทอร์เน็ต

ม.6/3	50	4,500
ม.6/4	40	4,400
ม.6/5	40	4,800

อยากทราบว่าจากข้อมูลข้างต้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าขนมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เท่ากับเท่าไร

- ก. 110.50 บาท ข. 111.50 บาท
ค. 112.50 บาท ง. 113.50 บาท

7. ผลการสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
20 - 30	5
31 - 41	20
42 - 52	35
53 - 63	30
64 - 74	10

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

- ก. 49.33 ข. 49.36
ค. 49.39 ง. 50.02

8. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 6 ตัว ดังนี้ 1, 2, 5, 10, a, b (เมื่อ $a > b$) ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7 และมัธยฐานเท่ากับ 6 ให้หา $a - b$ เท่ากับข้อใด
- ก. 8 ข. 9
ค. 10 ง. 11

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 9. - 11.

น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียน 19 คน

เรียงจากค่าน้อยไปค่ามาก เป็นดังนี้

48 48 48 49 50 52 52
54 55 55 55 55 59 61

61 61 62 65 74

9. น้ำหนัก 54 กิโลกรัม ตรงกับเดซิัลที่เท่าไร

- ก. 2 ข. 4
ค. 6 ง. 8

10. น้ำหนัก 62 กิโลกรัม ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร

- ก. 65 ข. 75
ค. 85 ง. 95

11. สารวัตรมีน้ำหนักตรงกับตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 สารวัตรหนักเท่าไร

- ก. 55 กิโลกรัม ข. 59 กิโลกรัม
ค. 61 กิโลกรัม ง. 62 กิโลกรัม

12. ผลการสอบวิชาสถิติของนักเรียน 40 คน พบว่า ธารสอบได้คะแนนอยู่ตำแหน่งเดซิัลที่ 8 และไทป์สอบได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่างคะแนนของธารและไทป์เท่ากับเท่าไร

- ก. 4 คน ข. 8 คน
ค. 10 คน ง. 20 คน

13. วินเนอร์สอบได้คะแนนคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 จากจำนวนผู้สอบ 100 คน ข้อใดถูกต้อง

- ก. วินเนอร์สอบได้ 75% ของคะแนนเต็ม
ข. วินเนอร์สอบได้ที่ 75
ค. ผู้ที่ได้คะแนนน้อยกว่าวินเนอร์ มีประมาณ 75 คน
ง. ผู้ที่ได้คะแนนมากกว่าวินเนอร์ มีประมาณ 75 คน

14. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
21 - 30	2
31 - 40	5
41 - 50	8

51 - 60	24
61 - 70	6
71 - 80	9
81 - 90	6

ฝนกับฟ้าเป็นนักเรียนในกลุ่มนี้ ฝนได้คะแนนตรงกับตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และฟ้าได้คะแนนตรงกับตำแหน่งเดซิลที่ 9 ถ้าคะแนนเต็ม 100 คะแนน ฟ้าได้คะแนนมากกว่าฝนกี่เปอร์เซ็นต์

ก. 2.25% ข. 5% ค. 10% ง. 15

15. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 25 จำนวน $\sum_{i=1}^{25} x_i = 250$, $\sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 8,125$

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้

ก. 10 ข. 15

ค. 100 ง. 225

16. นักเรียนระดับ ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีจำนวน 100 คน ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 75 คะแนน ถ้าผลบวกของกำลังสองของคะแนน

ของนักเรียนแต่ละคนมีค่าเท่ากับ 575,000 คะแนน²

ค่าความแปรปรวนของคะแนนสอบครั้งนี้เป็นเท่าไร

ก. 125 คะแนน² ข. 150 คะแนน²

ค. 175 คะแนน² ง. 200 คะแนน²

17. ในงานก่อสร้างตึกใหญ่แห่งหนึ่ง มีคนงานจำนวน 100 คน โดยเฉลี่ยแล้วค่าจ้างรายวันคนละ 315 บาท ถ้าผลรวมของกำลังสองของค่าจ้างรายวันของคนงาน

แต่ละคนเท่ากับ 10,000,000 บาท² ค่าความแปรปรวน

ของค่าจ้างรายวันของคนงานกลุ่มนี้เท่ากับเท่าไร

ก. 630 บาท²

ข. 675 บาท²

ค. 730 บาท²

ง. 775 บาท²

18. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับ 5 ปี ถ้าบุตรคนโตและคนกลางมีอายุ 8 และ 5 ปี ตามลำดับ ค่าความแปรปรวนของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับเท่าไร

ก. 2.25 ปี²

ข. 2.45 ปี²

ค. 6 ปี²

ง. ไม่มีข้อถูก

19. ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าควอร์ไทล์ที่ 1 เท่ากับ $\frac{29}{2}$ และ

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ $\frac{2}{5}$

Q_3 มีค่าประมาณเท่าใด

ก. 32.10

ข. 33.83

ค. 34.28

ง. 35.62

20. ข้อมูลชุดหนึ่ง เรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ซึ่งมีมัธยฐานเท่ากับ 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 พิสัยเท่ากับ 3 สัมประสิทธิ์ของพิสัย เท่ากับ

$\frac{3}{13}$ ผลต่างของจำนวนที่ สองกับสี่เท่ากับ 1

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับข้อใด

ก. 0.8

ข. 0.08

ค. 1.2

ง. 1.095

13. คะแนนของผู้ที่เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้

45 54 59 60 62
64 65 68 70 72
73 75 76 80 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือ ต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 จงหาคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

- ก. 68.2 คะแนน ข. 69.2 คะแนน
ค. 70.2 คะแนน ง. 71.2 คะแนน

14. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
141 - 150	2
151 - 160	5
161 - 170	8
171 - 180	24
181 - 190	6
191 - 200	9

ธารและไทป์เป็นนักเรียนในห้องนี้ ไทป์ได้คะแนนสอบในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และธารได้คะแนนสอบในตำแหน่งเดซิลที่ 8 ถ้าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเต็ม 200 คะแนน ธารได้คะแนนสอบมากกว่าไทป์กี่เปอร์เซ็นต์

- ก. 2.25% ข. 5%
ค. 10% ง. 15%

15. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 80 คน ซึ่งมี ธร ธาร และไทป์ รวมอยู่ด้วย ปรากฏผลการสอบ ดังนี้

- ภูญแจซอลได้คะแนนเป็นลำดับที่ 30 เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปน้อย
- สายฟ้าได้คะแนนตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3
- แสนชนได้คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50

ข้อใดเรียงลำดับคะแนนของทั้ง 3 คน ถูกต้อง

- ก. สายฟ้า < ภูญแจซอล < แสนชน
ข. แสนชน < ภูญแจซอล < สายฟ้า
ค. ภูญแจซอล < สายฟ้า < แสนชน
ง. แสนชน < สายฟ้า < ภูญแจซอล

16. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และความแปรปรวนเป็น 20 และ 36 ตามลำดับ ต่อมาพบว่าอ่านข้อมูลผิดไป 1 จำนวน คือ ข้อมูลที่ถูกต้องเป็น 12 แต่อ่านเป็น 2 ความแปรปรวนที่ถูกต้องจะเท่ากับข้อใด

- ก. 3 ข. 9 ค. 10 ง. 21

17. ในการสอบความถนัดทางการเรียนของนักเรียน 2 ห้อง ปรากฏผลการวิเคราะห์ ดังตาราง

ห้องเรียน	จำนวนนักเรียน	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน
ห้อง ก	N_1	X_1	V_1
ห้อง ข	N_2	X_2	V_2

ข้อใดต่อไปนี้ไม่สามารถหาคำตอบได้จากตารางที่กำหนดให้ข้างต้น

- ก. ห้องใดมีพิสัยมากกว่า

- ข. หistogram ได้คะแนนรวมของการสอบมากกว่า
- ค. histogram มีการกระจายของคะแนนสอบน้อยกว่า
- ง. ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งสองห้อง

18. สัมประสิทธิ์ของพิสัยของความสูงของนักเรียนในชั้นหนึ่งเท่ากับ 0.0625 ถ้าความสูงของนักเรียนที่สูงที่สุดในชั้นเท่ากับ 170 เซนติเมตร ความสูงของนักเรียนคนที่มีความสูงน้อยที่สุดในชั้นเท่ากับเท่าไร

- ก. 148 เซนติเมตร
- ข. 149 เซนติเมตร
- ค. 150 เซนติเมตร
- ง. 151 เซนติเมตร

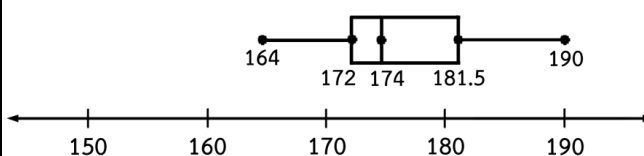
19. ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าควอร์ไทล์ที่ 1 เท่ากับ $\frac{29}{2}$ และ

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ $\frac{2}{5}$

Q_3 มีค่าประมาณเท่าไร

- ก. 32.10
- ข. 33.83
- ค. 34.28
- ง. 35.62

20. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงความสูง (เซนติเมตร) ของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี จำนวน 13 คน



ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. ความสูงของนักฟุตบอลที่อยู่ในกลุ่มสูงสุดร้อยละ 50 มีความสูงต่ำสุดเท่ากับ 174 เซนติเมตร และ สูงสุดเท่ากับ 190 เซนติเมตร
- ข. ความสูงของนักฟุตบอลที่อยู่ระหว่าง 164-174 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละ 50 ของจำนวนนักฟุตบอลทั้งหมด
- ค. นักฟุตบอลประมาณ 75% มีความสูงน้อยกว่า หรือเท่ากับ 174 เซนติเมตร
- ง. ความสูงของนักฟุตบอลที่อยู่ระหว่าง Q_1 และ Q_2 มีการกระจายน้อยกว่าความสูงของนักฟุตบอลที่อยู่ระหว่าง Q_2 และ Q_3

เฉลย

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ง | 2. ก | 3. ข | 4. ข | 5. ค | 6. ก | 7. ข | 8. ง | 9. ค | 10. ง |
| 11. ค | 12. ง | 13. ง | 14. ก | 15. ข | 16. ข | 17. ก | 18. ค | 19. ข | 20. ค |

การประเมินชิ้นงาน / ภาระงาน (รวบยอด)

แบบประเมินชิ้นงานและการนำเสนอ

“โพลของฉัน”

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนประเมินชิ้นงาน/ภาระงานของนักเรียนตามรายการที่กำหนด แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	ขั้นตอนการเก็บข้อมูล				
2	การวิเคราะห์ข้อมูล				
3	การนำเสนอ				
4	ความคิดสร้างสรรค์				
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การประเมินชิ้นงาน
“โพลของฉัน”

ประเด็นที่ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	4	3	2	1
1. ขั้นตอนการเก็บข้อมูล	การเก็บข้อมูลทำได้ถูกต้องตามกลุ่มประชากรที่กำหนดครบจำนวน ขั้นตอนถูกต้องตามหลักสถิติ	การเก็บข้อมูลทำได้ถูกต้องตามกลุ่มประชากรที่กำหนดไม่ครบจำนวน ขั้นตอนถูกต้องตามหลักสถิติ	การเก็บข้อมูลทำได้ถูกต้องตามกลุ่มประชากรที่กำหนดไม่ครบจำนวน ขั้นตอนไม่ถูกต้องตามหลักสถิติ	การเก็บข้อมูลทำได้ไม่ถูกต้องตามกลุ่มประชากรที่กำหนดไม่ครบจำนวน ขั้นตอนไม่ถูกต้องตามหลักสถิติ
2. การวิเคราะห์ข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้องทุกค่าสามารถเลือกใช้ค่าที่เหมาะสมกับข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้องทุกค่าไม่สามารถเลือกใช้ค่าที่เหมาะสมกับข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้องบางค่าสามารถเลือกใช้ค่าที่เหมาะสมกับข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้องบางค่าไม่สามารถเลือกใช้ค่าที่เหมาะสมกับข้อมูล
3. การนำเสนอ	การนำเสนอมีการเรียบเรียงอย่างเป็นระบบ ในภาษาได้อย่างถูกต้อง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้อย่างถูกต้อง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้ถูกต้องปานกลาง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้ไม่ถูกต้อง
4. ความคิดสร้างสรรค์	ผลงานแสดงถึงความคิดสร้างสรรค์แปลกใหม่ และเป็นระบบ	ผลงานแสดงถึงความคิดสร้างสรรค์แปลกใหม่ แต่ยังไม่เป็นระบบ	ผลงานมีความน่าสนใจ แต่ยังไม่มีแนวคิดแปลกใหม่	ผลงานไม่มีความน่าสนใจ และไม่แสดงถึงแนวคิดแปลกใหม่

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
13 - 16	ดีมาก
9 - 12	ดี
5 - 8	พอใช้
ต่ำกว่า 4	ปรับปรุง

แบบประเมินการนำเสนอผลงาน

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	เนื้อหากระชับ ชัดเจน	☐	☐	☐	☐
2	ความถูกต้องของเนื้อหา	☐	☐	☐	☐
3	ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย	☐	☐	☐	☐
4	วิธีการนำเสนอผลงาน	☐	☐	☐	☐
5	การตอบคำถาม	☐	☐	☐	☐
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ผลงานหรือพฤติกรรมสมบูรณ์ชัดเจน	ให้	4	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องบางส่วน	ให้	3	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องเป็นส่วนใหญ่	ให้	2	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องมาก	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	มีความกระตือรือร้น	☐	☐	☐	☐
2	มีความพยายาม	☐	☐	☐	☐
3	การทำงานตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	☐	☐	☐	☐
4	มีระเบียบวินัย	☐	☐	☐	☐
5	ตรงต่อเวลา	☐	☐	☐	☐
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ	ให้	4	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบ่อยครั้ง	ให้	3	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบางครั้ง	ให้	2	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมน้อยครั้ง	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	ชื่อ - สกุล ของนักเรียน	การแสดง ความคิดเห็น				การยอมรับฟัง คนอื่น				การทำงาน ตามที่ได้รับ มอบหมาย				ความมีน้ำใจ				การมีส่วนร่วมใน การปรับปรุง ผลงานกลุ่ม				รวม 20 คะแนน
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	

ลงชื่อผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ	ให้	4	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบ่อยครั้ง	ให้	3	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบางครั้ง	ให้	2	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมน้อยครั้ง	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

คุณลักษณะ อันพึงประสงค์ด้าน	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์	1.1 ยืนตรงเคารพธงชาติ และร้องเพลงชาติได้				
	1.2 เข้าร่วมกิจกรรมที่สร้างความสามัคคี ประองดอง และเป็นประโยชน์ต่อโรงเรียน				
	1.3 เข้าร่วมกิจกรรมทางศาสนาที่ตนนับถือ ปฏิบัติตามหลักศาสนา				
	1.4 เข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวกับสถาบันพระมหากษัตริย์ตามที่โรงเรียนจัดขึ้น				
2. ซื่อสัตย์ สุจริต	2.1 ให้ข้อมูลที่ถูกต้อง และเป็นจริง				
	2.2 ปฏิบัติในสิ่งที่ถูกต้อง				
3. มีวินัย	3.1 ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของครอบครัว มีความตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน				
4. ใฝ่เรียนรู้	4.1 รู้จักใช้เวลาว่างให้เป็นประโยชน์ และนำไปปฏิบัติได้				
	4.2 รู้จักจัดสรรเวลาให้เหมาะสม				
	4.3 ตั้งใจเรียน				
5. อยู่อย่างพอเพียง	5.1 ใช้ทรัพย์สินและสิ่งของของโรงเรียนอย่างประหยัด				
	5.2 ใช้อุปกรณ์การเรียนอย่างประหยัดและรู้คุณค่า				
	5.3 ใช้จ่ายอย่างประหยัดและมีการเก็บออมเงิน				
6. มุ่งมั่นใน การทำงาน	6.1 มีความตั้งใจและพยายามในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย				
	6.2 มีความอดทนและไม่ท้อแท้ต่ออุปสรรคเพื่อให้งานสำเร็จ				
7. รักความเป็นไทย	7.1 มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย				
	7.2 เห็นคุณค่าและปฏิบัติตามวัฒนธรรมไทย				
8. มีจิตสาธารณะ	8.1 รู้จักช่วยพ่อแม่ ผู้ปกครอง และครูทำงาน				
	8.2 รู้จักการดูแลรักษาทรัพย์สินสมบัติและสิ่งแวดล้อมของห้องเรียนและโรงเรียน				

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

พฤติกรรมที่ปฏิบัติสม่ำเสมอ	ให้ 4 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติบ่อยครั้ง	ให้ 3 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติบางครั้ง	ให้ 2 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติน้อยครั้ง	ให้ 1 คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
68 - 80	ดีมาก
54 - 67	ดี
40 - 53	พอใช้
ต่ำกว่า 40	ปรับปรุง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สถิติและข้อมูล

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) อธิบายความหมายของสถิติและข้อมูลได้ (K)
- 2) จำแนกประเภทของสถิติและข้อมูลได้ถูกต้อง (P)
- 3) นำความรู้เกี่ยวกับสถิติและข้อมูลไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

สถิติมีความหมาย 2 ประการ ดังนี้

- 1) จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา
- 2) ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา

สถิติแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics)

ข้อมูล หมายถึง ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับสิ่งที่เราสนใจศึกษา อาจอยู่ในรูปตัวเลขหรือไม่ก็ได้ ซึ่งข้อมูลทางสถิติมีหลายประเภท โดยทั่วไปสามารถจำแนกได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

- 1) จำแนกตามแหล่งที่มาของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลปฐมภูมิ (primary data) และข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data)
- 2) จำแนกตามลักษณะของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) และข้อมูลเชิงคุณภาพ (qualitative data)

การเก็บรวบรวมข้อมูล มี 3 วิธี ดังนี้

- 1) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสำรวจ
- 2) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง
- 3) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทะเบียนหรือประวัติ

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
3. ความสามารถในการสื่อสาร 4. ความสามารถในการคิด 11) ทักษะการระบุ 12) ทักษะการจำแนกประเภท 13) ทักษะการให้เหตุผล 14) ทักษะการวิเคราะห์ 5. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)

ชั่วโมงที่ 1

ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

ขั้นนำ

กำหนดขอบเขตของปัญหา

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และกระตุ้นความสนใจโดยให้นักเรียนพิจารณาภาพและข้อความหน้าหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 2 จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำถาม ดังนี้
 - บทความดังกล่าวเป็นบทความเกี่ยวกับอะไร
 - นักเรียนคิดว่า บทความข้างต้นน่าเชื่อถือหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม สมบัติของสัญลักษณ์แทนการบวก Σ จาก “ควรรู้ก่อนเรียน” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 3 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม
3. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียนด้วยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 3 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิดในหัวข้อ “ถ้านักเรียนจะขายของหน้าโรงเรียน นักเรียนจะขายอะไร ราคาเท่าไร เพราะเหตุใด”
5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ และให้นักเรียนแต่ละคนร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่า แนวคิดของกลุ่มใดน่าสนใจที่สุด
6. ครูอธิบายว่า การจะขายสินค้าชนิดใด เราจำเป็นที่จะต้องทราบความต้องการของกลุ่มลูกค้า ซึ่งกลุ่มลูกค้าก็คือ นักเรียนหรือผู้ปกครอง และเราจำเป็นต้องรู้ว่าควรตั้งราคาเท่าไรจึงจะเหมาะสมที่สุด
7. ครูสรุปความรู้จากการระดมความคิดข้างต้นจากสิ่งที่นักเรียนออกมานำเสนอ สิ่งเหล่านี้เรียกว่า “ข้อมูล” และการจะได้ข้อมูลมานั้น จะต้องใช้ขั้นตอนทางสถิติ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่น่าเชื่อถือที่สุดในการสืบค้นข้อมูลนั้น การได้มาซึ่งข้อมูลที่ต้องการ นำมาซึ่งการวิเคราะห์ที่แม่นยำจะนำไปสู่ความสำเร็จตามเป้าหมาย ไม่ว่าจะเป็นธุรกิจหรือองค์กรต่าง ๆ

ขั้นสอน

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับความหมายทางสถิติ ดังนี้
สถิติเป็นศาสตร์หรือหลักการที่นำมาใช้จัดระเบียบข้อมูล ข้อเท็จจริง หรือหลักฐานต่าง ๆ โดยทั่วไปมี 2 ความหมาย ดังนี้
 - 1) จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา เช่น
 - ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง
 - จำนวนผู้มาใช้บริการห้องสมุดในแต่ละวันในปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง
 - อัตราการเกิดอุบัติเหตุทางถนนสะสม 7 วันอันตรายในช่วงสงกรานต์ ตั้งแต่วันที่ 11-17 เมษายน พ.ศ. 2562
 - 2) ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา
2. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิม ยกตัวอย่างสถิติมากลุ่มละ 1 ตัวอย่าง โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูอธิบายเกี่ยวกับประเภทของสถิติ ซึ่งสถิติแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

- 1) สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) เป็นสถิติที่อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของประชากรที่ต้องการศึกษา โดยเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดของประชากร แล้วนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาคำนวณ ค่าที่ได้จากการคำนวณ เรียกว่า “พารามิเตอร์” ซึ่งนำไปอธิบายหรือสรุปเกี่ยวกับลักษณะของประชากรที่ศึกษาเท่านั้น

ตัวอย่างเช่น ผลการสำรวจความชอบในการเลือกรับประทานอาหารกลางวันของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ผลปรากฏว่า นักเรียนชอบรับประทานก๋วยเตี๋ยวมากที่สุด ซึ่งเราไม่สามารถนำข้อสรุปไปใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนอื่น ๆ ได้ว่า ชอบรับประทานก๋วยเตี๋ยวมากที่สุดเหมือนกัน

- 2) สถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics) เป็นสถิติที่อธิบายลักษณะต่าง ๆ ของประชากรที่ต้องการศึกษา เช่นเดียวกับสถิติเชิงพรรณนา แต่ต่างกันที่จะเก็บรวบรวมข้อมูลจากส่วนหนึ่งของประชากรเท่านั้น เรียกว่า “ตัวอย่าง” และค่าที่ได้จากการคำนวณข้อมูลจะเรียกว่า “ค่าสถิติ” ซึ่งสามารถนำไปอ้างอิงกับประชากรที่ศึกษาได้ แม้จะมีประชากรบางส่วนไม่ถูกเก็บรวบรวมข้อมูลก็ตาม

ตัวอย่างเช่น ต้องการทราบน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งหมด 300 คน ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยใช้วิธีการสุ่มนักเรียนจำนวน 100 คน มาเป็นตัวอย่าง ก็สามารถสรุปอ้างอิงไปถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งหมด 300 คนได้

ใช้ทฤษฎี หลักการ

1. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิม ยกตัวอย่างสถิติเชิงพรรณนาและสถิติเชิงอนุมานมากลุ่มละ 1 ตัวอย่าง โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 4-5 จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 7 ข้อ 1-2
3. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1 โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับความหมายและประเภทของสถิติ โดยใช้คำถามดังนี้
 - สถิติหมายถึงอะไร

(แนวตอบ 1) สถิติ หมายถึง จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา

2) สถิติ หมายถึง ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา)

- สถิติมีกี่ประเภท อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ประเภท ได้แก่ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics))

ชั่วโมงที่ 2

5. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายและประเภทของสถิติ ดังนี้

- สถิติเป็นศาสตร์หรือหลักการที่นำมาใช้จัดระเบียบข้อมูล ข้อเท็จจริง หรือหลักฐานต่าง ๆ โดยทั่วไปมี 2 ความหมาย ดังนี้
 - 1) จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา
 - 2) ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา
- สถิติมี 2 ประเภท ได้แก่ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics)

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับความหมายของข้อมูล ดังนี้

ข้อมูล หมายถึง ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับสิ่งที่เราสนใจศึกษา อาจอยู่ในรูปตัวเลขหรือไม่ก็ได้ โดยเรียกข้อมูลที่ยังไม่ผ่านการประมวลผลทางสถิติว่า “ข้อมูลดิบ (raw data)” และเรียกข้อมูลที่แปลงเป็นตัวเลขเพื่อนำมาประมวลผลว่า “ข้อมูลสถิติ (statistical data)” การทำความเข้าใจข้อมูลที่เก็บรวบรวมมานั้นเป็นสิ่งสำคัญ เพราะจะทำให้เลือกวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

2. ครูอธิบายเกี่ยวกับประเภทของข้อมูล ซึ่งข้อมูลทางสถิติมีหลายประเภท โดยทั่วไปสามารถจำแนกได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1) การจำแนกประเภทของข้อมูลตามแหล่งที่มาของข้อมูล

- ข้อมูลปฐมภูมิ (primary data) คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้เก็บรวบรวมจากผู้ให้ข้อมูล หรือแหล่งข้อมูลโดยตรง ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการศึกษา เช่น การสัมภาษณ์ การทดลอง สังเกตการณ์
- ข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data) คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้ไม่ต้องเก็บรวบรวมจากผู้ให้ข้อมูล หรือแหล่งข้อมูลโดยตรง แต่ได้มาจากแหล่งข้อมูลที่มีผู้เก็บรวบรวมไว้แล้ว เช่น ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ ข้อมูลจากสำนักบริหารการทะเบียน กรมการปกครอง

2) การจำแนกประเภทของข้อมูลตามลักษณะของข้อมูล

- ข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) เป็นข้อมูลที่สามารถวัดออกมาอยู่ในรูปของตัวเลขได้โดยตรง และสามารถเปรียบเทียบได้ว่า ข้อมูลหนึ่งมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าอีกข้อมูลหนึ่ง เช่น ความสูง น้ำหนัก อายุ รายได้ ซึ่งข้อมูลเชิงปริมาณแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ
 - ข้อมูลชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete data) คือ ข้อมูลที่ได้จากการนับ ลักษณะของข้อมูลเป็นจำนวนเต็ม เช่น จำนวนนักเรียน จำนวนสินค้า จำนวนผู้โดยสารบนรถประจำทาง
 - ข้อมูลชนิดต่อเนื่อง (continuous data) คือ ข้อมูลที่ได้จากการวัด ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีค่าได้ทุกค่า ในช่วงที่กำหนด เช่น รายได้ น้ำหนัก ส่วนสูง อายุ
- ข้อมูลเชิงคุณภาพ (qualitative data) เป็นข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาอยู่ในรูปของตัวเลขได้โดยตรง หรือเป็นข้อมูลที่แสดงถึงสภาพ สถานะ คุณสมบัติ เช่น เพศ ศาสนา ระดับการศึกษา ขนาดรองเท้า เลขที่บ้าน ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพบางลักษณะวัดออกมาเป็นลำดับที่หรือระดับ เช่น ระดับความพึงพอใจการเข้าร่วมกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้น ม.6 โรงเรียนแห่งหนึ่ง

คะแนน	ระดับความพึงพอใจ		คะแนน	ระดับความพึงพอใจ
5	มากที่สุด	แปลง คะแนน	4.51 - 5.00	มากที่สุด
4	มาก		3.51 - 4.50	มาก
3	ปานกลาง		2.51 - 3.50	ปานกลาง
2	น้อย		1.51 - 2.50	น้อย
1	น้อยที่สุด		ต่ำกว่า 1.50	น้อยที่สุด

ถ้านำข้อมูลข้างต้นมาวิเคราะห์ แล้วได้ผลเท่ากับ 4.6 คะแนน หมายความว่า มีความพึงพอใจในระดับ “มากที่สุด” ซึ่งตัวเลขนี้เป็นจำนวนที่ใช้แทนข้อมูลเชิงคุณภาพจะไม่สามารถนำไปแปลความในเชิงปริมาณได้

- ครูให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงปริมาณ คนละ 1 ข้อมูล โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูอธิบายเกี่ยวกับความหมายและวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

การเก็บรวบรวมข้อมูล หมายถึง กระบวนการที่จะให้ได้มาซึ่งข้อมูล โดยข้อมูลที่ได้อาจเป็นข้อมูลปฐมภูมิหรือทุติยภูมิ และเป็นได้ทั้งข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลสถิติ มีดังนี้

 - การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสำรวจ เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้วิธีการสัมภาษณ์ การสอบถามทางโทรศัพท์ การสอบถามทางอินเทอร์เน็ต หรือการสังเกตของผู้ที่อยู่ในกลุ่มที่จะต้องให้ข้อมูลโดยตรง ซึ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีนี้ถือว่าเป็นข้อมูลปฐมภูมิ และการสำรวจแบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ
 - การสำมะโน (census) คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลสถิติของทุก ๆ หน่วยของประชากรที่สนใจศึกษา
 - การสำรวจตัวอย่าง (sample survey) คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลสถิติจากบางหน่วยของประชากร ด้วยวิธีการเลือกตัวอย่าง

- 2) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง เช่น การทดลองในห้องปฏิบัติการ การทดสอบทางการเกษตร ซึ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีนี้ถือว่าเป็นข้อมูลปฐมภูมิ
- 3) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทะเบียนหรือประวัติ หรือจากแหล่งที่ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลไว้แล้ว เช่น การเก็บรวบรวมข้อมูลของสำนักงานสถิติแห่งชาติ การเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับประวัติของนักเรียนจากโรงเรียน ซึ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีนี้ถือว่าเป็นข้อมูลทุติยภูมิ
5. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 5-6 จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ใช้ทฤษฎี หลักการ

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 7-8 ข้อ 3-8 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ตรวจสอบและสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้จากบทเรียน ดังนี้

- ความหมายของสถิติ มี 2 ประการ ได้แก่
 - 1) จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา
 - 2) ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา
- ประเภทของสถิติ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics)
- ประเภทของข้อมูล โดยทั่วไปจำแนกได้ 2 ลักษณะ ดังนี้
 - 1) จำแนกตามแหล่งที่มาของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลปฐมภูมิ (primary data) และข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data)
 - 2) จำแนกตามลักษณะของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) และข้อมูลเชิงคุณภาพ (qualitative data)
- การเก็บรวบรวมข้อมูล มี 3 วิธี ดังนี้
 - 1) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสำรวจ
 - 2) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง
 - 3) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทะเบียนหรือประวัติ

ฝึกปฏิบัติ

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.1 เรื่อง สถิติและข้อมูล จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เกี่ยวกับสถิติและข้อมูล ดังนี้
 - สถิติหมายถึงอะไร
(แนวตอบ 1) จำนวนหรือค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แสดงถึงข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราสนใจและต้องการศึกษา
2) ศาสตร์หรือหลักการที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของข้อมูลในเรื่องที่สนใจศึกษา)
 - สถิติมีกี่ประเภท อะไรบ้าง
(แนวตอบ 2 ประเภท คือ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics))
 - โดยทั่วไปประเภทของข้อมูลจำแนกได้กี่ลักษณะ อะไรบ้าง
(แนวตอบ 2 ลักษณะ ได้แก่)
 - 1) จำแนกตามแหล่งที่มาของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลปฐมภูมิ (primary data) และข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data)
 - 2) จำแนกตามลักษณะของข้อมูล แบ่งเป็น ข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) และข้อมูลเชิงคุณภาพ (qualitative data))
 - การเก็บรวบรวมข้อมูลมีกี่วิธี อะไรบ้าง
(แนวตอบ มี 3 วิธี ได้แก่)
 - 1) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสำรวจ
 - 2) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง
 - 3) การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทะเบียนหรือประวัติ)
2. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.1 ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล เบื้องต้น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบ ก่อนเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง
7.2 ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 1) สถิติและข้อมูล	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.1 - ตรวจสอบ Exercise 1.1	- ใบงานที่ 1.1 - แบบฝึกทักษะ 1.1 - Exercise 1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 2) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 3) ใบงานที่ 1.1 เรื่อง สถิติและข้อมูล

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน
- 2) ห้องสมุด
- 3) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.1

เรื่อง สถิติและข้อมูล

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกและเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้ เป็นข้อมูลเชิงปริมาณหรือข้อมูลเชิงคุณภาพ

- 1) หมายเลขโทรศัพท์
- 2) ID Line
- 3) ความสูงของนักเรียน
- 4) จำนวนผู้โดยสารที่ใช้บริการสถานีรถไฟฯ
- 5) รายได้ของรัฐบาลประจำปี
- 6) เลขบัตรประจำตัวประชาชน

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างของแหล่งที่มาของข้อมูลทุติยภูมิที่เชื่อถือได้ มา 5 แหล่ง

.....

.....

ข้อความต่อไปนี้ ใช้ตอบคำถาม ข้อ 3.-4.

“สำนักวิจัยแห่งหนึ่ง เปิดเผยถึงผลการสำรวจความคิดเห็นของประชาชนในกรุงเทพมหานครต่อการยอมรับมาตรการประหยัดน้ำ พบว่า ส่วนใหญ่ยอมรับที่จะปฏิบัติตามมาตรการเหล่านั้น ทั้งที่บ้านและที่ทำงาน”

3. จากข้อความข้างต้น ข้อใดคือประชากร

- ก. ประชาชนทุกคนในกรุงเทพมหานคร
- ข. บริษัททุกบริษัทในกรุงเทพมหานคร
- ค. ประชาชนทุกคนในประเทศไทย
- ง. บริษัททุกบริษัทในประเทศไทย

4. จากข้อความข้างต้น ข้อใดคือตัวอย่าง

- ก. ประชาชนบางคนในประเทศไทยที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง
- ข. ประชาชนบางคนในกรุงเทพมหานครที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง
- ค. บริษัทบางแห่งในประเทศไทยที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง
- ง. บริษัทบางแห่งในกรุงเทพมหานครที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง

5. จากการสำรวจความคิดเห็นของประชาชนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง เพื่อสอบถามความเห็นที่มีต่อนโยบายการประหยัดพลังงานของรัฐบาล โดยการให้สถานที่ราชการและเอกชนปิดไฟและเครื่องปรับอากาศในเวลา 12.00 น. - 13.00 น. ในเวลาทำการ สรุปเป็นตาราง ดังนี้

ความคิดเห็น	จำนวน (คน)
เห็นด้วยอย่างยิ่ง	205
เห็นด้วย	145
ไม่เห็นด้วย	60
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	70

ข้อมูลที่ได้รวบรวมข้างต้นเป็นข้อมูลชนิดใด

- ก. ข้อมูลเชิงปริมาณ
 - ข. ข้อมูลเชิงคุณภาพ
 - ค. ข้อมูลชนิดไม่ต่อเนื่อง
 - ง. ข้อมูลเชิงทฤษฎี
6. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล จากการทะเบียนหรือการบันทึกเหมาะสมกับการหาคำตอบในข้อใด
- ก. สัตส่วนของแม่บ้านที่ขายสีฟัน “ฟันขาวสะอาด”
 - ข. ผลการเคลือบฟลูออไรด์บนผิวฟันที่มีต่อการป้องกันฟันผุ
 - ค. จำนวนผู้มาใช้บริการห้องสมุดในแต่ละวัน
 - ง. ผลการใช้ปุ๋ยหมักชีวภาพของเกษตรกร

เรื่อง สถิติและข้อมูล

ເຈດີຍ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกและเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้ เป็นข้อมูลเชิงปริมาณหรือข้อมูลเชิงคุณภาพ

- | | |
|---|------------------|
| 1) หมายเลขโทรศัพท์ | ข้อมูลเชิงคุณภาพ |
| 2) ID Line | ข้อมูลเชิงคุณภาพ |
| 3) ความสูงของนักเรียน | ข้อมูลเชิงปริมาณ |
| 4) จำนวนผู้โดยสารที่ใช้บริการสถานีรถไฟฟ้า | ข้อมูลเชิงปริมาณ |
| 5) รายได้ของรัฐบาลประจำปี | ข้อมูลเชิงปริมาณ |
| 6) เลขบัตรประจำตัวประชาชน | ข้อมูลเชิงคุณภาพ |

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างของแหล่งที่มาของข้อมูลทุติยภูมิที่เชื่อถือได้ มา 5 แหล่ง

คำตอบขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน

ข้อความต่อไปนี้ ใช้ตอบคำถาม ข้อ 3.-4.

“สำนักวิจัยแห่งหนึ่ง เผยถึงผลการสำรวจความคิดเห็นของประชาชนในกรุงเทพมหานครต่อการยอมรับมาตรการประหยัดน้ำ พบว่า ส่วนใหญ่ยอมรับที่จะปฏิบัติตามมาตรการเหล่านั้น ทั้งที่บ้านและที่ทำงาน”

3. จากข้อความข้างต้น ข้อใดคือประชากร

- ก. ประชาชนทุกคนในกรุงเทพมหานคร
ข. บริษัททุกบริษัทในกรุงเทพมหานคร
ค. ประชาชนทุกคนในประเทศไทย
ง. บริษัททุกบริษัทในประเทศไทย

4. จากข้อความข้างต้น ข้อใดคือตัวอย่าง

- ก. ประชาชนบางคนในประเทศไทยที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง
- ข. ประชาชนบางคนในกรุงเทพมหานครที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง**
- ค. บริษัทบางแห่งในประเทศไทยที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง
- ง. บริษัทบางแห่งในกรุงเทพมหานครที่ถูกเลือกเป็นตัวอย่าง

5. จากการสำรวจความคิดเห็นของประชาชนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง เพื่อสอบถามความเห็นที่มีต่อนโยบายการประหยัดพลังงานของรัฐบาล โดยการให้สถานที่ราชการและเอกชนปิดไฟและเครื่องปรับอากาศในเวลา 12.00 น. - 13.00 น. ในเวลาทำการ สรุปเป็นตาราง ดังนี้

ความคิดเห็น	จำนวน (คน)
เห็นด้วยอย่างยิ่ง	205
เห็นด้วย	145
ไม่เห็นด้วย	60
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	70

ข้อมูลที่ได้รวบรวมข้างต้นเป็นข้อมูลชนิดใด

- ก. ข้อมูลเชิงปริมาณ
 - ☒ ข. ข้อมูลเชิงคุณภาพ
 - ค. ข้อมูลชนิดไม่ต่อเนื่อง
 - ง. ข้อมูลเชิงทฤษฎี
6. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล จากการทะเบียนหรือการบันทึกเหมาะสมกับการหาคำตอบในข้อใด
- ก. สัตส่วนของแม่บ้านที่ขายสีฟัน “ฟันขาวสะอาด”
 - ข. ผลการเคลือบฟลูออไรด์บนผิวฟันที่มีต่อการป้องกันฟันผุ
 - ☒ ค. จำนวนผู้มาใช้บริการห้องสมุดในแต่ละวัน
 - ง. ผลการใช้ปุ๋ยหมักชีวภาพของเกษตรกร

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้	
• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	
• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์	
• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))	
• ปัญหา/อุปสรรค	
• แนวทางการแก้ไข	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

การแจกแจงความถี่แบบตาราง

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 4) อธิบายการนำเสนอข้อมูลแบบแจกแจงความถี่แบบตารางได้ (K)
- 5) นำเสนอข้อมูลการแจกแจงความถี่แบบตารางได้ถูกต้อง (P)
- 6) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่แบบตารางไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงความถี่แบบตาราง เป็นวิธีการจัดเรียงข้อมูลหรือจัดกลุ่มข้อมูลวิธีการหนึ่ง โดยส่วนใหญ่ประกอบด้วย ข้อมูล รอยขีด ความถี่ของข้อมูล ความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ ความถี่สะสมสัมพัทธ์ และร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์

การสร้างตารางแจกแจงความถี่มี 2 แบบ ได้แก่

- 1) การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม (ungrouped data)
- 2) การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม (grouped data) ซึ่งถ้าไม่มีการระบุความกว้างของอันตรภาคชั้น จะมีวิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้
 - หาช่วงของข้อมูล คำนวณได้จาก ค่าสังเกตสูงสุด - ค่าสังเกตต่ำสุด
 - หาความกว้างของอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้น หรือหาจำนวนอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้น คำนวณได้จาก

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{ช่วงของข้อมูล}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

- เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น
- เขียนรอยขีดแสดงจำนวนค่าสังเกตที่มีอยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้น จากนั้นนับรอยขีดแล้วเขียนตัวเลขแสดงความถี่

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
6. ความสามารถในการสื่อสาร 7. ความสามารถในการคิด 15) ทักษะการคิดคล่อง 16) ทักษะการระบุ 17) ทักษะการวิเคราะห์ 18) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 8. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูรวบรวมข้อมูลค่าขนมรายวันของนักเรียนในชั้นเรียน โดยให้นักเรียนทุกคนออกมาเขียนค่าขนมรายวันบนกระดาน
- ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลค่าขนมรายวันของนักเรียนบนกระดานว่า มีความน่าสนใจหรือไม่ เพราะเหตุใด
- ครูอธิบายว่า ข้อมูลแต่ละค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลข้างต้นยังไม่ได้มีการจัดหมวดหมู่ เรียกว่า “ค่าสังเกต (observation)” ซึ่งยากต่อการนำไปใช้อธิบายลักษณะภาพรวมของประชากรหรือตัวอย่าง จึงต้องนำค่าสังเกตนั้นมาจัดระเบียบให้เป็นหมวดหมู่ เรียกว่า “การแจกแจงความถี่” ทำให้เข้าใจง่าย และนำไปใช้ประโยชน์สำหรับการอนุมานเชิงสถิติต่อไปได้

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

- ครูถามนักเรียนว่า การแจกแจงความถี่มีรูปแบบอะไรบ้าง

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น การแจกแจงความถี่แบบตาราง การแจกแจงความถี่แบบแผนภาพ การแจกแจงความถี่แบบกราฟ)

5. ครุยกตัวอย่างการสร้างตารางแจกแจงความถี่ พร้อมอธิบายดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในการแข่งขันไปคำศัพท์ภาษาอังกฤษระดับชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 10 ห้อง ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยส่งตัวแทนห้องละ 1 ทีม มีผลคะแนนเป็นดังนี้

9	5	5	7	10
8	3	5	9	4

จงหา 1) ผลคะแนนที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีกี่ค่า อะไรบ้าง

2) ผลคะแนนที่เก็บรวบรวมได้มีอะไรบ้าง

3) สร้างตารางแจกแจงความถี่สำหรับผลคะแนน

วิธีทำ 1) เนื่องจากการแข่งขันไปคำศัพท์ภาษาอังกฤษมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน

ดังนั้น ผลคะแนนที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี 11 ค่า ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 หรือ 10

2) ผลคะแนนที่เก็บรวบรวมได้ มีดังนี้

- มีทีมที่ได้ 3 คะแนน 1 ทีม
- มีทีมที่ได้ 4 คะแนน 1 ทีม
- มีทีมที่ได้ 5 คะแนน 3 ทีม
- มีทีมที่ได้ 7 คะแนน 1 ทีม
- มีทีมที่ได้ 8 คะแนน 1 ทีม
- มีทีมที่ได้ 9 คะแนน 2 ทีม
- มีทีมที่ได้ 10 คะแนน 1 ทีม
- ไม่มีทีมที่ได้ 0, 1, 2 หรือ 6 คะแนน

3) สร้างตารางแจกแจงความถี่สำหรับผลคะแนน ดังนี้

คะแนน	ความถี่
0	0
1	0
2	0
3	1
4	1
5	3
6	0
7	1
8	1
9	2
10	1

หรือ

คะแนน	ความถี่
3	1
4	1
5	3
7	1
8	1
9	2
10	1

6. ครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า การสร้างตารางแจกแจงความถี่ในกรณีที่ไม่ทราบขอบเขตของข้อมูล อาจจะสร้างตารางแจกแจงความถี่แสดงจากค่าสังเกตต่ำสุดไปถึงค่าสังเกตสูงสุด
7. ครูให้นักเรียนทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 9 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
8. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1 และกิจกรรมคณิตศาสตร์ ในหนังสือเรียน ดังนี้
 - จากตัวอย่างที่ 1 ค่าสังเกตคืออะไร
(แนวตอบ ผลคะแนนของแต่ละทีม)
 - จากกิจกรรมคณิตศาสตร์ ค่าสังเกตคืออะไร
(แนวตอบ คะแนนสอบของนักเรียน)
 - จากตัวอย่างที่ 1 และจากกิจกรรมคณิตศาสตร์ จำนวนครั้งที่แต่ละค่าสังเกตปรากฏ เรียกว่าอะไร
(แนวตอบ ความถี่)
 - ถ้าในการสอบมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน แล้วค่าที่เป็นไปได้มีทั้งหมดกี่จำนวน อะไรบ้าง
(แนวตอบ 101 จำนวน ได้แก่ 0, 1, 2, ..., 100)
9. ครูอธิบายว่า ตัวแปรที่นำมาวิเคราะห์ส่วนใหญ่มักเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ ซึ่งสามารถวัดออกมาเป็นจำนวนได้ เช่น คะแนนสอบ อายุ รายได้ ราคาสินค้า จำนวนคนงาน จากนั้นครูให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายว่า ตัวแปรเชิงคุณภาพสามารถนำมาวิเคราะห์ได้หรือไม่
10. ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้
 - ถ้าจำนวนสมาชิกของครอบครัวเป็นตัวแปร แล้วค่าสังเกตจะเป็นอะไรบ้าง
(แนวตอบ 1, 2, 3, ...)
 - ถ้าภูมิอากาศเป็นตัวแปร แล้วค่าสังเกตจะเป็นอะไรบ้าง
(แนวตอบ อากาศหนาว อากาศร้อน มีฝนตก)
 - ถ้าวันในหนึ่งสัปดาห์เป็นตัวแปร แล้วค่าสังเกตจะเป็นอะไรบ้าง
(แนวตอบ จันทร์ อังคาร พุธ พฤหัสบดี ศุกร์ เสาร์ อาทิตย์)
 - ถ้าสถานภาพการสมรสเป็นตัวแปร แล้วค่าสังเกตจะเป็นอะไรบ้าง
(แนวตอบ โสด สมรส หย่าร้าง)
 - ตัวแปรเชิงคุณภาพสามารถนำมาวิเคราะห์ได้หรือไม่
(แนวตอบ ได้)

11. ครุยตัวอย่างการสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม พร้อมอธิบายดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 ข้อมูลต่อไปนี้ เป็นคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนจำนวน 60 คน เป็นดังนี้

84	79	65	78	78	62	80	67	82	73
81	68	60	74	67	75	48	80	71	62
52	62	76	76	65	63	68	51	48	53
71	75	74	77	68	73	61	66	98	79
67	70	61	81	57	71	57	69	60	76
81	93	75	72	60	65	56	75	88	30

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบทั้งหมด โดยกำหนดให้มี 7 อันตรภาคชั้น

วิธีทำ จากข้อมูล สามารถสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ ดังนี้

1) หาช่วงของข้อมูล คำนวณได้จาก

$$\text{ค่าสังเกตสูงสุด} - \text{ค่าสังเกตสูงสุด}$$

จากข้อมูลข้างต้น ค่าสังเกตสูงสุด คือ 98 และค่าสังเกตต่ำสุดคือ 30

ดังนั้น ช่วงของข้อมูล = $98 - 30 = 68$

2) หาความกว้างของอันตรภาคชั้น คำนวณได้จาก

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{ช่วงของข้อมูล}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

ถ้าความกว้างของอันตรภาคชั้นหรือจำนวนอันตรภาคชั้นที่คำนวณได้ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ปัดขึ้น

เป็นจำนวนเต็มเสมอ แต่ถ้าค่าที่ได้เป็นจำนวนเต็มให้บวกไปอีก 1 เสมอ

จากข้อมูลข้างต้น กำหนดให้มี 7 อันตรภาคชั้น

จะได้ ความกว้างของอันตรภาคชั้น = $\frac{68}{7} \approx 10$

3) เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น ทำให้เขียนอันตรภาคชั้นทั้ง 7 ชั้น ได้ดังนี้

30 - 39, 40 - 49, 50 - 59, 60 - 69, 70 - 79, 80 - 89, 90 - 99

4) เขียนรอยขีดแสดงจำนวนค่าสังเกตที่มีอยู่แต่ละอันตรภาคชั้น ดังนี้

คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์	รอยขีด	ความถี่
30 - 39		1
40 - 49		2
50 - 59		6
60 - 69		20
70 - 79		21
80 - 89		8
90 - 99		2
รวม		60

12. ครูถามคำถามนักเรียนว่า ตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 มีความแตกต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ ตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลที่มีจำนวนไม่มาก ค่าสังเกตสูงสุดและค่าสังเกตต่ำสุดห่างกันไม่มาก แต่ตัวอย่างที่ 2 เป็นข้อมูลที่มีจำนวนมาก ค่าสังเกตสูงสุดและค่าสังเกตต่ำสุดห่างกันมาก)
13. ครูอธิบายว่า ตัวอย่างที่ 1 เป็นตารางแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม (ungrouped data) และตัวอย่างที่ 2 เป็นตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม (grouped data)
14. ครูเน้นย้ำ “คณิตหน้ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 12 ว่า “ถ้าโจทย์ไม่ได้กำหนดจำนวนอันตรภาคชั้นมาให้ เราสามารถหาจำนวนอันตรภาคชั้นที่เหมาะสม โดยใช้สูตร ดังนี้

$$k = 1 + 3.3 \log N$$
เมื่อ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น และ N แทนจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด
โดยให้ปัดค่า k ขึ้นเป็นจำนวนเต็มเสมอ”
15. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นร่วมกันทำกิจกรรม โดยให้นักเรียนแต่ละคนบอกความสูงของตนเอง ครูเขียนข้อมูลบนกระดาน และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยกำหนดช่วงของข้อมูลและจำนวนอันตรภาคชั้นของตารางเอง
16. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเพื่อนำเสนอ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
17. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้จากการทำกิจกรรมข้างต้น

ชั่วโมงที่ 2

18. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนเกี่ยวกับตารางแจกแจงความถี่ โดยการยกตัวอย่างจากกิจกรรมในชั่วโมงที่ 1
19. ครูยกตัวอย่างข้อมูล และถามคำถามนักเรียน ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 ในการเลือกตัวแทนนักเรียนจำนวน 44 คน จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งหมดในเขตพื้นที่การศึกษาหนึ่ง โดยวิธีการสุ่ม ปรากฏผลว่า นักเรียน 44 คน มีคะแนนรวมของ 5 วิชาที่ประเมิน เป็นดังนี้

365	201	240	187	61	21	60	250	15
50	52	112	219	425	90	225	151	37
240	184	498	122	257	350	278	68	154
406	330	44	63	42	105	231	98	365
343	417	473	302	371	439	428	481	

สร้างตารางแจกแจงความถี่จากข้อมูลทั้งหมด โดยกำหนดให้มี 10 อันตรภาคชั้น

- จากตัวอย่างที่ 3 ควรสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบใด เพราะเหตุใด
(แนวตอบ ตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม เพราะเป็นข้อมูลที่มีจำนวนมาก และมีค่าสังเกตสูงสุดกับค่าสังเกตต่ำสุดของข้อมูลต่างกันมาก)
- จงแสดงวิธีการสร้างตารางแจกแจงความถี่จากข้อมูลในตัวอย่างที่ 3
(แนวตอบ 1) หาค่าความแตกต่างของค่าสูงสุดและต่ำสุดของข้อมูลในชุดซึ่งในที่นี้ คือ $498 - 15 = 483$
2) แบ่งค่าที่ได้ออกเป็นช่วง โดยกำหนดให้มี 10 อันตรภาคชั้น จะได้ความกว้างของอันตรภาคชั้น คือ $483 \div 10 = 48.3 \approx 50$
3) เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น ได้ดังนี้ 0 - 49, 50 - 99, 100 - 149, 150 - 199, 200 - 249, 250 - 299, 300 - 349, 350 - 399, 400 - 449, 450 - 499
4) จากนั้นสร้างตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ ดังนี้

คะแนนรวมของ 5 วิชาที่ประเมิน	ความถี่
0 - 49	5
50 - 99	8
100 - 149	3
150 - 199	4
200 - 249	6
250 - 299	3
300 - 349	3
350 - 399	4
400 - 449	5
450 - 499	3

20. ครูให้นักเรียนทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 11 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
21. ครูยกตัวอย่างข้อมูล พร้อมถามคำถามดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 ตารางแสดงจำนวนผู้ป่วยในเขตเทศบาลแห่งหนึ่งในปี พ.ศ. 2562 จำแนกตามระยะเวลาการป่วย ดังนี้

ระยะเวลาการป่วย (วัน)	จำนวนผู้ป่วย (คน)
น้อยกว่า 8	441,250
8 - 14	50,650
15 - 28	12,560
29 - 42	8,720
43 ขึ้นไป	22,110
ไม่ทราบข้อมูล	7,850
รวม	543,140

- ความกว้างของอันตรภาคชั้นในตัวอย่างที่ 4 แตกต่างจากที่นักเรียนเมื่อชั่วโมงที่แล้วหรือไม่ อย่างไร
(แนวตอบ แตกต่าง ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้น)
 - นักเรียนคิดว่า ความกว้างของอันตรภาคชั้นแต่ละชั้นที่ไม่เท่ากันในตัวอย่างที่ 4 นั้น เป็นการเขียนตารางแจกแจงความถี่ผิดหรือไม่ เพราะเหตุใด
(แนวตอบ ไม่ผิด เพราะความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อมูล)
22. ครูอธิบายค่าสังเกตที่เป็นทศนิยม ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 13 ว่า อาจกำหนดอันตรภาคชั้นให้อยู่ในรูปช่วงได้ พร้อมเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ดังนี้
- ถ้าข้อมูลแต่ละตัวมีค่าแตกต่างกันมากมักกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้นน้อยชั้น
 - ถ้าข้อมูลแต่ละตัวมีค่าแตกต่างกันน้อยมักกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้นหลายชั้น
 - เพื่อไม่ให้บางอันตรภาคชั้นมีความถี่เป็นศูนย์ โดยทั่วไปจำนวนอันตรภาคชั้นที่นิยมใช้จะอยู่ที่ 7-15 ชั้น หรือส่วนใหญ่ไม่ต่ำกว่า 5 ชั้น
 - ความกว้างของอันตรภาคชั้นแต่ละชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น
23. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 9-13 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

24. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับตารางแจกแจงความถี่ โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- การสร้างตารางแจกแจงความถี่มีกี่แบบ อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 แบบ ได้แก่ การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม (ungrouped data) และการสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม (grouped data))

- การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม ถ้าไม่มีการระบุความกว้างของอันตรภาคชั้น จะมีวิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่อย่างไร

(แนวตอบ จะมีวิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

1) หาช่วงของข้อมูล คำนวณจาก ค่าสังเกตสูงสุด - ค่าสังเกตต่ำสุด

2) หาความกว้างของอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้น หรือหาจำนวนอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้น คำนวณได้จาก

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{ช่วงของข้อมูล}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

3) เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น

4) เขียนรอยขีดแสดงจำนวนค่าสังเกตที่มีอยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้น จากนั้นนับรอยขีดแล้วเขียนตัวเลขแสดงความถี่)

ชั่วโมงที่ 3

25. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

- การสร้างตารางแจกแจงความถี่มี 2 แบบ ได้แก่ การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม (ungrouped data) และการสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม (grouped data)
- การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม ถ้าไม่มีการระบุความกว้างของอันตรภาคชั้น จะมีวิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

1) หาช่วงของข้อมูล คำนวณจาก ค่าสังเกตสูงสุด - ค่าสังเกตต่ำสุด

2) หาความกว้างของอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้น หรือหาจำนวนอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้น คำนวณได้จาก

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{ช่วงของข้อมูล}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

3) เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น

4) เขียนรอยขีดแสดงจำนวนค่าสังเกตที่มีอยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้น จากนั้นนับรอยขีดแล้วเขียนตัวเลขแสดงความถี่

26. ครูกล่าวว่า เมื่อสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้แล้ว เราสามารถนำมาหาความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ และความถี่สะสมสัมพัทธ์ ได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ และความถี่สะสมสัมพัทธ์ ของคะแนนสอบ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 60 คน พร้อมยกตัวอย่างการอ่านตารางที่ได้

คะแนนสอบ	ความถี่
30 - 39	1
40 - 49	1
50 - 59	6
60 - 69	21
70 - 79	21
80 - 89	8
90 - 99	2

วิธีทำ 1) สร้างตารางความถี่สะสม ได้ดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม
30 - 39	1	1
40 - 49	1	2
50 - 59	6	8
60 - 69	21	29
70 - 79	21	50
80 - 89	8	58
90 - 99	2	60
รวม	60	

ตัวอย่างการอ่านตารางแจกแจงความถี่สะสม เช่น

- มีนักเรียน 3 คน ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 50
- มีนักเรียน 10 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ 80 ขึ้นไป

2) สร้างตารางแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ได้ ดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สัมพัทธ์
30 - 39	1	$\frac{1}{60} \approx 0.02$	$0.02 \times 100 = 2$
40 - 49	1	$\frac{1}{60} \approx 0.02$	$0.02 \times 100 = 2$
50 - 59	6	$\frac{6}{60} = 0.10$	$0.10 \times 100 = 10$
60 - 69	21	$\frac{21}{60} = 0.35$	$0.35 \times 100 = 35$
70 - 79	21	$\frac{21}{60} = 0.35$	$0.35 \times 100 = 35$
80 - 89	8	$\frac{8}{60} \approx 0.13$	$0.13 \times 100 = 13$
90 - 99	2	$\frac{2}{60} \approx 0.03$	$0.03 \times 100 = 3$
รวม	60	1.00	100

ตัวอย่างการอ่านตารางแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ เช่น

- จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบช่วง 50 - 59 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 10 ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด
- มีนักเรียนที่ได้คะแนนสอบอยู่ในช่วง 60 - 69 และ 70 - 79 มากที่สุด แต่ละช่วงคะแนน คิดเป็นร้อยละ 35 ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด

3) สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ได้ ดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สะสมสัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์
30 - 39	1	1	$\frac{1}{60} \approx 0.02$	$0.02 \times 100 = 2$
40 - 49	1	2	$\frac{2}{60} \approx 0.03$	$0.03 \times 100 = 3$
50 - 59	6	8	$\frac{8}{60} \approx 0.13$	$0.13 \times 100 = 13$
60 - 69	21	29	$\frac{29}{60} \approx 0.48$	$0.48 \times 100 = 48$

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สะสมสัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์
70 - 79	21	50	$\frac{50}{60} \approx 0.83$	$0.83 \times 100 = 83$
80 - 89	8	58	$\frac{58}{60} \approx 0.97$	$0.97 \times 100 = 97$
90 - 99	2	60	$\frac{60}{60} = 1.00$	$1.00 \times 100 = 100$
รวม	60			

ตัวอย่างการอ่านตารางแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ เช่น

- จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่า 60 คิดเป็นร้อยละ 83 ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด
- จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่า 80 คิดเป็นร้อยละ 97 ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด

27. ครูปยกตัวอย่างเกี่ยวกับการหาความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ และความถี่สะสมสัมพัทธ์ จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 14-16 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- การหาความถี่สะสมในแต่ละอันดับชั้น มีหลักการอย่างไร

(แนวตอบ ผลรวมของความถี่ของอันดับชั้นนั้นกับความถี่ของอันดับชั้นที่ต่ำกว่าทั้งหมด)

- ความถี่สะสมของอันดับชั้นสุดท้ายมีความสัมพันธ์กับจำนวนข้อมูลทั้งหมดอย่างไร

(แนวตอบ ความถี่สะสมของอันดับชั้นสุดท้ายจะเท่ากับจำนวนข้อมูลทั้งหมดเสมอ)

- ความถี่สัมพัทธ์ของค่าที่เป็นไปได้หรือของอันดับชั้นใด มีความหมายว่าอย่างไร และมีวัตถุประสงค์อย่างไร

(แนวตอบ ความถี่สัมพัทธ์ของค่าที่เป็นไปได้หรือของอันดับชั้นใด คือ อัตราส่วนระหว่างความถี่ของค่านั้นหรือของอันดับชั้นนั้นกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด)

วัตถุประสงค์ในการสร้างตารางแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ เพื่อต้องการเปรียบเทียบว่า ความถี่ของ แต่ละค่าที่เป็นไปได้หรือของแต่ละอันดับชั้นมีจำนวนมากหรือน้อยเพียงใด เมื่อเทียบกับความถี่ทั้งหมด)

- ความถี่สะสมสัมพัทธ์ของค่าที่เป็นไปได้หรือของอันดับชั้นใด มีความหมายว่าอย่างไร และมีวัตถุประสงค์สำคัญอย่างไร

(แนวตอบ ความถี่สะสมสัมพัทธ์ของค่าที่เป็นไปได้หรือของอันดับชั้นใด คือ อัตราส่วนระหว่างความถี่สะสมของค่านั้นหรือของอันดับชั้นนั้นกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด)

วัตถุประสงค์เพื่อต้องการเปรียบเทียบว่า ความถี่สะสมของแต่ละค่าที่เป็นไปได้หรือแต่ละอันดับชั้นมีจำนวนมากหรือน้อยเพียงใดเมื่อเทียบกับความถี่ทั้งหมด)

28. ครูให้นักเรียนทำ “Thinking Time” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 15 และ หน้า 17 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
29. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 27 ข้อ 1 ข้อย่อยที่ 1) จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบตาราง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
2. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยใบงานที่ 1.2 โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่แบบตาราง ดังนี้
 - การแจกแจงความถี่แบบตาราง เป็นวิธีการจัดเรียงข้อมูลหรือจัดกลุ่มข้อมูลวิธีการหนึ่ง โดยส่วนใหญ่ประกอบด้วย ข้อมูล รอยขีด ความถี่ของข้อมูล ความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ ความถี่สะสมสัมพัทธ์ และร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์
 - การสร้างตารางแจกแจงความถี่มี 2 แบบ ได้แก่ การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม (ungrouped data) และการสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม (grouped data)
 - การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม ถ้าไม่มีการระบุความกว้างของอันตรภาคชั้น จะมีวิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้
 - 1) หาช่วงของข้อมูล คำนวณจาก ค่าสังเกตสูงสุด - ค่าสังเกตต่ำสุด
 - 2) หาความกว้างของอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดจำนวนอันตรภาคชั้น หรือหาจำนวนอันตรภาคชั้น เมื่อกำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้น คำนวณได้จาก

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{ช่วงของข้อมูล}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$
 - 3) เขียนช่วงของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น
 - 4) เขียนรอยขีดแสดงจำนวนค่าสังเกตที่มีอยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้น จากนั้นนับรอยขีดแล้วเขียนตัวเลขแสดงความถี่
4. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.2 ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 6) การแจกแจงความถี่ แบบตาราง	- ตรวจใบงานที่ 1.2 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจ Exercise 1.2	- ใบงานที่ 1.2 - แบบฝึกทักษะ 1.2 - Exercise 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
8) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
9) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
10) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.2 สื่อการเรียนรู้

- 4) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 5) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 6) ใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบตาราง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 4) ห้องเรียน
- 5) ห้องสมุด
- 6) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.2

เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบตาราง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและตอบคำถามต่อไปนี้

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

40	35	45	50	55	56
62	45	58	60	62	70
80	65	72	48	59	60
49	48	51	50	60	59
62	63	64	57	58	63

- 1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยใช้อันตรภาคชั้น ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	รอยขีด	จำนวนนักเรียน (คน)
31 - 40		

- 2) จากตารางแจกแจงความถี่ในข้อ 1) นักเรียนส่วนใหญ่มีน้ำหนักอยู่ในช่วงใด

.....

.....

- 3) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 60 กิโลกรัม มีกี่คน

.....

.....

2. ตารางแจกแจงความถี่แสดงอายุ (ปี) ของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม	
10 - 19	2	
20 - 29	17	
30 - 39	27	
40 - 49	32	
50 - 59	32	
60 - 69	35	

1) จงหาจำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 10 - 19, 20 - 29, 30 - 39, 40 - 49, 50 - 59 และ 60 - 69 ปี

.....

.....

.....

.....

.....

2) จงหาว่าคนในหมู่บ้านแห่งนี้ มีอายุอยู่ในช่วงใดมากที่สุด และมีจำนวนเท่าไร

.....

3. จงเติมตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ความถี่สะสม	ความถี่สะสมสัมพัทธ์
36 - 40	3			
41 - 45	6			
46 - 50	8			
51 - 55	9			
56 - 60	6			
61 - 65	4			
66 - 70	4			

4. ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 60 คน เป็นดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม	
30 - 39	1	
40 - 49	3	
50 - 59	9	
60 - 69	29	
70 - 79	50	
80 - 89	58	
90 - 99	60	

จงหา

1) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 80 ถึง 89 คะแนน และ 60 ถึง 89 คะแนน

.....

.....

2) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า 50 คะแนน

.....

.....

3) นักเรียนกลุ่มนี้ได้คะแนนสอบอยู่ในช่วงใดมากที่สุด และมีนักเรียนจำนวนกี่คน

.....

.....

4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 70 คะแนน ขึ้นไป

.....

.....

5. ตารางแจกแจงความถี่แสดงคะแนนสอบปลายภาคของนักเรียน 60 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 800 คะแนน เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
701 - 800	4
601 - 700	10
501 - 600	15
401 - 500	18
301 - 400	11
201 - 300	2

1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม

วิธีทำ

2) จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบมากกว่า 700 คะแนน หรือต่ำกว่า 301 คะแนน จำนวนนักเรียนทั้งสองกลุ่มคิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 1.2

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบตาราง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและตอบคำถามต่อไปนี้

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

40	35	45	50	55	56
62	45	58	60	62	70
80	65	72	48	59	60
49	48	51	50	60	59
62	63	64	57	58	63

- 1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยใช้สูตรภาคชั้น ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	รอยขีด	จำนวนคน
31 - 40		2
41 - 50	 	7
51 - 60	 	11
61 - 70	 	8
71 - 80		2

- 2) จากตารางแจกแจงความถี่ในข้อ 1) นักเรียนส่วนใหญ่มีน้ำหนักอยู่ในช่วงใด

นักเรียนส่วนใหญ่มีน้ำหนักอยู่ในช่วง 51 - 60 กิโลกรัม

- 3) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 60 กิโลกรัม มีกี่คน

นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 60 กิโลกรัม มี 2 อันตรภาคชั้น ได้แก่ 61 - 70 กิโลกรัม และ 71 - 80 กิโลกรัม

ดังนั้น นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 60 กิโลกรัม มี 10 คน

2. ตารางแจกแจงความถี่แสดงอายุ (ปี) ของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม	ความถี่
10 - 19	2	2
20 - 29	17	15
30 - 39	27	10
40 - 49	32	5
50 - 59	32	0
60 - 69	35	3

1) จงหาจำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 10 - 19, 20 - 29, 30 - 39, 40 - 49, 50 - 59 และ 60 - 69 ปี

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 10 - 19 ปี มี 2 คน

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 20 - 29 ปี มี 15 คน

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 30 - 39 ปี มี 10 คน

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 40 - 49 ปี มี 5 คน

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 50 - 59 ปี มี 0 คน

จำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 60 - 69 ปี มี 3 คน

2) จงหาว่าคนในหมู่บ้านแห่งนี้ มีอายุอยู่ในช่วงใดมากที่สุด และมีจำนวนเท่าไร

คนในหมู่บ้านแห่งนี้ที่มีอายุในช่วง 20 - 29 ปี มากที่สุด และมีจำนวน 15 คน

3. จงเติมตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ความถี่สะสม	ความถี่สะสมสัมพัทธ์
36 - 40	3	$\frac{3}{40} = 0.075$	3	$\frac{3}{40} = 0.075$
41 - 45	6	$\frac{6}{40} = 0.15$	9	$\frac{9}{40} = 0.225$
46 - 50	8	$\frac{8}{40} = 0.2$	17	$\frac{17}{40} = 0.425$
51 - 55	9	$\frac{9}{40} = 0.225$	26	$\frac{26}{40} = 0.65$
56 - 60	6	$\frac{6}{40} = 0.15$	32	$\frac{32}{40} = 0.8$
61 - 65	4	$\frac{4}{40} = 0.1$	36	$\frac{36}{40} = 0.9$
66 - 70	4	$\frac{4}{40} = 0.1$	40	$\frac{40}{40} = 1.0$

4. ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 60 คน เป็นดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม	ความถี่
30 - 39	1	1
40 - 49	3	2
50 - 59	9	6
60 - 69	29	20
70 - 79	50	21
80 - 89	58	8
90 - 99	60	2

จงหา

1) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 80 ถึง 89 คะแนน และ 60 ถึง 89 คะแนน

.....นักเรียนที่ได้คะแนนสอบ 80 ถึง 89 คะแนน มีจำนวน 8 คน

.....นักเรียนที่ได้คะแนนสอบ 60 ถึง 89 คะแนน มีจำนวน 49 คน

2) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า 50 คะแนน

.....นักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า 50 คะแนน มีจำนวน 3 คน

3) นักเรียนกลุ่มนี้ได้คะแนนสอบอยู่ในช่วงใดมากที่สุด และมีนักเรียนจำนวนกี่คน

.....นักเรียนกลุ่มได้มากที่สุด คือ 70 - 79 คะแนน และมีนักเรียนจำนวน 21 คน

4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 70 คะแนนขึ้นไป

.....นักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 70 คะแนนขึ้นไป มีจำนวน 31 คน

5. ตารางแจกแจงความถี่แสดงคะแนนสอบปลายภาคของนักเรียน 60 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 800 คะแนน เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
701 - 800	4
601 - 700	10
501 - 600	15
401 - 500	18
301 - 400	11
201 - 300	2

1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม

วิธีทำ

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
201 - 300	2	2
301 - 400	11	13
401 - 500	18	31
501 - 600	15	46
601 - 700	10	56
701 - 800	4	60

2) จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบมากกว่า 700 คะแนน หรือต่ำกว่า 301 คะแนน จำนวนนักเรียนทั้งสองกลุ่มคิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสอบมากกว่า 700 คะแนน หรือต่ำกว่า 301 คะแนน เท่ากับ $4 + 2 = 6$ คน
คิดเป็นร้อยละ $\frac{6}{60} \times 100 = 10$ ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ดังนั้น จำนวนนักเรียนทั้งสองกลุ่มคิดเป็นร้อยละ 10 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 7) อธิบายการแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟได้ (K)
- 8) นำเสนอข้อมูลแบบแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟได้ถูกต้อง (P)
- 9) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การใช้กราฟแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูลจะทำให้เห็นการกระจายของข้อมูลได้ชัดเจนกว่าการใช้ตารางแจกแจงความถี่ ซึ่งกราฟที่แสดงการแจกแจงความถี่ มีดังนี้

- 1) ฮิสโตแกรม (histogram) เป็นแผนภาพรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่วางเรียงติดกันบนแกนนอน (แกน X) ส่วนแกนตั้ง (แกน Y) จะแสดงความถี่ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปจะแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น ในกรณีที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น นิยมให้ความสูงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงความถี่
- 2) แผนภาพต้น-ใบ (stem and leaf plot) เป็นการนำเสนอโดยจัดค่าสังเกตเป็นกลุ่ม แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น และแผนภาพจะแสดงการแจกแจงและวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นไปพร้อมกัน

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
9. ความสามารถในการสื่อสาร 10. ความสามารถในการคิด 19) ทักษะการคิดคล่อง 20) ทักษะการวิเคราะห์ 21) ทักษะการรวบรวมข้อมูล 22) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 11. ความสามารถในการแก้ปัญหา 12. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่แบบตาราง โดยครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลย Exercise 1.2 ในหนังสือแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

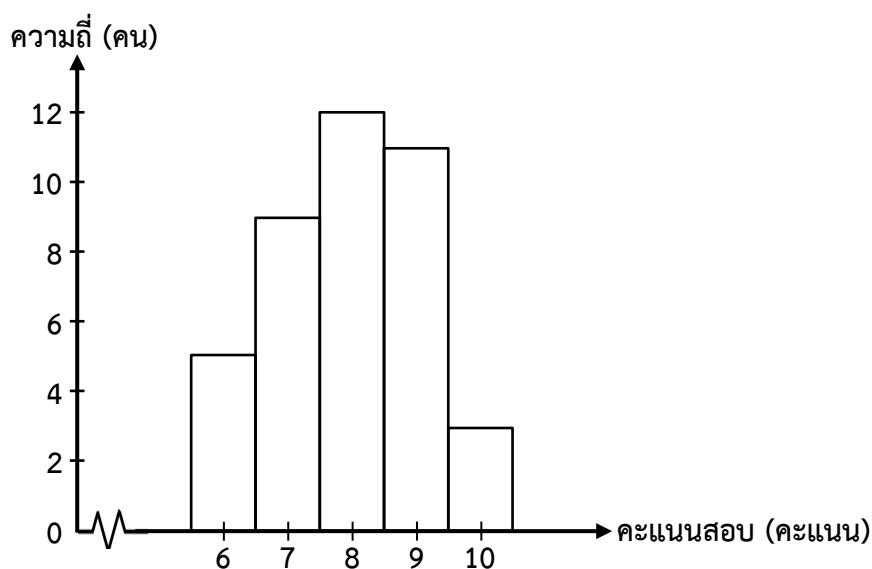
30. ครูกล่าวว่า การใช้กราฟแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูลจะทำให้เห็นการกระจายของข้อมูลได้ชัดเจนกว่าการใช้ตารางแจกแจงความถี่ ซึ่งกราฟที่นักเรียนจะได้ศึกษา คือ ฮิสโทแกรม และแผนภาพต้น-ใบ

31. ครูยกตัวอย่างการสร้างฮิสโทแกรมจากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งอธิบายดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ตารางแสดงคะแนนสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.6/1 จำนวน 40 คน เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
6	5
7	9
8	12
9	11
10	3

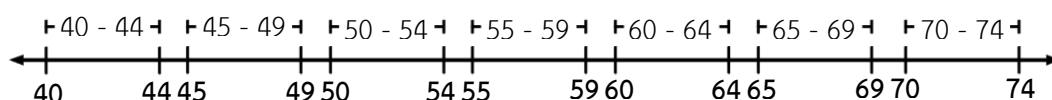
วิธีทำ จากโจทย์ ตารางแจกแจงความถี่เป็นข้อมูลแบบไม่จัดกลุ่ม ซึ่งสามารถสร้างฮิสโทแกรม โดยกำหนดให้ ตัวเลข 6, 7, 8, 9 และ 10 แทนจุดกึ่งกลางของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ แต่ละรูปมีความสูงเท่ากับความถี่ 5, 9, 12, 11 และ 3 ตามลำดับ เป็นดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 ตารางแสดงน้ำหนักของนักเรียนชั้น ม.6/1 จำนวน 40 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)
40 - 44	2
45 - 49	7
50 - 54	10
55 - 59	11
60 - 64	3
65 - 69	5
70 - 74	2

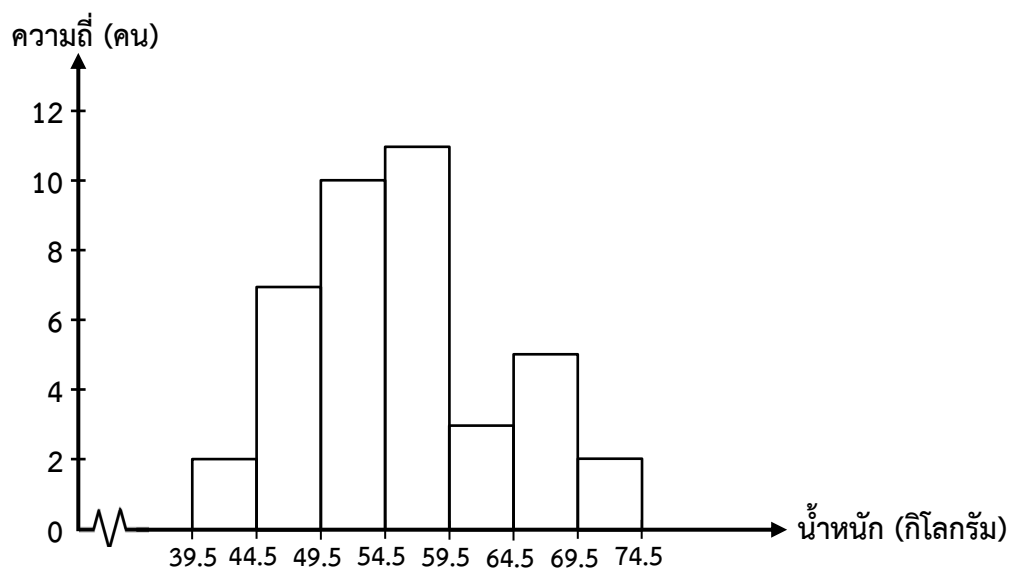
วิธีทำ จากโจทย์ ตารางแจกแจงความถี่เป็นข้อมูลแบบจัดกลุ่ม เมื่อนำอันตรภาคชั้นในตารางแจกแจงความถี่ มาเขียนลงบนเส้นจำนวน จะได้ว่า อันตรภาคชั้นที่อยู่ติดกันไม่ต่อเนื่องกัน ดังนี้



ในการสร้างฮิสโทแกรมจะต้องให้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปเรียงติดกัน จึงได้มีการกำหนดขอบล่าง และขอบบน เพื่อทำให้ข้อมูลของแต่ละอันตรภาคชั้นในตารางแจกแจงความถี่มีความต่อเนื่องกัน ซึ่งขอบล่างและขอบบนหาได้ ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ขอบล่าง	ขอบบน	จำนวนนักเรียน (คน)
40 - 44	$\frac{40 + 39}{2} = 39.5$	$\frac{44 + 45}{2} = 44.5$	2
45 - 49	$\frac{45 + 44}{2} = 44.5$	$\frac{49 + 50}{2} = 49.5$	7
50 - 54	$\frac{50 + 49}{2} = 49.5$	$\frac{54 + 55}{2} = 54.5$	10
55 - 59	$\frac{55 + 54}{2} = 54.5$	$\frac{59 + 60}{2} = 59.5$	11
60 - 64	$\frac{60 + 59}{2} = 59.5$	$\frac{64 + 65}{2} = 64.5$	3
65 - 69	$\frac{65 + 64}{2} = 64.5$	$\frac{69 + 70}{2} = 69.5$	5
70 - 74	$\frac{70 + 69}{2} = 69.5$	$\frac{74 + 75}{2} = 74.5$	2

นำมาสร้างฮิสโทแกรมได้ ดังนี้



32. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 17-18 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

33. ครูถามคำถามนักเรียน จาก “ตัวอย่างที่ 1-2 และกิจกรรมคณิตศาสตร์” ดังนี้

- จาก “ตัวอย่างที่ 1-2” และ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” เป็นการแจกแจงความถี่แบบใด
(แนวตอบ ตัวอย่างที่ 1 และกิจกรรมคณิตศาสตร์ข้อ 1. เป็นการแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่ม
ตัวอย่างที่ 2 และกิจกรรมคณิตศาสตร์ข้อ 2. เป็นการแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่ม)
- ข้อมูลที่เป็นการแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่มและจัดกลุ่ม มีวิธีการสร้างฮิสโทแกรมเหมือนหรือแตกต่างกัน
อย่างไร
(แนวตอบ แตกต่างกัน คือ การแจกแจงความถี่แบบไม่จัดกลุ่มจะใช้ตัวเลขแทนจุดกึ่งกลางของรูปสี่เหลี่ยม
มุมฉาก ส่วนการแจกแจงความถี่แบบจัดกลุ่มจะใช้ขอบล่างและขอบบนของ
แต่ละอันตรภาคชั้น แล้วให้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีความกว้างเท่ากับ
ผลต่างของขอบล่างกับขอบบน
เหมือนกัน คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่สร้างขึ้น แต่ละรูปจะมีความสูงเท่ากับความถี่ของข้อมูลหรือ
ของอันตรภาคชั้นนั้น ๆ)

34. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 17-19 เป็นการ
ทบทวน จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในข้อสงสัย

35. ครูให้นักเรียนสร้างฮิสโทแกรมจากข้อมูลค่าขนมรายวันของนักเรียนในห้อง โดยสร้างเป็นตารางแจกแจง
ความถี่แบบอันตรภาคชั้น 5 ชั้น จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน

36. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับฮิสโทแกรม ดังนี้

ฮิสโทแกรม (histogram) เป็นแผนภาพรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่วางเรียงติดกันบนแกนนอน (แกน X) ส่วน
แกนตั้ง (แกน Y) จะแสดงความถี่และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปจะแทนความถี่ของแต่ละอันตร
ภาคชั้น ในกรณีที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น นิยมให้ความสูงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดง
ความถี่

37. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 27 ข้อ 2 ใหญ่
ข้อย่อย 1) เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

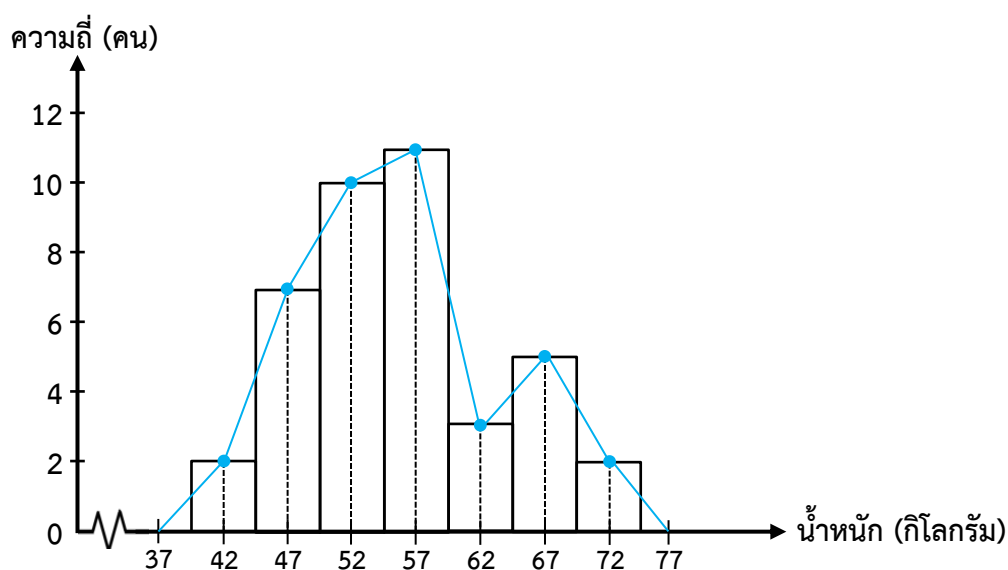
38. ครูทบทวนเกี่ยวกับฮิสโทแกรม โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียน
ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

39. จากตัวอย่างที่ 2 ครูนำมาอธิบายการสร้างรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (frequency polygon) ดังนี้

จากตารางแจกแจงความถี่ข้างต้น สามารถหาจุดกึ่งกลางชั้นของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้นได้จากค่ากึ่งกลาง
ระหว่างขอบล่างและขอบบนของอันตรภาคชั้นนั้น ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ขอบล่าง - ขอบบน	จุดกึ่งกลางชั้น	จำนวนนักเรียน (คน)
40 - 44	39.5 - 44.5	$\frac{39.5 + 44.5}{2} = 42$	2
45 - 49	44.5 - 49.5	$\frac{44.5 + 49.5}{2} = 47$	7
50 - 54	49.5 - 54.5	$\frac{49.5 + 54.5}{2} = 52$	10
55 - 59	54.5 - 59.5	$\frac{54.5 + 59.5}{2} = 57$	11
60 - 64	59.5 - 64.5	$\frac{59.5 + 64.5}{2} = 62$	3
65 - 69	64.5 - 69.5	$\frac{64.5 + 69.5}{2} = 67$	5
70 - 74	69.5 - 74.5	$\frac{69.5 + 74.5}{2} = 72$	2

จากตารางข้างต้น เขียนรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (frequency polygon) ได้ดังรูป



40. ครูอธิบายตัวอย่างการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 20 พร้อมทั้งให้นักเรียนสแกน QR Code การสร้างฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra
41. ครูอธิบายตัวอย่างในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 21-22 เกี่ยวกับเส้นโค้งความถี่ และเส้นโค้งความถี่สะสม อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

42. จากตัวอย่างที่ 2 ครูให้นักเรียนเขียนเส้นโค้งความถี่ และเส้นโค้งความถี่สะสม โดยครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
43. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 27 ข้อ 1 ข้อย่อยที่ 2) จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
44. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหลักเขียนเส้นโค้งความถี่สะสมในกรอบ “คณิตน่ารู้” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 22 ดังนี้
 - 1) ให้แกนนอนเป็นคะแนนสอบ และแกนตั้งเป็นความถี่สะสม
 - 2) หาตำแหน่งของจุด (ขอบบน, ความถี่สะสม) ของอันตรภาคชั้นแต่ละชั้น
 - 3) ลากเส้นต่อแต่ละจุด แล้วปรับโค้งให้เรียบ
45. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 28 ข้อ 4 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

46. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้ จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
47. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 22-24 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
48. ครูถามคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนว่า ตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือทั้ง 2 ตัวอย่าง เป็นการนำเสนอข้อมูลของแผนภาพต้น-ใบ เพียงชุดเดียว

และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 ข้อมูลทั้งหมดเป็นจุดทศนิยม 1 ตำแหน่ง เขียนแผนภาพต้น-ใบ ได้โดย

ใช้เลขโดดจำนวนเต็มเป็นลำต้น และใช้เลขโดดที่อยู่หลังจุดทศนิยมเป็นใบ

แต่ตัวอย่างที่ 2 ข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนสามหลัก เขียนแผนภาพต้น-ใบ ได้โดย

ใช้เลขโดดสองหลักแรกเป็นลำต้น และใช้เลขโดดในหลักหน่วยเป็นใบ)

49. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 23 และ หน้า 25 ลงในสมุด จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
50. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 3 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 25-26 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

51. ครูถามนักเรียนว่า ตัวอย่างที่ 3 เป็นการเขียนแผนภาพต้น-ใบ ที่เหมือนหรือต่างจากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 อย่างไร
(แนวตอบ ตัวอย่างที่ 3 เป็นการนำเสนอข้อมูลของแผนภาพต้น-ใบ 2 ชุด พร้อมกัน แต่ตัวอย่างที่ 1-2 เป็นการนำเสนอข้อมูลของแผนภาพต้น-ใบ เพียงชุดเดียวเท่านั้น)
52. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 26 ลงในสมุด โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
53. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 27-28 ข้อที่เหลือ จากนั้นให้นักเรียนจับคู่แลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบและร่วมกันอภิปรายคำตอบที่นักเรียนตอบไม่ตรงกัน โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำกับนักเรียน

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนแต่ละคนเขียนแผนภาพต้น-ใบ นำเสนอความสูงของนักเรียนภายในห้อง
2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ โดยครูเป็นผู้แนะนำและตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่แบบตาราง ดังนี้
การใช้กราฟแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูลจะทำให้เห็นการกระจายของข้อมูลได้ชัดเจนกว่าการใช้ตารางแจกแจงความถี่ ซึ่งกราฟที่ได้ศึกษา มีดังนี้
 - 1) ฮิสโทแกรม (histogram) เป็นแผนภาพรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่วางเรียงติดกันบนแกนนอน (แกน X) ส่วนแกนตั้ง (แกน Y) จะแสดงความถี่และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปจะแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น ในกรณีที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น นิยมให้ความสูงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงความถี่
 - 2) แผนภาพต้น-ใบ (stem and leaf plot) เป็นการนำเสนอโดยจัดค่าสังเกตเป็นกลุ่ม แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น และแผนภาพจะแสดงการแจกแจงและวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นไปพร้อมกัน
2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.2 ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
11) การแจกแจงความถี่ แบบใช้แผนภูมิหรือ กราฟ	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.3 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจสอบ Exercise 1.2	- ใบงานที่ 1.3 - แบบฝึกทักษะ 1.2 - Exercise 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
12) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
13) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
14) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
15) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.3 สื่อการเรียนรู้

- 7) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 8) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 9) ใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 7) ห้องเรียน
- 8) ห้องสมุด
- 9) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.3

เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและตอบคำถาม

- จากข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 50 คะแนน จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

44	24	43	24	31
47	35	44	42	24
36	38	34	38	19
23	49	33	36	48

- แผนภาพต้น-ใบ แสดงเวลา (นาทีก) ที่นักเรียนใช้ทำแบบทดสอบจำนวน 100 ข้อ เป็นดังนี้

เวลาที่ใช้ทำแบบทดสอบ (นาทีก)

4	1	5	8		
5	2	3	3	4	5
6	2	3	3	4	5
7	1	1	1	1	4
8	1	3	8	9	
9	0	0	0		

- จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบเท่ากับเท่าใด
- เวลามากที่สุดและน้อยที่สุดที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบเป็นเท่าใด

3. บริษัทแห่งหนึ่งต้องจ่ายเงินเพื่อสมทบเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพให้แก่พนักงานทุกคน โดยจะจ่ายให้คนละ 10% ของเงินเดือนที่พนักงานแต่ละคนได้รับ จำนวนเงินที่จ่ายให้กับพนักงาน (บาท) มีดังนี้

1,000	2,000	1,300	1,360	1,610	1,560	2,090
1,260	1,350	980	1,140	1,170	1,680	1,330
1,400	1,240	1,720	1,270	1,430	1,570	1,240
1,520	1,040	1,260	1,550	920	1,940	1,150
920	1,360	1,480	1,120	990	960	1,460

- 1) จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ เพื่อแสดงเงินสมทบที่พนักงานของบริษัทได้รับ
- 2) พนักงานได้เงินสมทบอยู่ในช่วงจำนวนเงินเท่าใดมากที่สุด
- 3) จำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงต่ำสุด มีมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงสูงสุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.

0	6	7							
1	3	4	6	6	9				
2	0	0	1	2	2	2	4	7	
3	1	1	2	3	3	5	8		
4	1	1	2						

จากแผนภาพต้น-ใบ แสดงน้ำหนักสัมภาระของผู้โดยสารเครื่องบินกลุ่มหนึ่ง ถ้าเจ้าหน้าที่อนุญาตให้สัมภาระที่ผู้โดยสารจะนำไปด้วย มีน้ำหนักไม่เกิน 25 กิโลกรัม โดยไม่เสียค่าขนส่ง จงหาว่า มีผู้โดยสารกลุ่มนี้กี่เปอร์เซ็นต์ที่ต้องจ่ายค่าขนส่งสัมภาระเพิ่ม

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ใบงานที่ 1.3

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงความถี่แบบใช้แผนภูมิหรือกราฟ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและตอบคำถาม

1. จากข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 50 คะแนน จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

44	24	43	24	31
47	35	44	42	24
36	38	34	38	19
23	49	33	36	48

วิธีทำ เขียนแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

ต้น	ใบ
1	9
2	3 4 4 4
3	1 3 4 5 6 6 8 8
4	2 3 4 4 7 8 9

2. แผนภาพต้น-ใบ แสดงเวลา (นาที) ที่นักเรียนใช้ทำแบบทดสอบจำนวน 100 ข้อ เป็นดังนี้

เวลาที่ใช้ทำแบบทดสอบ (นาที)

4	1 5 8
5	2 3 3 4 5
6	2 3 3 4 5
7	1 1 1 1 4
8	1 3 8 9
9	0 0 0

- จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบเท่ากับเท่าใด
- เวลามากที่สุดและน้อยที่สุดที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบเป็นเท่าใด

วิธีทำ 1) จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบมีทั้งหมด 25 คน

2) เวลามากที่สุดที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบ คือ 90 นาที

และเวลาน้อยที่สุดที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบ คือ 41 นาที

3. บริษัทแห่งหนึ่งต้องจ่ายเงินเพื่อสมทบเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพให้แก่พนักงานทุกคน โดยจะจ่ายให้คนละ 10% ของเงินเดือนที่พนักงานแต่ละคนได้รับ จำนวนเงินที่จ่ายให้กับพนักงาน (บาท) มีดังนี้

1,000	2,000	1,300	1,360	1,610	1,560	2,090
1,260	1,350	980	1,140	1,170	1,680	1,330
1,400	1,240	1,720	1,270	1,430	1,570	1,240
1,520	1,040	1,260	1,550	920	1,940	1,150
920	1,360	1,480	1,120	990	960	1,460

- 1) จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ เพื่อแสดงเงินสมทบที่พนักงานของบริษัทได้รับ
- 2) พนักงานได้เงินสมทบอยู่ในช่วงจำนวนเงินเท่าใดมากที่สุด
- 3) จำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงต่ำสุด มีมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงสูงสุด

วิธีทำ 1) เขียนแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

ต้น	ใบ
9	20 20 60 80 90
10	00 40
11	20 40 50 70
12	40 40 60 60 70
13	00 30 50 60 60
14	00 30 60 80
15	20 50 60 70
16	10 80
17	20
18	
19	40
20	00 90

โดยที่ 9|20 แทน 920 บาท

2) พนักงานได้เงินสมทบอยู่ในช่วง 900 - 999, 1,200 - 1,299 และ 1,300 - 1,399 บาท

มีจำนวนมากที่สุด

3) พนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงต่ำสุดมีจำนวน 5 คน และพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงสูงสุดมีจำนวน

2 คน ดังนั้น พนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงต่ำสุดมีมากกว่าจำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในช่วงสูงสุด

3.

0	6	7						
1	3	4	6	6	9			
2	0	0	1	2	2	2	4	7
3	1	1	2	3	3	5	8	
4	1	1	2					

จากแผนภาพต้น-ใบ แสดงน้ำหนักสัมภาระของผู้โดยสารเครื่องบินกลุ่มหนึ่ง ถ้าเจ้าหน้าที่อนุญาตให้สัมภาระที่ผู้โดยสารจะนำไปด้วย มีน้ำหนักไม่เกิน 25 กิโลกรัม โดยไม่เสียค่าขนส่ง จงหาว่า มีผู้โดยสารกลุ่มนี้กี่เปอร์เซ็นต์ที่ต้องจ่ายค่าขนส่งสัมภาระเพิ่ม

วิธีทำ น้ำหนักสัมภาระของผู้โดยสารที่เกิน 25 กิโลกรัม ได้แก่ 27, 31, 31, 32, 33, 33, 35, 38, 41, 41 และ 42
..... ซึ่งมีจำนวน 11 คน จากผู้โดยสารจำนวนทั้งหมด 25 คน

..... จะได้ว่า ผู้โดยสารที่ต้องจ่ายค่าขนส่งสัมภาระเพิ่มคิดเป็น $\frac{11}{25} \times 100 = 44\%$ ของจำนวนผู้โดยสารทั้งหมด

..... ดังนั้น ผู้โดยสารกลุ่มนี้ 44 เปอร์เซ็นต์ของผู้โดยสารทั้งหมด ที่ต้องจ่ายค่าขนส่งสัมภาระเพิ่ม

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เวลา 5 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 10) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลได้ (K)
- 11) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ถูกต้อง (P)
- 12) นำความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ค่ากลาง (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่าที่ได้จากการนำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนของข้อมูลชุดนั้น โดยค่าเฉลี่ยของประชากร N หน่วย ใช้สัญลักษณ์ μ อ่านว่า มิว และค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง n หน่วย ใช้สัญลักษณ์ $\bar{X}$ อ่านว่า เอกซ์บาร์ ซึ่งค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบ่งเป็นดังนี้ (ถ้าข้อมูลเป็นระดับตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตยังคงใช้สูตรเดียวกันกับข้อมูลระดับประชากร แต่เปลี่ยน μ เป็น $\bar{X}$ และ N เป็น n)

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- สูตรทั่วไป

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} \quad \text{หรือ} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน ถ้าให้ $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักของค่าสังเกต $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ตามลำดับ แล้ว

$$\mu = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + \dots + w_N x_N}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_N} \quad \text{หรือ} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม (combined arithmetic mean) เป็นการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลาย ๆ ชุด ที่มีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไว้แล้ว

ถ้าให้ $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากรกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k และ $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$ เป็นจำนวนของประชากรในกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k แล้ว

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม} = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3 + \dots + N_k\mu_k}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k}$$

$$\text{หรือ} \quad \mu_{\text{รวม}} = \frac{\sum_{i=1}^k N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^k N_i}$$

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่มีการแจกแจงความถี่

- การแจกแจงความถี่แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น

$$\mu = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

เมื่อ f_i แทนความถี่ของข้อมูลในชั้นที่ i

x_i แทนข้อมูลในชั้นที่ i

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

k แทนจำนวนชั้น

- การแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น

$$\mu = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

เมื่อ f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

การแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้นและมีความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นเท่ากัน สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยใช้วิธีหาค่าของข้อมูล ดังนี้

$$\bar{X} = A + I \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \right)$$

เมื่อ A แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่มากที่สุด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_i แทน $\frac{x_i - A}{I}$ เมื่อ x_i คือ จุดกึ่งกลางชั้นที่ i

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
13. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
14. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
23) ทักษะการคิดคล่อง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
24) ทักษะการระบุ	
25) ทักษะการวิเคราะห์	
26) ทักษะการรวบรวมข้อมูล	
15. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูสนทนากับนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้

- อายุเฉลี่ยของนักเรียนในห้องเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย)
- นักเรียนในห้องชอบเรียนวิชาใดมากที่สุด
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย)

- นักเรียนในห้องมีน้ำหนักเฉลี่ยกี่กิโลกรัม
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย)
- นักเรียนคิดว่า สิ่งที่ต้องการทราบทั้ง 3 ข้อข้างต้น เกี่ยวข้องกับสถิติอย่างไร
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

54. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ค่ากลางของข้อมูลมีอะไรบ้าง
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม)
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้อย่างไร
(แนวตอบ นำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนของข้อมูลชุดนั้น)

55. ครูบอกนักเรียนว่า ในระดับชั้นนี้ เราจะศึกษาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

56. ครูให้นักเรียนศึกษาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 29-30

57. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 30 ดังนี้

- ถ้าโจทย์ไม่ได้ระบุว่าเป็นข้อมูลระดับตัวอย่าง ให้ใช้สูตรของข้อมูลระดับประชากร
- ค่าเฉลี่ยของประชากร N หน่วย ใช้สัญลักษณ์ μ อ่านว่า “มิว” และค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง n หน่วย ใช้สัญลักษณ์ $\bar{X}$ อ่านว่า “เอกซ์บาร์”
- สัญลักษณ์ $\sum_{i=1}^N x_i$ ใช้แทนการบวกข้อมูลของข้อมูล x_i ทุก ๆ ค่าจาก $i = 1$ ถึง $i = N$ ซึ่งสัญลักษณ์ $\sum$ เป็นตัวอักษรกรีก ตัวพิมพ์ใหญ่ เรียกว่า “ซิกมา” และอ่านว่า “ผลบวก” หรือ “summation”

58. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคืออะไร
(แนวตอบ ค่าที่ได้จากการนำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนของข้อมูลชุดนั้น)
- การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบ่งออกเป็นกี่กรณี อะไรบ้าง
(แนวตอบ 2 กรณี ได้แก่ การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่)

59. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 30 บนกระดาน และอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลที่กำหนดให้เป็นข้อมูลของตัวอย่างหรือข้อมูลของประชากร

(แนวตอบ ข้อมูลของประชากร)

- ใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\text{(แนวตอบ } \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \text{)}$$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้เป็นค่าที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้หรือไม่

(แนวตอบ ไม่เป็นค่าที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้)

60. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 30 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

61. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “ลองทำดู” ว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้เป็นค่าที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้หรือไม่

(แนวตอบ ไม่เป็นค่าที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้)

62. ครูอธิบายว่า “จากตัวอย่างที่ 4 และลองทำดู จะเห็นว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ทำได้นั้น ไม่ได้เป็นค่าที่อยู่ในชุดข้อมูล ดังนั้น ค่าเฉลี่ยที่หาได้อาจจะไม่ใช่ค่าใดค่าหนึ่งของข้อมูลชุดนั้น และค่าเฉลี่ยที่นำมาคำนวณจะใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น”

63. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 5 และตัวอย่างที่ 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 31-32 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

64. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “ตัวอย่างที่ 5 และตัวอย่างที่ 6” ดังนี้

- ตัวอย่างที่ 5 และตัวอย่างที่ 6 เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ต้องนำค่าของข้อมูลมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด)

และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 5 เป็นข้อมูลของตัวอย่าง ส่วนตัวอย่างที่ 6 เป็นข้อมูลของประชากร

- จากตัวอย่างที่ 5 ถ้าวินได้คะแนนสอบครั้งที่ 4 มากกว่าครั้งที่ 1 อยู่ 16 คะแนน คะแนนสอบเฉลี่ยทั้ง 4 ครั้งของวินเท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ ถ้าวินได้คะแนนสอบครั้งที่ 4 มากกว่าครั้งที่ 1 อยู่ 16 คะแนน

$$\text{จาก } \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{65 + 80 + 72 + (65 + 16)}{4} = \frac{298}{4} = 74.5$$

ดังนั้น คะแนนสอบเฉลี่ยทั้ง 4 ครั้งของวินเท่ากับ 74.5 คะแนน)

- จากตัวอย่างที่ 6 การเปลี่ยนแปลงค่าสังเกต มีผลต่อค่าเฉลี่ยเลขคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ มีผล เพราะค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่าที่ได้จากการนำค่าสังเกตทุกค่ามาคำนวณ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าสังเกตค่าใดค่าหนึ่ง จึงมีผลต่อค่าเฉลี่ยเลขคณิต)

65. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 30-32 ลงในสมุด จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีคิดและคำตอบที่ได้
66. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” จากนั้นครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
67. ครูอธิบาย “แนวข้อสอบ PAT 1” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 32 บนกระดาน อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
68. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 32 ว่า “การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นการคำนวณจากค่าสังเกตทุกค่า การเปลี่ยนแปลงค่าใดค่าหนึ่งของข้อมูลจึงมีผลต่อค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วย และค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่คำนวณได้อาจจะเท่ากับค่าสังเกตบางค่าหรือไม่เท่ากับค่าสังเกตค่าใดค่าหนึ่งเลยก็ได้”
69. ครูและนักเรียนเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคืออะไร
(แนวตอบ ค่าที่ได้จากการนำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนของข้อมูลชุดนั้น)
 - การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่างและประชากรเหมือนกันหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$ ซึ่งถ้าข้อมูลเป็นระดับตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตยังคงใช้สูตรเดียวกันกับข้อมูลระดับประชากร แต่เปลี่ยน μ เป็น $\bar{X}$ และ N เป็น n)

70. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 34-35 และแบบฝึกทักษะ 1.3 ก หน้า 44 ข้อ 1-2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

71. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
72. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้
- ในภาคเรียนนี้ แต่ละวิชาที่เรียนมีหน่วยกิตเท่ากันหรือไม่
(แนวตอบ มีทั้งที่เท่ากัน และไม่เท่ากัน)
 - การคำนวณหาเกรดเฉลี่ย มีวิธีคิดเหมือนกันกับการคิดค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากรหรือตัวอย่างหรือไม่ เพราะเหตุใด
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ไม่ เพราะการคำนวณหาเกรดเฉลี่ยมีการนำหน่วยกิตมาใช้ในการคำนวณด้วย)

73. ครูอธิบายว่า การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การคำนวณเกรดเฉลี่ยของวิชาเรียน 8 วิชา ซึ่งแต่ละวิชามีหน่วยกิตไม่เท่ากัน
74. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 33 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
75. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียน ดังนี้
- การคำนวณเกรดเฉลี่ย ใช้สูตรเดียวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตหรือไม่ อย่างไร

(คำตอบ ไม่ใช้สูตรเดียวกัน การคำนวณเกรดเฉลี่ยใช้สูตร $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$)

- ถ้านักเรียนคนนี้ได้เกรดวิชาภาษาไทย 5 เท่ากับ 2.5 และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ 5 เท่ากับ 3.5 เกรดเฉลี่ยทั้ง 5 วิชา ของนักเรียนคนนี้จะเท่าเดิมหรือไม่ เพราะเหตุใด

(คำตอบ เท่าเดิม เพราะว่า เกรดวิชาภาษาไทย 5 และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ 5 มีหน่วยกิตเท่ากัน ซึ่งมีความสำคัญเท่ากัน จึงทำให้เกรดเฉลี่ยทั้ง 5 วิชา ของนักเรียนคนนี้เท่าเดิม)

- ถ้านักเรียนคนนี้ได้เกรดวิชาคณิตศาสตร์ 5 เท่ากับ 3 และเกรดวิชาวิทยาศาสตร์ 3 เท่ากับ 2.5 เกรดเฉลี่ยทั้ง 5 วิชา ของนักเรียนคนนี้จะเท่าเดิมหรือไม่ เพราะเหตุใด

(คำตอบ ไม่เท่าเดิม เพราะว่า เกรดวิชาคณิตศาสตร์ 5 และเกรดวิชาวิทยาศาสตร์ 3 มีหน่วยกิตไม่เท่ากัน ซึ่งมีความสำคัญไม่เท่ากัน จึงทำให้เกรดเฉลี่ยทั้ง 5 วิชา ของนักเรียนคนนี้เท่าเดิม)

- ถ้านักเรียนมีเรียนวิชาภาษาจีน 3 เพิ่มอีก 1 วิชา ซึ่งหน่วยกิตเท่ากับ 0.5 และได้เกรดวิชานี้เท่ากับ 3.5 นักเรียนคนนี้จะได้เกรดเฉลี่ยทั้ง 6 วิชา เท่ากับเท่าไร

(คำตอบ ให้ $w_6 = 0.5$ และ $x_6 = 3.5$)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \\ &= \frac{(1 \times 3.5) + (1 \times 2.5) + (1.5 \times 3) + (1 \times 3.5) + (1 \times 4) + (0.5 \times 3.5)}{1 + 1 + 1.5 + 1 + 1 + 0.5} \\ &= \frac{19.75}{6} \\ &\approx 3.29 \end{aligned}$$

ดังนั้น นักเรียนคนนี้จะได้เกรดเฉลี่ยทั้ง 6 วิชา ประมาณ 3.29)

76. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 34 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

77. ครุยกตัวอย่างที่ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 34 บนกระดาน และอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นถามนักเรียนว่า ถ้าสายฟ้าได้เกรดวิชาภาษาไทยเท่ากับ 3.5 เกรดเฉลี่ยทั้ง 4 วิชาของสายฟ้า เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ ให้ $x_2 = 3.5$)

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \\ &= \frac{(3.5 \times 4) + (3 \times 3.5) + (3 \times 3) + (2.5 \times 4)}{3.5 + 3 + 3 + 2.5} \\ &= \frac{43.5}{12} \\ &= 3.625 \\ &\approx 3.63\end{aligned}$$

ดังนั้น เกรดเฉลี่ยทั้ง 4 วิชา ของสายฟ้าประมาณ 3.63)

78. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 35 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง
79. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 35 ว่า “ถ้าข้อมูลเป็นระดับตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักยังใช้สูตรเหมือนกับข้อมูลระดับประชากร แต่เปลี่ยน μ เป็น $\bar{X}$ และ N เป็น n ”
80. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทดลองคำนวณเกรดเฉลี่ย 5 วิชาหลัก ในภาคเรียนนี้ ตัวอย่างเช่น เจษฎามีผลการเรียน 5 วิชา เป็นดังนี้

วิชา	หน่วยกิต	เกรด
คณิตศาสตร์	1.5	3.5
วิทยาศาสตร์	2	3
ภาษาไทย	1	4
ภาษาอังกฤษ	1	3.5
สังคม	1	4

$$\text{จะได้ } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{(1.5 \times 3.5) + (2 \times 3) + (1 \times 4) + (1 \times 3.5) + (1 \times 4)}{1.5 + 2 + 1 + 1 + 1} = \frac{22.75}{6.5} = 3.5$$

ดังนั้น เกรดเฉลี่ย 5 วิชาหลัก ในภาคเรียนนี้ของเจษฎาเท่ากับ 3.5

81. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การคำนวณเกรดเฉลี่ยของวิชาเรียน 8 วิชา ซึ่งแต่ละวิชามีหน่วยกิตไม่เท่ากัน
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของประชากร มีสูตรในการหา ดังนี้

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

เมื่อ $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักของค่าสังเกต $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ตามลำดับ

ชั่วโมงที่ 3

82. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การคำนวณเกรดเฉลี่ยของวิชาเรียน 8 วิชา ซึ่งแต่ละวิชามีหน่วยกิตไม่เท่ากัน
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของประชากร มีสูตรในการหา ดังนี้

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

เมื่อ $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักของค่าสังเกต $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ตามลำดับ

83. ครูยกตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 35 บนกระดานโดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

84. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “ตัวอย่างที่ 9” ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 9 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

(แนวตอบ จำนวนนักเรียนหญิง จำนวนนักเรียนชาย น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิง และน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนชาย)

- จากตัวอย่างที่ 9 โจทย์ให้หาอะไร

(แนวตอบ น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้)

- จากตัวอย่างที่ 9 เหมือนหรือต่างจากการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยทั่วไปหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ต้องนำค่าของข้อมูลมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

และต่างกัน คือ เป็นหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลาย ๆ ชุด ที่มีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไว้แล้ว)

85. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 36 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

86. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 36 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน แล้วแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
87. ครูถามนักเรียนจาก “ตัวอย่างที่ 10” ว่า เหมือนหรือต่างจากการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยทั่วไปหรือไม่ อย่างไร (แนวตอบเหมือนกัน คือ วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ต้องนำค่าของข้อมูลมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด และต่างกัน คือ เป็นหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลาย ๆ ชุด ที่มีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไว้แล้ว)
88. ครูบอกนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 9 และตัวอย่างที่ 10 เราเรียกว่า “การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม”
89. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม โดยศึกษาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 35-36 จากนั้นครูให้นักเรียนคู่เดิมทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 36
90. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
91. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม ดังนี้
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม (combined arithmetic mean) เป็นการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลาย ๆ ชุด ที่มีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไว้แล้ว
 - ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของประชากร มีสูตรในการหา ดังนี้
- $$\mu_{\text{รวม}} = \frac{\sum_{i=1}^k N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^k N_i}$$
- เมื่อ $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากรกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k และ $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$ เป็นจำนวนของประชากรในกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k
- ถ้าข้อมูลเป็นระดับตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมยังใช้สูตรเหมือนกับข้อมูลระดับประชากร แต่เปลี่ยน μ เป็น $\bar{X}$ และ N เป็น n
92. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ก จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 45 ข้อ 3-4 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

93. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
94. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 38 จากนั้นครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

95. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “ตัวอย่างที่ 11” ว่า วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตเหมือนหรือต่างจากการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ มีการนำความถี่ของข้อมูลมาใช้ในการคำนวณ ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ คือ $\mu = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$)

96. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 38 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง
97. ครูยกตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 39 จากนั้นครูอธิบายบนกระดานอย่างละเอียด พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
98. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “ตัวอย่างที่ 11 และตัวอย่างที่ 12” ดังนี้
- จากตัวอย่างที่ 12 วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตเหมือนหรือต่างจากการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ มีการนำความถี่ของข้อมูลมาใช้ในการคำนวณ ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ คือ $\mu = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$)

- ตัวอย่างที่ 11 และตัวอย่างที่ 12 เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ เป็นการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่
และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 11 เป็นการแจกแจงความถี่แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น ส่วนตัวอย่างที่ 12 เป็นการแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น)
- ข้อมูลเป็นการแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้นกับแบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น มีวิธีการหาค่าเฉลี่ยเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ มีสูตรที่ใช้ในการหาเหมือนกัน แต่ต่างกันที่ข้อมูลเป็นการแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น จะต้องหาจุดกึ่งกลางอันตรภาคชั้นก่อน จึงจะสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้)

99. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม โดยศึกษาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 37-39 จากนั้นครูให้นักเรียนคู่เดิมทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 39
100. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
101. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่
102. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 45 ข้อ 5 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 5

103. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว
104. ครูบอกนักเรียนว่า ข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น และมีความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น เท่ากัน สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้อีกวิธีหนึ่ง โดยใช้วิธีหาค่าของข้อมูลซึ่งจะทำให้ง่ายต่อการคำนวณ
105. ครูให้นักเรียนจับคู่และร่วมกันศึกษาวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากที่ครูกล่าวไปข้างต้น ในหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 40-41 แล้วแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน สนทนาซักถาม จนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน จากนั้นครูอธิบายข้ออย่างละเอียดอีกครั้ง
106. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 39 อีกครั้ง โดยการใช้วิธีการหาค่าของข้อมูล จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียน ที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
107. ครูให้นักเรียนคู่เดิมร่วมกันศึกษาสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต และตัวอย่างในการนำสมบัติไปใช้ จากหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 42-44 แล้วแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน จากนั้นครูเปิดโอกาส ให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
108. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 43-44 จากนั้นครู สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน (คละความสามารถทางคณิตศาสตร์) และทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 46 ข้อ 14-15 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมา นำเสนอวิธีคิดและคำตอบ 3-4 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงานที่ 1.4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมสรุปเนื้อหาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้
 - ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่าที่ได้จากการนำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนของข้อมูลชุดนั้น โดยค่าเฉลี่ยของประชากร N หน่วย ใช้สัญลักษณ์ μ อ่านว่า มิว และค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง n หน่วย ใช้สัญลักษณ์ $\bar{X}$ อ่านว่า เอกซ์บาร์

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบ่งเป็น ดังนี้ (ถ้าข้อมูลเป็นระดับตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตยังคงใช้สูตรเดียวกันกับข้อมูลระดับประชากร แต่เปลี่ยน μ เป็น $\bar{X}$ และ N เป็น n)

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- สูตรทั่วไป

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} \quad \text{หรือ} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน ถ้าให้ $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักของค่าสังเกต $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ตามลำดับแล้ว

$$\mu = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + \dots + w_N x_N}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_N} \quad \text{หรือ} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม (combined arithmetic mean) เป็นการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลาย ๆ ชุด ที่มีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไว้แล้ว

ถ้าให้ $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากรกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k และ $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$ เป็นจำนวนของประชากรในกลุ่มที่ 1, 2, 3, ..., k แล้ว

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2 + N_3 \mu_3 + \dots + N_k \mu_k}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k}$$

$$\text{หรือ} \quad \mu_{\text{รวม}} = \frac{\sum_{i=1}^k N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^k N_i}$$

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่มีการแจกแจงความถี่

- การแจกแจงความถี่แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น

$$\mu = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

เมื่อ f_i แทนความถี่ของข้อมูลในชั้นที่ i

x_i แทนข้อมูลในชั้นที่ i

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

k แทนจำนวนชั้น

- การแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น

$$\mu = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \text{ หรือ } \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

เมื่อ f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

การแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น และมีความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นเท่ากัน สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยใช้วิธีหาค่าของข้อมูล ดังนี้

$$\bar{X} = A + I \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \right)$$

เมื่อ A แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่มากที่สุด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_i แทน $\frac{x_i - A}{I}$ เมื่อ x_i คือ จุดกึ่งกลางชั้นที่ i

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 46 ข้อ 5-13 และทำ Exercise 1.3 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 16) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	- ตรวจใบงานที่ 1.4 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ก - ตรวจ Exercise 1.3 A	- ใบงานที่ 1.4 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ก - Exercise 1.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
17) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
18) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
19) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
20) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.4 สื่อการเรียนรู้

- 10) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 11) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 12) ใบงานที่ 1.4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 10) ห้องเรียน
- 11) ห้องสมุด
- 12) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.4

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ที่เลือกมาเป็นตัวอย่างจำนวน 10 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	32	36	40	48
จำนวนนักเรียน (คน)	2	3	4	1

จงหาน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์จำนวน 5 ครั้ง นายอักษรทำคะแนนสอบแต่ละครั้ง เป็นดังนี้

18 22 18 19 18

ซึ่งยังเหลือการทดสอบอีก 1 ครั้ง นายอักษรต้องการได้คะแนนเฉลี่ยในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ 6 ครั้งนี้ เท่ากับ 20 คะแนน ดังนั้นในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ครั้งสุดท้าย นายอักษรจะต้องทำคะแนนสอบได้เท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. เจ้าของเล้าเป็ดเลี้ยงเป็ดสายพันธุ์ยักษ์ 10 ตัว เมื่อชั่งน้ำหนักแล้ว ได้ผลดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	29	33	37	42
จำนวนเป็ดยักษ์ (ตัว)	1	4	3	2

เป็ดยักษ์สายพันธุ์นี้มีน้ำหนักเฉลี่ยตัวละกี่กิโลกรัม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 20 คน ปรากฏว่า มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12 คะแนน ต่อมาพบว่า กรอกคะแนนผิดไป 2 คน โดยกรอกเป็น 10 และ 12 คะแนน แต่ที่ถูกต้องคือ 20 และ 13 คะแนน ตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ในการสอบปลายภาคเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มีคะแนนสอบเฉลี่ยของนักเรียน 5 ห้อง เป็นดังนี้

	ห้อง 1	ห้อง 2	ห้อง 3	ห้อง 4	ห้อง 5
คะแนนสอบเฉลี่ย	48	52	65	60	54
จำนวนนักเรียน (คน)	50	48	50	52	54

สารวัตรสอบได้คะแนนสอบมากกว่าค่าเฉลี่ยรวมของนักเรียน 5 ห้อง อยู่ 20 คะแนน อยากทราบว่า สารวัตรสอบได้กี่คะแนน

[illegible]

6. นักเรียนห้องหนึ่งมี 24 คน แต่ละคนมีเงิน ดังตาราง

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
97 - 99	4
100 - 102	3
103 - 105	8
106 - 108	6
109 - 111	2
112 - 114	0
115 - 117	1

ถ้าครูมีเงินอยู่ 160 บาท จำนวนเงินเฉลี่ยของครูและนักเรียนเท่ากับเท่าไร

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

7. ในการทดสอบความถนัดของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง มีผลการทดสอบ ดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
0 - 4	4
5 - 9	5
10 - 14	x
15 - 19	7

ถ้าคะแนนสอบเฉลี่ยเท่ากับ 11 คะแนน จงหาว่านักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 5-14 คะแนน คิดเป็นร้อยละเท่าใด
ของจำนวนนักเรียนกลุ่มนี้

[illegible]

ใบงานที่ 1.4

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ที่เลือกมาเป็นตัวอย่างจำนวน 10 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	32	36	40	48
จำนวนนักเรียน (คน)	2	3	4	1

จงหาน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ จาก $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$

$$= \frac{(2 \times 32) + (3 \times 36) + (4 \times 40) + (1 \times 48)}{2 + 3 + 4 + 1}$$

$$= \frac{64 + 108 + 160 + 48}{10}$$

$$= \frac{380}{10}$$

$$= 38$$

ดังนั้น น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 38 กิโลกรัม

2. ในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์จำนวน 5 ครั้ง นายอักษรทำคะแนนสอบแต่ละครั้ง เป็นดังนี้

18 22 18 19 18

ซึ่งยังเหลือการทดสอบอีก 1 ครั้ง นายอักษรต้องการได้คะแนนเฉลี่ยในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ 6 ครั้งนี้ เท่ากับ 20 คะแนน ดังนั้นในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ครั้งสุดท้าย นายอักษรจะต้องทำคะแนนสอบได้เท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ครั้งที่ 6 สอบได้ x คะแนน

จาก $\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$

$$20 = \frac{18 + 22 + 18 + 19 + 18 + x}{6}$$

$$120 = 95 + x$$

$$x = 25$$

ดังนั้น ในการสอบครั้งที่ 6 นายอักษรต้องทำคะแนนสอบได้ 25 คะแนน

3. เจ้าของเล้าเป็ดเลี้ยงเป็ดสายพันธุ์ยักษ์ 10 ตัว เมื่อชั่งน้ำหนักแล้ว ได้ผลดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	29	33	37	42
จำนวนเป็ดยักษ์ (ตัว)	1	4	3	2

เป็ดยักษ์สายพันธุ์นี้มีน้ำหนักเฉลี่ยตัวละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ จาก $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

$$= \frac{(1 \times 29) + (4 \times 33) + (3 \times 37) + (2 \times 42)}{1 + 4 + 3 + 2}$$

$$= \frac{29 + 132 + 111 + 84}{10}$$

$$= \frac{356}{10}$$

$$= 35.6$$

$$= 35.6$$

$$= 35.6$$

$$= 35.6$$

ดังนั้น เป็ดยักษ์พันธุ์นี้มีน้ำหนักเฉลี่ยตัวละ 35.6 กิโลกรัม

4. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 20 คน ปรากฏว่า มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12 คะแนน ต่อมาพบว่า กรอกคะแนนผิดไป 2 คน โดยกรอกเป็น 10 และ 12 คะแนน แต่ที่ถูกต้องคือ 20 และ 13 คะแนน ตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ $m_{\text{ผิด}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{20}$

$$12 = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{20}$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 240$$

เนื่องจากกรอกคะแนนผิดไป 2 คน โดยกรอกเป็น 10 และ 12 แต่ที่ถูกต้องคือ 20 และ 13 คะแนน

$$\text{จะได้ } \sum_{i=1}^{12} x_i = 240 - 10 - 12 + 20 + 13$$

$$= 251$$

$$m_{\text{ถูก}} = \frac{251}{20} = 12.55$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้อง คือ 12.55 คะแนน

5. ในการสอบปลายภาคเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มีคะแนนสอบเฉลี่ยของนักเรียน 5 ห้อง เป็นดังนี้

	ห้อง 1	ห้อง 2	ห้อง 3	ห้อง 4	ห้อง 5
คะแนนสอบเฉลี่ย	48	52	65	60	54
จำนวนนักเรียน (คน)	50	48	50	52	54

สารวัตรสอบได้คะแนนสอบมากกว่าค่าเฉลี่ยรวมของนักเรียน 5 ห้อง อยู่ 20 คะแนน อยากทราบว่า สารวัตรสอบได้กี่คะแนน

วิธีทำ จาก $m = \frac{\sum_{i=1}^k N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^k N_i}$

$$= \frac{(50 \times 48) + (48 \times 52) + (50 \times 65) + (52 \times 60) + (54 \times 54)}{50 + 48 + 50 + 52 + 54}$$

$$= \frac{2,400 + 2,496 + 3,250 + 3,120 + 2,916}{254}$$

$$= \frac{14,182}{254}$$

$$\approx 55.83$$

สารวัตรสอบได้คะแนนสอบมากกว่าค่าเฉลี่ยรวมของนักเรียน 5 ห้อง อยู่ 20 คะแนน

ดังนั้น สารวัตรสอบได้คะแนนประมาณ 75.83 คะแนน

6. นักเรียนห้องหนึ่งมี 24 คน แต่ละคนมีเงิน ดังตาราง

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
97 - 99	4
100 - 102	3
103 - 105	8
106 - 108	6
109 - 111	2
112 - 114	0
115 - 117	1

ถ้าครูมีเงินอยู่ 160 บาท จำนวนเงินเฉลี่ยของครูและนักเรียนเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

จำนวนเงิน (บาท)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	จำนวนนักเรียน (f_i)	$f_i x_i$
97 - 99	98	4	392
100 - 102	101	3	303
103 - 105	104	8	832
106 - 108	107	6	642
109 - 111	110	2	220
112 - 114	113	0	0
115 - 117	116	1	116
รวม		$\sum_{i=1}^7 f_i = 24$	$\sum_{i=1}^7 f_i x_i = 2,505$

ถ้าครูมีเงินอยู่ 160 บาท

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ จำนวนเงินเฉลี่ยของครูและนักเรียน} &= \frac{2,505 + 160}{25} \\
 &= \frac{2,665}{25} \\
 &= 106.6
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนเงินเฉลี่ยของครูและนักเรียนเท่ากับ 106.6 บาท

7. ในการทดสอบความถนัดของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง มีผลการทดสอบ ดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
0 - 4	4
5 - 9	5
10 - 14	x
15 - 19	7

ถ้าคะแนนสอบเฉลี่ยเท่ากับ 11 คะแนน จงหาว่านักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 5-14 คะแนน คิดเป็นร้อยละเท่าใด ของจำนวนนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ จากข้อมูลตารางสามารถหาจุดกึ่งกลางชั้นได้ ดังนี้

คะแนนสอบ	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	จำนวนนักเรียน (f_i)	$f_i x_i$
0 - 4	2	4	8
5 - 9	7	5	35
10 - 14	12	x	12x
15 - 19	17	7	119

$$\text{จาก } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

$$11 = \frac{8 + 35 + 12x + 119}{4 + 5 + x + 7}$$

$$11 = \frac{162 + 12x}{16 + x}$$

$$176 + 11x = 162 + 12x$$

$$x = 14$$

จะได้ว่า นักเรียนที่สอบได้คะแนนช่วง 5-14 คะแนน มีจำนวน $5 + 14 = 19$ คน

คิดเป็นร้อยละ $\frac{19}{30} \times 100 \approx 63.33$ ของจำนวนนักเรียนกลุ่มนี้

ดังนั้น นักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 5-14 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.33 ของจำนวนนักเรียนกลุ่มนี้

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

มัธยฐาน

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 13) หามัธยฐานของข้อมูลได้ (K)
- 14) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับมัธยฐานได้ถูกต้อง (P)
- 15) นำความรู้เกี่ยวกับมัธยฐานไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ค่ากลาง (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

มัธยฐาน เป็นค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย

มัธยฐานเหมาะที่จะนำมาเป็นค่ากลางของข้อมูล เมื่อข้อมูลชุดนั้นมีค่าสังเกตใดค่าใดค่าหนึ่งหรือหลาย ๆ ค่าที่มากกว่าหรือน้อยกว่าค่าสังเกตอื่นอย่างผิดปกติ โดยการหามัธยฐานแบ่งเป็น ดังนี้

- การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้
 - 1) เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมด N จำนวน จากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย
 - 2) หาตำแหน่งของข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด

2.1) เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคี่ มัธยฐานหาได้จากข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$

2.2) เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ มัธยฐานหาได้จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่อยู่ใน

ตำแหน่งที่ $\frac{N}{2}$ และตำแหน่งที่ $\frac{N}{2} + 1$

- การหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

1) สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม

2) หาดำแหน่งของมัธยฐานจาก $\frac{N}{2}$ เมื่อ N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด ดังนี้

2.1) ถ้า $\frac{N}{2}$ เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใด แล้วมัธยฐานจะเท่ากับขอบบนของอันตรภาคชั้นนั้น

2.2) ถ้า $\frac{N}{2}$ ไม่เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใดเลย ดังนั้น อันตรภาคชั้นแรกที่มีความถี่สะสม

มากกว่า $\frac{N}{2}$ เป็นชั้นที่มีมัธยฐานอยู่และหามัธยฐานได้จากสูตร ดังนี้

$$\text{มัธยฐาน} = L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

f_M แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
16. ความสามารถในการสื่อสาร 17. ความสามารถในการคิด 27) ทักษะการคิดคล่อง 28) ทักษะการระบุ 29) ทักษะการให้เหตุผล 30) ทักษะการวิเคราะห์ 31) ทักษะการรวบรวมข้อมูล 18. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยยกตัวอย่างข้อมูลชุดหนึ่งให้นักเรียนร่วมกันหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ข้อมูลแสดงค่าขนมประจำวันของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 7 คน เป็นดังนี้

100 110 130 170 185 195 900

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1,790}{7} \approx 255.71$ บาท)

2. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเหมาะสมที่จะเป็นค่ากลางของข้อมูลชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ ไม่ เพราะข้อมูลดังกล่าวมีข้อมูลบางตัวมีค่ามากกว่าข้อมูลอื่น ๆ มาก และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าประมาณ 255.71 บาท ซึ่งมากกว่าค่าสังเกต 6 ค่า)

- จากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนคิดว่าค่ากลางใดมีความเหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น มัธยฐาน เพราะข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลที่มีค่าสังเกตที่ต่างกันมาก มัธยฐานจึงเป็นค่ากลางที่เหมาะสมของข้อมูล)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

109. ครูถามนักเรียนว่า มัธยฐานคืออะไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายตามความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย)

110. จากตัวอย่างที่ 1 ครูถามนักเรียนว่า มัธยฐานของข้อมูลเท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ 170 บาท)

111. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อมูล 2 ชุด ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า

47 จากนั้นถามคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้

- ข้อมูลชุดที่ 1 และข้อมูลชุดที่ 2 มีลักษณะของข้อมูลเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ ข้อมูลทั้งสองชุด เป็นข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงความถี่
และต่างกัน คือ ข้อมูลชุดที่ 1 มีข้อมูลทั้งหมด 9 จำนวน ซึ่งเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก ส่วนข้อมูล
ชุดที่ 2 มีข้อมูลทั้งหมด 12 จำนวน ซึ่งเรียงข้อมูลจากมากไปน้อย)
- การหามัธยฐานของข้อมูลมีวิธีการอย่างไร
(แนวตอบ 1) เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย
2) หากจำนวนข้อมูลเป็นจำนวนคี่ มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตำแหน่งตรงกลาง
หากจำนวนข้อมูลเป็นจำนวนคู่ มัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งคู่กลาง)
- มัธยฐานของข้อมูลชุดที่ 1 และข้อมูลชุดที่ 2 เท่ากับเท่าไร
(แนวตอบ ข้อมูลชุดที่ 1 มีข้อมูลทั้งหมด 9 จำนวน เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก โดยมี 23 เป็นข้อมูล
อยู่ในตำแหน่งที่ 5 ซึ่งเป็นตำแหน่งตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด ดังนั้นมัธยฐาน
เท่ากับ 23
ข้อมูลชุดที่ 2 มีข้อมูลทั้งหมด 12 จำนวน เรียงข้อมูลจากมากไปน้อย และตำแหน่งตรงกลาง
ของข้อมูลอยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 6 กับ 7 ซึ่งเป็นจำนวน 17 กับ 16 ดังนั้น
มัธยฐานเท่ากับ $\frac{17 + 16}{2} = 16.5$)

112. ครูยกตัวอย่างการหามัธยฐานโดยอธิบายตัวอย่างที่ 16 และตัวอย่างที่ 17 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม
คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 48-49 บนกระดานอย่างละเอียด พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

113. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 48 และหน้า 50
จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

114. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับมัธยฐาน ดังนี้

- มัธยฐาน เป็นค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก
หรือจากมากไปน้อย
- มัธยฐานเหมาะที่จะนำมาเป็นค่ากลางของข้อมูล เมื่อข้อมูลชุดนั้นมีค่าสังเกตใดค่าใดค่าหนึ่งหรือหลาย ๆ ค่า
ที่มากกว่าหรือน้อยกว่าค่าสังเกตอื่นอย่างผิดปกติ
- การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้
 - เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมด N จำนวน จากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย
 - หาตำแหน่งของข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด

- เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคี่ มัธยฐานหาได้จากข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$

- เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ มัธยฐานหาได้จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่อยู่ใน
ตำแหน่งที่ $\frac{N}{2}$ และตำแหน่งที่ $\frac{N}{2} + 1$

115. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 56 ข้อ 1เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

116. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ จากนั้นให้นักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
117. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าการหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่เหมือนกับการหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

118. ครูยกตัวอย่างการหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 ตารางแจกแจงความถี่แสดงความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4

ให้หามัธยฐานของความสูงของนักเรียนห้องนี้

วิธีทำ ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	ความถี่	ความถี่สะสม
146 - 150	3	3
151 - 155	7	10
156 - 160	17	27
161 - 165	6	33
166 - 170	8	41
171 - 175	5	46
176 - 180	4	50

← อันตรภาคชั้น
ที่มีมัธยฐานอยู่

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของมัธยฐาน

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน คือ } \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

ดังนั้น มัธยฐาน คือ ข้อมูลตัวที่ 25 ซึ่งอยู่ในอันตรภาคชั้น 156-160

$$\text{ขั้นที่ 3 หามัธยฐานจากสูตร มัธยฐาน} = L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

จากข้อมูลข้างต้น จะได้ $L = 155.5$, $I = 5$, $\sum f_L = 10$ และ $f_M = 17$

$$\text{จะได้ว่า มัธยฐาน} = 155.5 + 5 \left(\frac{25 - 10}{17} \right)$$

$$\approx 155.5 + 4.41$$

$$= 159.91$$

ดังนั้น มัธยฐานของความสูงของนักเรียนห้องนี้ประมาณ 159.91 เซนติเมตร

ตอบ

119. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า จากตัวอย่างที่ 2 มัธยฐานเหมาะสมที่จะเป็นค่ากลางของข้อมูลหรือไม่

120. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 18 และตัวอย่างที่ 19 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 51-53

อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

121. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ขั้นตอนแรกในการหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่คืออะไร

(แนวตอบ สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูล)

- การหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ต่างกับข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่อย่างไร

(แนวตอบ หาดำแหน่งมัธยฐานจาก $\frac{N}{2}$ เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด จากนั้นหามัธยฐานโดยใช้สูตร

$$L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

f_M แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้น ที่มีมัธยฐานอยู่) ที่

122. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 50-53 จากนั้นทำ “ลองทำดู” ในหน้า 52 และหน้า 53
123. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
124. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ดังนี้
- 1) สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม
 - 2) หาดำแหน่งของมัธยฐานจาก $\frac{N}{2}$ เมื่อ N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด
 - ถ้า $\frac{N}{2}$ เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใด แล้วมัธยฐานจะเท่ากับขอบบนของอันตรภาคชั้นนั้น
 - ถ้า $\frac{N}{2}$ ไม่เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใดเลย ดังนั้น อันตรภาคชั้นแรกที่มีความถี่สะสมมากกว่า $\frac{N}{2}$ เป็นชั้นที่มีมัธยฐานอยู่และหามัธยฐานได้จากสูตร ดังนี้

$$\text{มัธยฐาน} = L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

f_M แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

$\sum f$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

125. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 56-57 ข้อ 2-3 และข้อ 5 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

126. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหามัธยฐานจากข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้
127. ครูอธิบาย “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 53 ที่นักเรียนได้ทำมาแล้วอีกครั้ง พร้อมให้นักเรียนสังเกตสมบัติของมัธยฐาน หน้า 54 อย่างละเอียด พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

128. ครูเน้นย้ำ “สมบัติของมัธยฐาน” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 53
129. ครูอธิบายสมบัติของมัธยฐานจากตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 54 อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
130. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 55 และแบบฝึกทักษะ 1.3 ข หน้า 56 ข้อ 4 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
131. ครูให้นักเรียนศึกษา “แนวข้อสอบ PAT1” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 55 จากนั้นเปิดโอกาสให้ซักถามข้อสงสัย

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนจับคู่ จากนั้นร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 57 ข้อ 7 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบ 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.5 เรื่อง มัธยฐาน จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับมัธยฐาน ดังนี้
 - มัธยฐาน เป็นค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย
 - มัธยฐานเหมาะที่จะนำมาเป็นค่ากลางของข้อมูล เมื่อข้อมูลชุดนั้นมีค่าสังเกตใดค่าใดค่าหนึ่งหรือหลาย ๆ ค่า ที่มากกว่าหรือน้อยกว่าค่าสังเกตอื่นอย่างผิดปกติ โดยการหาค่ามัธยฐานแบ่งเป็น ดังนี้
 - การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้
 - เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมด N จำนวน จากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย
 - หาดำแหน่งของข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด

2.1) เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคี่ มัธยฐานหาได้จากข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$

2.2) เมื่อจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ มัธยฐานหาได้จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่อยู่

ในตำแหน่งที่ $\frac{N}{2}$ และตำแหน่งที่ $\frac{N}{2} + 1$

- การหามัธยฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

1) สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม

2) หาดำแหน่งของมัธยฐานจาก $\frac{N}{2}$ เมื่อ N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด ดังนี้

2.1) ถ้า $\frac{N}{2}$ เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใด แล้วมัธยฐานจะเท่ากับขอบบนของอันตรภาคชั้นนั้น

2.2) ถ้า $\frac{N}{2}$ ไม่เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใดเลย ดังนั้น อันตรภาคชั้นแรกที่มีความถี่สะสมมากกว่า $\frac{N}{2}$ เป็นชั้นที่มีมัธยฐานอยู่และหามัธยฐานได้จากสูตร ดังนี้

$$\text{มัธยฐาน} = L + I \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

f_M แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 57 ข้อ 5-6 และทำ Exercise 1.3 ข ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 21) มัธยมศึกษา	- ตรวจใบงานที่ 1.5 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ข - ตรวจ Exercise 1.3 B	- ใบงานที่ 1.5 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ข - Exercise 1.3 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
22) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
23) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
24) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
25) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.5 สื่อการเรียนรู้

- 13) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 14) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 15) ใบงานที่ 1.5 เรื่อง มัธยมศึกษา

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 13) ห้องเรียน
- 14) ห้องสมุด
- 15) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.5

เรื่อง มัธยมฐาน

ເຈດີຍ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีดังนี้

44 79 50 43 46 9 43 47 48

มาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของข้อมูล 2, 6, 1, 0, x, y มีค่าเป็น 2 และ 1.5 ตามลำดับ ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก (โดย $y \geq x$) แล้ว x และ y เท่ากับเท่าไร

[illegible]

3. จากการสอบถามน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง ได้ผลดังตาราง

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	35	40	47	50
จำนวนนักเรียน (คน)	1	a	3	2

ถ้านักเรียนกลุ่มนี้มีน้ำหนักเฉลี่ย 43.6 กิโลกรัม มัธยฐานเท่ากับเท่าไร

[illegible]

4. จากข้อมูลในตาราง จงหามัธยฐาน

อันดับภาคชั้น	ความถี่
0 - 19	20
20 - 39	22
40 - 49	12
50 - 59	15
60 - 69	10
70 - 79	9

[illegible]

[illegible]

7. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 40 คน และตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุพนักงาน เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม
11 - 20	6
21 - 30	14
31 - 40	26
41 - 50	36
51 - 60	40

ถ้าผู้จัดการมีอายุ 48.5 ปี แล้วผู้จัดการมีอายุต่างจากมัธยฐานเท่าไร

[illegible]

ใบงานที่ 1.5

เรื่อง มัธยฐาน

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีดังนี้

44 79 50 43 46 9 43 47 48

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้

9 43 43 44 46 47 48 50 79

จะได้ว่า มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตำแหน่งตรงกลาง นั่นคือ ตำแหน่งที่ 5

ดังนั้น มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 46

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของข้อมูล 2, 6, 1, 0, x, y มีค่าเป็น 2 และ 1.5 ตามลำดับ ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก (โดย $y \geq x$) แล้ว x และ y เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลเท่ากับ 2 และมัธยฐานของข้อมูลเท่ากับ 1.5

จาก
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$$

$$2 = \frac{2+6+1+0+x+y}{6}$$

$$12 = 9 + x + y$$

$$x + y = 3$$

ค่าของ x และ y ที่เป็นไปได้ ได้แก่ $x = 0, y = 3$

$$x = 1, y = 2$$

$$x = 2, y = 1$$

$$x = 3, y = 0$$

จากโจทย์ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก (โดย $y \geq x$)

ดังนั้น ค่าของ $x = 1$ และ $y = 2$

และเมื่อพิจารณาข้อมูล จึงสามารถเรียงลำดับได้ ดังนี้ 0, 1, 1, 2, 2, 6

จะได้มัธยฐานเท่ากับ $\frac{1+2}{2} = 1.5$

ดังนั้น x และ y เท่ากับ 1 และ 2 ตามลำดับ

3. จากการสอบถามน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง ได้ผลดังตาราง

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	35	40	47	50
จำนวนนักเรียน (คน)	1	a	3	2

ถ้านักเรียนกลุ่มนี้มีน้ำหนักเฉลี่ย 43.6 กิโลกรัม มัธยฐานเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จาก $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$

$$43.6 = \frac{(1 \times 35) + (a \times 40) + (3 \times 47) + (2 \times 50)}{1 + a + 3 + 2}$$

$$43.6 = \frac{35 + (a \times 40) + 141 + 100}{6 + a}$$

$$43.6(6 + a) = 40a + 276$$

$$261.6 + 43.6a = 40a + 276$$

$$3.6a = 14.4$$

$$a = 4$$

สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่	ความถี่สะสม
35	1	1
40	4	5
47	3	8
50	2	10

มัธยฐานอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$

ดังนั้น มัธยฐานเท่ากับ $\frac{40 + 47}{2} = 43.5$ กิโลกรัม

4. จากข้อมูลในตาราง จงหามัธยฐาน

อันตรภาคชั้น	ความถี่
0 - 19	20
20 - 39	22
40 - 49	12
50 - 59	15
60 - 69	10
70 - 79	9

วิธีทำ จากข้อมูลสามารถเขียนตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม
0 - 19	20	20
20 - 39	22	42
40 - 49	12	54
50 - 59	15	69
60 - 69	10	79
70 - 79	9	88

$$\text{ตำแหน่งมัธยฐานเท่ากับ } \frac{N}{2} = \frac{88}{2} = 44$$

จะได้ว่า มัธยฐานอยู่ในอันตรภาคชั้น 40 - 49

$$\text{จาก } \text{มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

$$= 39.5 + 10 \left(\frac{\frac{88}{2} - 42}{12} \right)$$

$$= \frac{123.5}{3}$$

$$\approx 41.17$$

ดังนั้น มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้มีค่าประมาณ 41.17

5. อายุการใช้งานของหลอดฟลูออเรสเซนต์ในอาคารหลังหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุการใช้งาน (ชั่วโมง)	จำนวน (หลอด)
51 - 150	35
151 - 250	91
251 - 350	58
351 - 450	47
451 - 550	21
551 ขึ้นไป	8
รวม	260

จงหามัธยฐานของอายุการใช้งานของหลอดฟลูออเรสเซนต์ของอาคารหลังนี้

วิธีทำ จากข้อมูลสามารถเขียนตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

อายุการใช้งาน (ชั่วโมง)	ความถี่	ความถี่สะสม
51 - 150	35	35
151 - 250	91	126
251 - 350	58	184
351 - 450	47	231
451 - 550	21	252
551 ขึ้นไป	8	260

ตำแหน่งมัธยฐานเท่ากับ $\frac{N}{2} = \frac{260}{2} = 130$

จะได้ว่า มัธยฐานอยู่ในอันตรภาคชั้น 251 - 350

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \text{มัธยฐาน} &= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right) \\
 &= 250.5 + 100 \left(\frac{\frac{260}{2} - 126}{58} \right) \\
 &= 250.5 + \frac{200}{29} \\
 &\approx 257.40
 \end{aligned}$$

ดังนั้น มัธยฐานของอายุการใช้งานของหลอดฟลูออเรสเซนต์ของอาคารหลังนี้ประมาณ 257.40 ชั่วโมง

6. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนการแข่งขันทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 10 คน คือ 72 คะแนน ถ้าคะแนนของนักเรียน 8 คน เป็นดังนี้ 39, 46, 54, 70, 83, 86, 93 และ 99 โดยครูยังไม่แจ้งคะแนนของนักเรียนอีก 2 คน คือ ธาร และ ไทป์ โดยไทป์ได้คะแนนน้อยกว่าธาร 4 คะแนน มัธยฐานของการแข่งขันทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 10 คน เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ คะแนนสอบของธารเท่ากับ x คะแนน

คะแนนสอบของไทป์เท่ากับ $x - 4$ คะแนน

$$\text{จาก } \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$72 = \frac{39 + 46 + 54 + 70 + 83 + 86 + 93 + 99 + x + (x - 4)}{10}$$

$$72 = \frac{566 + 2x}{10}$$

$$720 = 566 + 2x$$

$$2x = 154$$

$$x = 77$$

จะได้ว่า คะแนนสอบของธารเท่ากับ 77 คะแนน และคะแนนสอบของไทป์เท่ากับ 73 คะแนน

เมื่อเรียงลำดับคะแนนจากน้อยไปมาได้ ดังนี้

39 46 54 70 73 77 83 86 93 99

$$\text{ตำแหน่งมัธยฐานเท่ากับ } \frac{N+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$$

$$\text{จะได้ มัธยฐานเท่ากับ } \frac{73+77}{2} = 75$$

ดังนั้น มัธยฐานของการแข่งขันทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 10 คน เท่ากับ 75 คะแนน

7. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 40 คน และตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุพนักงาน เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม
11 - 20	6
21 - 30	14
31 - 40	26
41 - 50	36
51 - 60	40

ถ้าผู้จัดการมีอายุ 48.5 ปี แล้วผู้จัดการมีอายุต่างจากมัธยฐานเท่าไร

วิธีทำ จากข้อมูลสามารถเขียนตารางแจกแจงความถี่ได้ ดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม	ความถี่
11 - 20	6	6
21 - 30	14	8
31 - 40	26	12
41 - 50	36	10
51 - 60	40	4

ตำแหน่งมัธยฐานเท่ากับ $\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$

จะได้ว่า มัธยฐานอยู่ในอันตรภาคชั้น 31 - 40

จาก
$$\text{มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

$$= 30.5 + 10 \left(\frac{\frac{40}{2} - 14}{12} \right)$$

$$= 30.5 + 5$$

$$= 35.5$$

ดังนั้น ผู้จัดการมีอายุต่างจากมัธยฐานเท่ากับ $48.5 - 35.5 = 13$ ปี

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ฐานนิยม และการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 16) หาฐานนิยมของข้อมูลได้ (K)
- 17) อธิบายหลักการในการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ ได้ (K)
- 18) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฐานนิยมได้ถูกต้อง (P)
- 19) แสดงเหตุผลในการเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลได้ถูกต้อง (P)
- 20) นำความรู้เกี่ยวกับฐานนิยมไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ค่ากลาง (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด โดยฐานนิยมเป็นค่ากลางชนิดเดียวที่สามารถใช้ได้กับข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งมีวิธีการหา ดังนี้

- 1) การหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ พิจารณาข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในชุดนั้น ในกรณีที่ข้อมูลมีความถี่มากกว่า 2 ค่า ให้ถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม
- 2) การหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ทำได้ดังนี้
 - 2.1) กรณีที่มีอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น

หาได้โดยการประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดหรือคำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\text{ฐานนิยม} = L + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

d_1 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดกับความถี่ของอันตรภาคชั้นก่อนหน้า

d_2 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของอันดับที่ที่มีความถี่สูงสุดกับความถี่ของอันดับที่
ถัดไป

กรณีที่อันดับที่มีความถี่สูงสุด 2 อันดับขึ้นไป จะปรับตารางแจกแจงความถี่ให้เหลืออันดับที่มีความ
ถี่สูงสุดเพียงอันดับเดียว โดยการรวมอันดับที่ 1 กับ 2, 3 กับ 4, ... เข้าด้วยกัน

2.2) กรณีที่มีอันดับความถี่ไม่เท่ากันทุกชั้น

การหาฐานนิยมจะต้องพิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันดับ แล้วใช้
จุดกึ่งกลางของอันดับที่ผลหามีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม

ข้อสังเกตและหลักเกณฑ์ที่สำคัญในการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ มีดังนี้

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น ซึ่งเป็นที่นิยมใช้และน่าเชื่อถือมากกว่า
มัธยฐานและฐานนิยม เนื่องจากใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณหาค่า แต่ข้อมูลชุดนั้นจะต้องไม่มีข้อมูลที่ค่าน้อยกว่า
หรือมากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ
- 2) มัธยฐาน เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น สามารถใช้กับข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า
ข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ ถ้าจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคี่ แล้วมัธยฐานที่ได้จะเป็นจำนวนใดจำนวนหนึ่ง
ที่อยู่ในข้อมูลชุดนั้น แต่ถ้าจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ แล้วมัธยฐานที่ได้อาจไม่เป็นจำนวนที่อยู่ใน
ข้อมูลชุดนั้น
- 3) ฐานนิยม เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งฐานนิยมของข้อมูลบางชุดอาจมี
มากกว่า 1 ค่า แต่ไม่เกิน 2 ค่า ถ้าข้อมูลนั้นมีความถี่มากที่สุดเกิน 2 ค่า จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม
- 4) การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลควรเลือกใช้ให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์การนำไปใช้ เพื่อทำให้การสรุปผลหรือ
การตัดสินใจดียิ่งขึ้น

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
19. ความสามารถในการสื่อสาร 20. ความสามารถในการคิด 32) ทักษะการคิดคล่อง 33) ทักษะการระบุ 34) ทักษะการให้เหตุผล 35) ทักษะการวิเคราะห์ 36) ทักษะการรวบรวมข้อมูล 37) ทักษะการสรุปอ้างอิง 38) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 21. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

3. ครูสนทนากับนักเรียน โดยซักถามเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐาน ดังนี้

- ค่ากลางของข้อมูลชนิดใด ที่นักเรียนได้ศึกษามาแล้ว

(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมัธยฐาน)

- ถ้าจำแนกข้อมูลตามลักษณะจะแบ่งข้อมูลออกเป็นกี่ประเภท อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ประเภท ได้แก่ ข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลเชิงคุณภาพ)

- ค่ากลางทั้งสองชนิดนี้ใช้ได้กับข้อมูลประเภทใด

(แนวตอบ ข้อมูลเชิงปริมาณ)

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่า เพราะเหตุใด ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานจึงไม่เหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลเชิงคุณภาพ

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ค่ากลางของข้อมูลชนิดใดเหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลเชิงคุณภาพ

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

132. ครูถามนักเรียนว่า ฐานนิยมคืออะไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด)

133. ครูให้นักเรียนพิจารณาคะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียน 3 กลุ่ม ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน จากกรอบข้อความ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 58 จากนั้นถามคำถามนักเรียนดังนี้

- ข้อมูลข้างต้นเป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ ไม่เป็น)

- คะแนนสอบที่มีความถี่สูงสุดของแต่ละกลุ่มเท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ กลุ่มที่ 1 มีคะแนนสอบที่มีความถี่สูงสุด คือ 15 คะแนน

กลุ่มที่ 2 มีคะแนนสอบที่มีความถี่สูงสุด คือ 12 และ 13 คะแนน

กลุ่มที่ 3 มีคะแนนสอบที่มีความถี่สูงสุด คือ 11, 12 และ 13 คะแนน)

- ฐานนิยมของนักเรียนแต่ละกลุ่มเท่ากับเท่าไร เพราะเหตุใด

(แนวตอบ กลุ่มที่ 1 ฐานนิยมเท่ากับ 15 คะแนน เพราะ 15 เป็นคะแนนที่มีความถี่สูงสุด

กลุ่มที่ 2 ฐานนิยมเท่ากับ 12 และ 13 คะแนน เพราะ 12 และ 13 เป็นคะแนนที่มีความถี่สูงสุด คะแนนละ 4 คน

กลุ่มที่ 3 ไม่มีฐานนิยม เพราะ มีคะแนนสอบที่มีความถี่สูงสุด คือ 11, 12 และ 13 คะแนน คะแนนละ 3 คน แต่ในกรณีที่ข้อมูลมีความถี่สูงสุดมากกว่า 2 ค่า ให้ถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม)

134. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ร้านขายรองเท้าแห่งหนึ่ง จำหน่ายรองเท้าขนาดตามเบอร์ต่าง ๆ ในหนึ่งสัปดาห์ ได้ดังตาราง

เบอร์	4	5	5.5	6	6.5	7	8
จำนวนที่จำหน่ายได้	7	5	6	10	8	9	3

135. จากตัวอย่างที่ 1 ครูถามนักเรียนว่า เจ้าของร้านขายรองเท้าควรจะเลือกใช้ค่ากลางใดที่จะเป็นค่ากลางของข้อมูลชุดนี้ จงอธิบาย

(แนวตอบ ขนาดรองเท้าเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของข้อมูลได้ ดังนั้น เจ้าของร้านขายรองเท้าควรเลือกฐานนิยมเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ โดยฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 6)

136. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 21 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 59 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน แล้วแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ฐานนิยมของข้อมูลหาได้อย่างไร

(แนวตอบ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด)

- ตัวอย่างที่ 1 ที่ครูยกขึ้นมา และตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียน มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดมีเพียงข้อมูลเดียว และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ส่วนตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียน เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ)

- ฐานนิยมจะเป็นค่าที่นอกเหนือจากค่าสังเกตได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ ไม่ได้ เพราะฐานนิยมคือข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดของชุดนั้น ๆ)

137. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 59 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

138. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด และถ้าความถี่สูงสุดของข้อมูลมีมากกว่า 2 ค่า จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

139. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 66 ข้อ 1, 3 และ 4 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

140. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

141. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าการหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่เหมือนกับการหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

142. ครูยกตัวอย่างการหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 2 ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4

ให้หาฐานนิยมของความสูงของนักเรียนกลุ่มนี้ โดยใช้การประมาณจากจุดกึ่งกลางของ
อันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด

วิธีทำ เนื่องจากความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น คือ $l = 5$

และอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด คือ 156 - 160

จะได้ จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น คือ $\frac{156 + 160}{2} = 158$

ดังนั้น ฐานนิยมของความสูงของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 158 เซนติเมตร

ตอบ

143. ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 2 เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่)

144. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 22 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 60 บนกระดาน
อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

145. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 22 ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 22 มีอันตรภาคชั้นของข้อมูลเท่ากันทุกชั้นหรือไม่

(แนวตอบ เท่ากัน)

- จากตัวอย่างที่ 22 ใช้วิธีการใดในการหาฐานนิยมของข้อมูล

(แนวตอบ ใช้การประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด)

146. ครูเน้นย้ำ “คณิตหน้ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 59 และหน้า 60 ดังนี้

- กรณีที่อันตรภาคชั้นมีความถี่สูงสุด 2 ชั้นขึ้นไป จะปรับตารางแจกแจงความถี่ให้เหลืออันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดเพียงชั้นเดียว โดยการรวมอันตรภาคชั้นที่ 1 กับ 2, 3 กับ 4, ... เข้าด้วยกัน
- อันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด จะมีฐานนิยมอยู่

147. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 61 อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
148. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 23 ดังนี้
- จากตัวอย่างที่ 23 มีอันตรภาคชั้นของข้อมูลเท่ากันทุกชั้นหรือไม่
(แนวตอบ เท่ากัน)
 - จากตัวอย่างที่ 23 ใช้วิธีการใดในการหาฐานนิยมของข้อมูล
(แนวตอบ ใช้สูตรในการหาฐานนิยม)
149. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 60-61 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
150. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 62 อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
151. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 24 ดังนี้
- จากตัวอย่างที่ 24 มีอันตรภาคชั้นของข้อมูลเท่ากันทุกชั้นหรือไม่
(แนวตอบ ไม่เท่ากัน)
 - จากตัวอย่างที่ 24 ใช้วิธีการใดในการหาฐานนิยมของข้อมูล
(แนวตอบ พิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันตรภาคชั้น แล้วใช้จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ผลหารมีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม)
152. จากตัวอย่างที่ 22-24 ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้
- จากตัวอย่างที่ 22-24 มีลักษณะของข้อมูลเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 22 และตัวอย่างที่ 23 มีความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น แต่ตัวอย่างที่ 24 มีความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้น)
 - การหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น มีวิธีการอย่างไร
(แนวตอบ ใช้การประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด หรือใช้สูตร)
 - การหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้น มีวิธีการอย่างไร
(แนวตอบ พิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันตรภาคชั้น แล้วใช้จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ผลหารมีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม)

- จากตัวอย่างที่ 22-24 มีวิธีการหาฐานนิยมของข้อมูลอย่างไร

(แนวตอบ ตัวอย่างที่ 22 และตัวอย่างที่ 23 เป็นกรณีที่มีอันดับภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น หาได้โดยการประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันดับภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดและคำนวณได้จากสูตร ตามลำดับ

ส่วนตัวอย่างที่ 24 เป็นกรณีที่มีอันดับภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้นการหาฐานนิยมจะต้องพิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันดับภาคชั้น แล้วใช้จุดกึ่งกลางของอันดับภาคชั้นที่ผลหามีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม)

153. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 62 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

154. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 25 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 63 จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับ “ลองทำดู” ในหน้า 63 จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน

155. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

156. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- ขั้นตอนแรกในการหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่คืออะไร

(แนวตอบ พิจารณาอันดับภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด ซึ่งจะมีฐานนิยมอยู่)

- กรณีที่อันดับภาคชั้นมีความถี่สูงสุด 2 ชั้นขึ้นไป จะมีวิธีการหาฐานนิยมอย่างไร

(แนวตอบ ปรับตารางแจกแจงความถี่ให้เหลืออันดับภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดเพียงชั้นเดียว โดยการรวมอันดับภาคชั้นที่ 1 กับ 2, 3 กับ 4, ... เข้าด้วยกัน)

- การหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ มีวิธีการอย่างไร

(แนวตอบ 1) กรณีที่มีอันดับภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น หาได้โดยการประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันดับภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดหรือคำนวณได้จากสูตร

2) กรณีที่มีอันดับภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้น พิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันดับภาคชั้น แล้วใช้จุดกึ่งกลางของอันดับภาคชั้นที่ผลหามีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม)

157. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 66-67 ข้อ 2 และข้อ 5 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

158. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

159. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 64 ลงในสมุด
160. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนจาก “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ดังนี้
- ข้อมูลในข้อ 1. และข้อ 2. เป็นข้อมูลประเภทใด
(แนวตอบ ข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลเชิงคุณภาพ ตามลำดับ)
 - จากข้อ 1. ค่าใดเป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูล เพราะเหตุใด
(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เพราะข้อมูลชุดนี้เป็นข้อมูลที่ไม่ต่างกันมาก และจากการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม มีค่าที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งค่าเฉลี่ยเลขคณิตใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณหาค่า จึงเป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้)
 - จากข้อ 1. ถ้าเพิ่มข้อมูลที่มีค่ามากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติมาคำนวณหาค่ากลางใหม่ทั้ง 3 ค่า แล้วค่ากลางใด จะได้รับผลกระทบมากที่สุด
(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะได้รับผลกระทบมากที่สุด)
 - จากข้อ 1. ถ้าเพิ่มข้อมูลที่มีค่ามากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ ค่าใดเป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูล
(แนวตอบ มัธยฐาน เพราะถ้าเพิ่มข้อมูลที่มีค่ามากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะได้รับผลกระทบมากที่สุด มัธยฐานจึงเป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลนี้)
 - จากข้อ 2. ค่ากลางชนิดใดเหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ เพราะเหตุใด
(แนวตอบ เนื่องจากขนาดรองเท้าเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนั้น ฐานนิยมจึงเป็นค่ากลางที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้)
161. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลควรเลือกใช้ให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์การนำไปใช้ เพื่อให้การสรุปผลหรือการตัดสินใจดียิ่งขึ้น
162. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (คละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปราย “Thinking Time” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 65 ว่านักเรียนเห็นด้วยกับแนวคิดของใครมากที่สุด
163. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
164. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 67 ข้อ 6-7 โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.6 เรื่อง ฐานนิยม
4. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 67 ข้อ 8-10 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

9. ครูและนักเรียนร่วมสรุปเนื้อหาเกี่ยวกับฐานนิยม และข้อสังเกตและหลักเกณฑ์ที่สำคัญในการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ ดังนี้

- ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด โดยฐานนิยมเป็นค่ากลางชนิดเดียวที่สามารถใช้ได้กับข้อมูลเชิงคุณภาพซึ่งมีวิธีการหา ดังนี้

- 1) การหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ พิจารณาข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในชุดนั้น ในกรณีที่ข้อมูลมีความถี่มากกว่า 2 ค่า ให้ถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

- 2) การหาฐานนิยมของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ทำได้ดังนี้

- 2.1) กรณีที่มีอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น

หาได้โดยการประมาณจากจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดหรือคำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\text{ฐานนิยม} = L + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

d_1 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดกับความถี่ของอันตรภาคชั้นก่อนหน้า

d_2 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดกับความถี่ของอันตรภาคชั้นถัดไป

กรณีที่อันตรภาคชั้นมีความถี่สูงสุด 2 ชั้นขึ้นไป จะปรับตารางแจกแจงความถี่ให้เหลืออันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดเพียงชั้นเดียว โดยการรวมอันตรภาคชั้นที่ 1 กับ 2, 3 กับ 4, ... เข้าด้วยกัน

- 2.2) กรณีที่มีอันตรภาคชั้นไม่เท่ากันทุกชั้น

การหาฐานนิยมจะต้องพิจารณาจากผลหารของความถี่กับความกว้างในแต่ละอันตรภาคชั้น แล้วใช้จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ผลหารมีค่ามากที่สุดเป็นฐานนิยม

- ข้อสังเกตและหลักเกณฑ์ที่สำคัญในการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ มีดังนี้
 - 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น ซึ่งเป็นที่นิยมใช้และน่าเชื่อถือมากกว่ามัธยฐานและฐานนิยม เนื่องจากใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณหาค่า แต่ข้อมูลชุดนั้นจะต้องไม่มีข้อมูลที่มีย่านน้อยกว่าหรือมากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ
 - 2) มัธยฐาน เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น สามารถใช้กับข้อมูลที่มีค่าต่ำกว่าหรือมากกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ ถ้าจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคี่ แล้วมัธยฐานที่ได้จะเป็นจำนวนใดจำนวนหนึ่งที่อยู่ในข้อมูลชุดนั้น แต่ถ้าจำนวนของข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ แล้วมัธยฐานที่ได้อาจไม่เป็นจำนวนที่อยู่ในข้อมูลชุดนั้น
 - 3) ฐานนิยม เป็นค่ากลางที่ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งฐานนิยมของข้อมูลบางชุดอาจมีมากกว่า 1 ค่า แต่ไม่เกิน 2 ค่า ถ้าข้อมูลนั้นมีความถี่มากที่สุดเกิน 2 ค่า จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลควรเลือกใช้ให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์การนำไปใช้ เพื่อให้การสรุปผลหรือการตัดสินใจดีขึ้น

10. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.3 C ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 26) ฐานนิยม และการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ	- ตรวจใบงานที่ 1.6 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 ค - ตรวจ Exercise 1.3 C	- ใบงานที่ 1.6 - แบบฝึกทักษะ 1.3 ค - Exercise 1.3 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
27) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
28) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
29) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
30) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.6 สื่อการเรียนรู้

- 16) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 17) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 18) ใบงานที่ 1.6 เรื่อง ฐานนิยม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 16) ห้องเรียน
- 17) ห้องสมุด
- 18) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.6

เรื่อง ฐานนิยม

ເຈດີຍ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

1. ในกรณีที่ข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) ถ้าจะหาค่ากลางของข้อมูลจะต้องใช้ค่ากลางชนิดใด

.....

2. ให้
- a เป็นมัธยฐานของข้อมูล 39, 7, 2, 15, 18, 21, 13
 - B เป็นฐานนิยมของข้อมูล 27, 19, 15, 1, 3, 27, 7, 4, 27, 10
 - c เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลรวมทั้งสองชุดข้างต้น

จงหา $a + b + c$

[illegible]

- [illegible]

4. น้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)
50 - 52	3
53 - 55	9
56 - 58	21
59 - 61	13
62 - 64	4

จงหาฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้ โดยใช้สูตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
11 - 20	5
21 - 30	18
31 - 40	42
41 - 50	27
51 - 60	8

จงหาฐานนิยมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้ โดยใช้สูตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 1.6

เรื่อง ฐานนิยม

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

1. ในกรณีที่ข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) ถ้าจะหาค่ากลางของข้อมูลจะต้องใช้ค่ากลางชนิดใด

ตอบ ฐานนิยม

2. ให้ a เป็นมัธยฐานของข้อมูล 39, 7, 2, 15, 18, 21, 13
 B เป็นฐานนิยมของข้อมูล 27, 19, 15, 1, 3, 27, 7, 4, 27, 10
 c เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลรวมทั้งสองชุดข้างต้น

จงหา $a + b + c$

วิธีทำ หาค่า a

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 2, 7, 13, 15, 18, 21, 39

ตำแหน่งมัธยฐาน คือ $\frac{N+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$

จะได้ว่า มัธยฐาน เท่ากับ 15

นั่นคือ $a = 15$

หาค่า b

ฐานนิยมเป็นข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด ดังนั้น ฐานนิยมเท่ากับ 27 (ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด)

นั่นคือ $b = 27$

หาค่า c

จาก $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

$$= \frac{39 + 7 + 2 + 15 + 18 + 21 + 13 + 27 + 19 + 15 + 1 + 3 + 27 + 7 + 4 + 27 + 10}{17}$$

$$= 15$$

นั่นคือ $c = 15$

ดังนั้น $a + b + c$ เท่ากับ $15 + 27 + 15 = 57$

3. ข้อมูล 4 ตัว เรียงจากน้อยไปมาก ได้แก่ x_1, x_2, x_3 และ x_4 ตามลำดับ มีฐานนิยมเท่ากับ 18, มัธยฐานเท่ากับ 19 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20 ให้หา $(x_3 + x_4) - (x_1 + x_2)$

วิธีทำ จากข้อมูล 4 ตัว เรียงจากน้อยไปมาก คือ x_1, x_2, x_3 และ x_4 ตามลำดับ

$$\text{มัธยฐาน} = 19$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{x_2 + x_3}{2} = 19$$

$$x_2 + x_3 = 38 \quad \dots (1)$$

$$\text{ฐานนิยม} = 18$$

แสดงว่า $x_1 = 18$ และ $x_2 = 18$ (เนื่องจากฐานนิยม = 18 ซึ่งน้อยกว่า มัธยฐาน = 19)

$$\text{แทนค่า } x_2 = 18 \text{ ใน } (1)$$

$$\text{จะได้ว่า } 18 + x_3 = 38$$

$$x_3 = 20$$

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = 20$$

$$\text{จาก } \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\text{จะได้ว่า } 20 = \frac{18 + 18 + 20 + x_4}{4}$$

$$80 = 56 + x_4$$

$$x_4 = 24$$

$$\text{ดังนั้น } (x_3 + x_4) - (x_1 + x_2) = (20 + 24) - (18 + 18) = 44 - 36 = 8$$

4. น้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)
50 - 52	3
53 - 55	9
56 - 58	21
59 - 61	13
62 - 64	4

จงหาฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้ โดยใช้สูตร

วิธีทำ ข้อมูลฐานนิยมอยู่ในชั้น 56 - 58

$$\text{จาก } \text{ฐานนิยม} = L + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

$$= 55.5 + 3 \left(\frac{12}{12 + 8} \right)$$

$$= 55.5 + \frac{9}{5}$$

$$= 57.3$$

ดังนั้น ฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 57.3 กิโลกรัม

5. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
11 - 20	5
21 - 30	18
31 - 40	42
41 - 50	27
51 - 60	8

จงหาฐานนิยมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้ โดยใช้สูตร

วิธีทำ ข้อมูลฐานนิยมอยู่ในชั้น 31 - 40

$$\text{จาก } \text{ฐานนิยม} = L + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

$$= 30.5 + 10 \left(\frac{24}{24 + 15} \right)$$

$$= 30.5 + \frac{80}{13}$$

$$\approx 36.65$$

ดังนั้น ฐานนิยมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้ประมาณ 36.65 คะแนน

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 21) หาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ได้ (K)
- 22) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ได้ถูกต้อง (P)
- 23) นำความรู้เกี่ยวกับควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ตำแหน่งที่ของข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การวัดตำแหน่งของข้อมูลที่นิยมใช้ ได้แก่ ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ซึ่งแต่ละวิธีมีรายละเอียด ดังนี้

- 1) ควอร์ไทล์ (Quartile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 3 จุด
- 2) เดไซล์ (Decile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 9 จุด
- 3) เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 99 จุด

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
22. ความสามารถในการสื่อสาร 23. ความสามารถในการคิด 39) ทักษะการสังเกต 40) ทักษะการระบุ 24. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการวัดค่ากลางของข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม
- ครูกล่าวว่า ค่ากลางของข้อมูลไม่สามารถบอกรายละเอียดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับค่าสังเกตบางค่าได้ นักสถิติ จึงได้กำหนดวิธีการที่จะบอกความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของข้อมูลกับค่าสังเกต ซึ่งเรียกว่า การวัดตำแหน่งของข้อมูล
- ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อความในกรอบข้อความ จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 68

- 1) สิริสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 85 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน
- 2) สิริสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 85 คะแนน และได้คะแนนมากกว่าเพื่อนในระดับชั้นเดียวกันอยู่ 75 คน
- 3) ถ้ามีผู้เข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์ 100 คน สิริทำคะแนนได้มากกว่าคนอื่น 90 คน

และให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากข้อความ จะได้ว่า

ข้อความที่ 1) อาจกล่าวได้ว่า สิริมีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อเทียบกับคะแนนเต็ม

ข้อความที่ 2) ไม่สามารถสรุปได้ว่า สิริเป็นนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ แต่สิริยังมีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเพื่อนคนอื่นอยู่ 75 คน

ข้อความที่ 3) อาจกล่าวได้ว่า สิริเป็นนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนคนอื่น เพราะนักเรียนที่ทำคะแนนได้มากกว่าสิริ มีเพียง 9 คนเท่านั้น

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

165. ครูถามคำถามนักเรียนว่า การวัดตำแหน่งของข้อมูลที่นิยมใช้มีอะไรบ้าง

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ควอร์ไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นไทล์)

166. ครูอธิบายเกี่ยวกับควอร์ไทล์ โดยยกตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาข้อมูลที่กำหนดต่อไปนี้

17 8 7 15 8 15 14 10 13 20 8

ให้หาตำแหน่งของควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3

วิธีทำ จัดเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 7 8 8 8 10 13 14 15 15 17 20

ข้อมูลมีทั้งหมด 11 จำนวน เมื่อนำค่าของข้อมูลมาเรียงจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน ดังนี้

7 8 8 8 10 13 14 15 15 17 20

↑
↑
↑

Q_1
 Q_2
 Q_3

จะเห็นว่า ตำแหน่งของควอร์ไทล์ทั้งสามเป็นจำนวนนับ คือ ตำแหน่งที่ 3, 6 และ 9 ตามลำดับ

จะได้ ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3 เท่ากับ 8, 13 และ 15 ตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าสังเกตที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้

ตอบ

167. จากตัวอย่างที่ 1 ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ขั้นตอนแรกในการหาควอร์ไทล์คืออะไร

(แนวตอบ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก)

- ควอร์ไทล์เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูลโดยแบ่งข้อมูลออกเป็นกี่ส่วน อย่างไร

(แนวตอบ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนจะมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน โดยมีจุดแบ่ง 3 จุด)

- ควอร์ไทล์ที่ 3 (Q_3) มีความสัมพันธ์อย่างไรกับจำนวนข้อมูลทั้งหมด

(แนวตอบ เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้อยู่ประมาณ 3 ใน 4 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด)

168. ครูอธิบายเกี่ยวกับเดไซล์ โดยยกตัวอย่าง ดังนี้

เดไซล์ (Decile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 9 จุด ดังนี้

จุดที่ 1 แทนด้วย D_1 เรียกว่า เดไซล์ที่ 1	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 1 ใน 10 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด
จุดที่ 2 แทนด้วย D_2 เรียกว่า เดไซล์ที่ 2	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 2 ใน 10 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด
$\vdots$	
จุดที่ 9 แทนด้วย D_9 เรียกว่า เดไซล์ที่ 9	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 9 ใน 10 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

169. ครูถามนักเรียน ดังนี้

- ขั้นตอนแรกในการหาเดไซล์คืออะไร
(แนวตอบ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก)
- เดไซล์เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูลโดยแบ่งข้อมูลออกเป็นกี่ส่วน อย่างไร
(แนวตอบ แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนจะมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน โดยมีจุดแบ่ง 9 จุด)
- เดไซล์ที่ 8 (D_8) มีความสัมพันธ์อย่างไรกับจำนวนข้อมูลทั้งหมด
(แนวตอบ เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้อยู่ประมาณ 8 ใน 10 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด)

170. ครูอธิบายเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ พร้อมยกตัวอย่าง ดังนี้

เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentiles) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 99 จุด ดังนี้

จุดที่ 1 แทนด้วย P_1 เรียกว่า เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 1 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด
จุดที่ 2 แทนด้วย P_2 เรียกว่า เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 2	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 2 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด
$\vdots$	
จุดที่ 99 แทนด้วย P_{99} เรียกว่า เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 99	เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้ อยู่ประมาณ 99 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

171. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 69-70 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

172. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 70 ว่า “ตำแหน่งของ Q_2 , D_5 และ P_{50} เป็นตำแหน่งที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมดที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน ซึ่งมีค่าเท่ากับ มัธยฐาน”

173. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- ขั้นตอนแรกในการหาตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ คืออะไร
(แนวตอบ เรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก)
- ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ มีความเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก และต่างกัน คือ ควอร์ไทล์แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 3 จุด เดไซล์แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 9 จุด และเปอร์เซ็นต์ไทล์แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 99 จุด)

ชั่วโมงที่ 2

174. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์
175. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) และร่วมกันทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 71 โดยทุกคนทำลงในสมุด
176. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดของตนเอง โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
177. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 68-71 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมทำใบงานที่ 1.7 เรื่อง ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยระบุความสูง (เซนติเมตร) ของสมาชิกในกลุ่ม และร่วมกันหาค่าต่อไปนี้
 - 1) ควอร์ไทล์ที่ 3
 - 2) เดไซล์ที่ 5
 - 3) เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60
2. ครูสุ่มนักเรียนบางกลุ่มออกมาแสดงวิธีคิด โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาว่าตำแหน่งของข้อมูลชนิดใดนิยมใช้มากที่สุด เพราะเหตุใด โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดของตนเอง

ครูและนักเรียนร่วมสรุปความรู้เกี่ยวกับการวัดตำแหน่งของข้อมูลที่นิยมใช้ ได้แก่ ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ซึ่งแต่ละวิธีมีรายละเอียด ดังนี้

- ควอร์ไทล์ (Quartile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 3 จุด
- เดไซล์ (Decile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 9 จุด
- เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 99 จุด

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 31) ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์	- ตรวจใบงานที่ 1.7	- ใบงานที่ 1.7	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
32) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
33) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
34) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
35) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.7 สื่อการเรียนรู้

- 19) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 20) ใบงานที่ 1.7 เรื่อง ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 19) ห้องเรียน
- 20) ห้องสมุด
- 21) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.7

เฉลย

เรื่อง คอรัไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มระบุความสูง (เซนติเมตร) ของสมาชิกในกลุ่ม และร่วมกันหาค่าต่อไปนี้

- 1) คอรัไทล์ที่ 3
- 2) เดไซล์ที่ 5
- 3) เปอร์เซ็นไทล์ที่ 60

ขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 24) หาค่าควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ (K)
- 25) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ถูกต้อง (P)
- 26) นำความรู้เกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ไปประยุกต์ใช้ ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ตำแหน่งที่ของข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร ดังนี้

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3\}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์
 N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้จากขั้นที่ 2 โดยเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติใดอย่างหนึ่ง

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
25. ความสามารถในการสื่อสาร 26. ความสามารถในการคิด 41) ทักษะการคิดคล่อง 42) ทักษะการระบุ 43) ทักษะการเชื่อมโยง 44) ทักษะการวิเคราะห์ 27. ความสามารถในการแก้ปัญหา 28. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับความหมายของควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ดังนี้

- ควอร์ไทล์ (Quartile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 3 จุด
- เดไซล์ (Decile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 9 จุด
- เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน จึงมีจุดแบ่ง 99 จุด

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

178. ครุยกตัวอย่างการหาค่าควอร์ไทล์ เดไซด์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ พร้อมอธิบายดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 การสอบเก็บคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 39 คน ถ้าเกณฑ์การผ่านของการสอบครั้งนี้เท่ากับ 25 คะแนน ซึ่งตรงกับตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 2 ให้หาจำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่าน

วิธีทำ มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 39 คน และเกณฑ์การผ่านของการสอบครั้งนี้เท่ากับ 25 คะแนน ซึ่งตรงกับตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 2

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ ตำแหน่งของ } Q_2 &= \frac{2(N+1)}{4} \\ &= \frac{2(39+1)}{4} \\ &= 20\end{aligned}$$

จะได้ว่า นักเรียนคนที่ 20 สอบผ่านพอดี

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเท่ากับ 19 คน

ตอบ

179. ครุยกตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 72 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

180. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียน ว่าข้อมูลมีความเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือมีการกำหนดตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 2

และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 กำหนดจำนวนข้อมูลทั้งหมดมาให้ เพื่อหาตำแหน่งของควอร์ไทล์ที่ 2 ส่วนตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียน กำหนดตำแหน่งของควอร์ไทล์ที่ 2 มาให้ เพื่อหาจำนวนของข้อมูลทั้งหมด)

181. ครูบอกนักเรียนว่า นอกจากการหาควอร์ไทล์ เดไซด์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ที่นักเรียนได้ศึกษาไป ยังสามารถใช้โปรแกรม Microsoft Excel 2016 ในการหาได้เช่นกัน จากนั้นครูให้นักเรียนสแกน QR Code ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 72 เพื่อศึกษาตัวอย่างการหาควอร์ไทล์ เดไซด์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel 2016

182. ครุยกตัวอย่างที่ 27 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 73 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

183. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 26 และตัวอย่างที่ 27 ดังนี้

- คอรัลท์ที่ 2 มีค่าเท่ากับเดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร

(แนวตอบ เดไซล์ที่ 5 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50)

- เปอร์เซ็นต์ไทล์ 75 มีค่าเท่ากับคอรัลท์ที่เท่าไร

(แนวตอบ คอรัลท์ที่ 3)

184. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 73 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

185. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการหาค่าคอรัลท์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของคอรัลท์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{4} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3\}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{10} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{100} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของคอรัลท์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของคอรัลท์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้จากขั้นที่ 2 โดยเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติใดอย่าง

ชั่วโมงที่ 2

186. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าคอรัลท์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

187. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ในตัวอย่างที่ 28 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 73 พร้อมใช้คำถามต่อไปนี้

- จากคำถามข้อ 1) ควรใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบใดจึงจะเหมาะสมที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

(แนวตอบ คอรัลท์ เพราะเป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน)

- จากคำถามข้อ 2) ควรใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบใดจึงจะเหมาะสมที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบ
(แนวตอบ เดไซล์ เพราะเป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน)
- จากคำถามข้อ 3) ควรใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบใดจึงจะเหมาะสมที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบ
(แนวตอบ เปอร์เซ็นไทล์ เพราะเป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน)

188. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 28 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 73-75 อย่างละเอียด และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากสงสัยพร้อมอธิบายเพิ่มเติม

189. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 75 โดยอธิบายเพิ่มเติมถึงความหมายของตำแหน่ง



ถ้ามีข้อมูล 100 คน คนที่อยู่ในตำแหน่ง Q_3 จะอยู่ในตำแหน่งที่มีคนที่อยู่ตำแหน่งต่ำกว่า 3 ใน 4 ส่วน และ มีคนที่อยู่ตำแหน่งมากกว่าอยู่ 1 ใน 4 ส่วน

หมายความว่า ถ้ามีข้อมูลอยู่ 100 คน คนที่อยู่ตำแหน่ง Q_3 จะมีคนที่อยู่ตำแหน่งต่ำกว่าอยู่ 75 คน และ มีคนที่อยู่ในตำแหน่งมากกว่าอยู่ 25 คน

190. ครูสอบถามข้อมูลน้ำหนักของนักเรียนทุกคน และให้นักเรียนหาค่า Q_3 , D_6 และ P_{85} โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบและ แนะนำ

191. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 83 ข้อ 1 และ ข้อ 3 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกัน ตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบงานที่ 1.8 เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ
2. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยใบงาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมสรุปเนื้อหาเกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 2 หาตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการ โดยใช้สูตร

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{4} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3\}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{10} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{100} \text{ เมื่อ } r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

- ขั้นที่ 3 หาข้อมูลตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้จากขั้นที่ 2 โดยเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติโดยตรง

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 84 ข้อ 5 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 36) การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	- ตรวจใบงานที่ 1.8 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4	- ใบงานที่ 1.8 - แบบฝึกทักษะ 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
37) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
38) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
39) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.8 สื่อการเรียนรู้

- 21) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 22) ใบงานที่ 1.8 เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดไซด์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 22) ห้องเรียน
- 23) ห้องสมุด
- 24) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.8

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์
ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. เด็กกลุ่มหนึ่งสอบได้คะแนน ดังนี้ 14, 12, 10, 12, 16, 15 และ 8 คะแนน

1.1) จงหาคะแนนที่ตรงกับตำแหน่งที่ Q_1

1.2) จากข้อมูล จงหาค่าของ $Q_3 + D_5$

ค่าแรงรายวัน (บาท)	จำนวนพนักงาน (คน)
200	40
220	20
240	30
280	40
320	49
360	20

.....

.....

.....

.....

4. คะแนนของผู้ที่เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้

45 54 59 60 62 64 65 68 70 72 73 75 76 80 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือ ต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 จงหาคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 80 คน ซึ่งมี ธร ธาร และไทป์ รวมอยู่ด้วย ปรากฏผลการสอบ ดังนี้

ธรได้คะแนนเป็นลำดับที่ 30 เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปน้อย

ธารได้คะแนนตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3

ไทป์ได้คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50

จงเรียงลำดับคะแนนของธร ธาร และไทป์ จากน้อยไปมาก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 1.8

เฉลย

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์
ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. เด็กกลุ่มหนึ่งสอบได้คะแนน ดังนี้ 14, 12, 10, 12, 16, 15 และ 8 คะแนน

1.1) จงหาคะแนนที่ตรงกับตำแหน่งที่ Q_1

วิธีทำ เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้

8 10 12 12 14 15 16

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$

ตำแหน่งของ Q_1 คือ $\frac{1(7+1)}{4} = 2$

ดังนั้น คะแนนที่ตรงกับตำแหน่งที่ 2 คือ 10 คะแนน

1.2) จากข้อมูล จงหาค่าของ $Q_3 + D_5$

วิธีทำ จาก ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$

ตำแหน่งของ Q_3 คือ $\frac{3(7+1)}{4} = 6$

ดังนั้น คะแนนที่ตรงกับตำแหน่งที่ 6 คือ 15 คะแนน

จาก ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$

ตำแหน่งของ D_5 คือ $\frac{5(7+1)}{10} = 4$

ดังนั้น คะแนนที่ตรงกับตำแหน่งที่ 4 คือ 12 คะแนน

ฉะนั้น ค่าของ $Q_3 + D_5$ เท่ากับ $15 + 12 = 27$ คะแนน

2. ค่าแรงรายวัน (บาท) ของโรงงานแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

ค่าแรงรายวัน (บาท)	จำนวนพนักงาน (คน)
200	40
220	20
240	30
280	40
320	49
360	20

จงหาค่าของ Q_1 , D_6 และ P_{40}

วิธีทำ จาก ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$

ตำแหน่งของ Q_1 คือ $\frac{1(199+1)}{4} = 50$

ดังนั้น Q_1 คือ 220 บาท

จาก ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$

ตำแหน่งของ D_6 คือ $\frac{6(199+1)}{10} = 120$

ดังนั้น D_6 คือ 280 บาท

จาก ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$

ตำแหน่งของ P_{40} คือ $\frac{40(199+1)}{100} = 80$

ดังนั้น P_{40} คือ 240 บาท

นั่นคือ ค่าของ Q_1 , D_6 และ P_{40} คือ 220, 280 และ 240 บาท ตามลำดับ

3. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียน เรียงจากค่าน้อยไปหาค่ามาก เป็นดังนี้

48 48 48 49 50 52 52 54 55 55
55 55 59 61 62 62 62 62 74

- จงหาว่า
- 1) น้ำหนัก 54 กิโลกรัม ตรงกับเดซิัลที่เท่าไร
 - 2) น้ำหนัก 61 กิโลกรัม ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร
 - 3) น้ำหนักของแชมป์ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 แชมป์มีน้ำหนักเท่าไร

วิธีทำ 1) น้ำหนัก 54 กิโลกรัม ตรงกับตำแหน่งที่ 8

จาก ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$

$$\text{จะได้ว่า } 8 = \frac{r(19+1)}{10}$$

$$8 = 2r$$

$$r = 4$$

ดังนั้น น้ำหนัก 54 กิโลกรัม ตรงกับเดซิัลที่ 4

2) น้ำหนัก 61 กิโลกรัม ตรงกับตำแหน่งที่ 14

จาก ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$

$$\text{จะได้ว่า } 14 = \frac{r(19+1)}{100}$$

$$14 = \frac{r}{5}$$

$$r = 70$$

ดังนั้น น้ำหนัก 61 กิโลกรัม ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 70

3) น้ำหนักของแชมป์ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80

จาก ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$

$$\frac{80(19+1)}{100}$$

$$\frac{100}{167}$$

จะได้ว่า ตำแหน่งของ $P_{80} =$

$$= 16$$

ดังนั้น แคมป์มีน้ำหนัก 62 กิโลกรัม

4. คะแนนของผู้ที่เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้

45 54 59 60 62 64 65 68 70 72 73 75 76 80 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือ ต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 จงหาคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

วิธีทำ คะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน คือ ผู้ที่สอบได้ P_{60}

จาก ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$

$$\text{จะได้ว่า ตำแหน่งของ } P_{60} \text{ คือ } \frac{60(15+1)}{100} = 9.6$$

$$\text{ดังนั้น } P_{40} \text{ คือ } 70 + (2)(0.6) = 71.2$$

นั่นคือ คะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน คือ 71.2 คะแนน

5. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 80 คน ซึ่งมี ธร ธาร และไทป์ รวมอยู่ด้วย ปรากฏผลการสอบ ดังนี้

ธรได้คะแนนเป็นลำดับที่ 30 เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปน้อย

ธารได้คะแนนตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3

ไทป์ได้คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50

จงเรียงลำดับคะแนนของธร ธาร และไทป์ จากน้อยไปมาก

วิธีทำ - ธรได้คะแนนเป็นลำดับที่ 30 เมื่อเรียงจากมากไปน้อย

ดังนั้น ธรได้คะแนนเป็นลำดับที่ 51 เมื่อเรียงจากน้อยไปมาก

- ธารได้คะแนนตรงกับ Q_3

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } Q_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{4}$$

$$\text{จะได้ว่า ตำแหน่งของ } Q_3 \text{ คือ } \frac{3(80+1)}{4} = 60.75$$

ดังนั้น ธารได้คะแนนเป็นลำดับที่ 60.75

- ไทป์ได้คะแนนตรงกับ P_{50}

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } P_r \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{100}$$

$$\frac{50(80+1)}{100}$$

$$100$$

$$168$$

จะได้ว่า ตำแหน่งของ P_{50} คือ $= 40.5$

ดังนั้น ไทป์ได้คะแนนเป็นลำดับที่ 40.5

นั่นคือ ลำดับผู้ที่ได้คะแนนจากน้อยไปมาก เป็นดังนี้ ไทป์ ธร และธรร

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ

ลงชื่อ

()

ตำแหน่ง

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้

- ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์

- ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

- ปัญหา/อุปสรรค

- แนวทางการแก้ไข

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 27) หาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ได้ (K)
- 28) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ได้ถูกต้อง (P)
- 29) นำความรู้เกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ไปประยุกต์ใช้ ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ตำแหน่งที่ของข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณเป็นข้อมูลที่อยู่ในอันตรภาคชั้น ดังนั้น ในการคำนวณหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่จึงเป็นค่าประมาณเท่านั้น ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูล

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของควอร์ไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร ดังนี้

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{rN}{4}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3\}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{rN}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{rN}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ แล้วนำค่าที่ได้ไปบวกกับขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ หรือใช้สูตร ดังนี้

$$Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$D_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_r แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
29. ความสามารถในการสื่อสาร 30. ความสามารถในการคิด 45) ทักษะการคิดคล่อง 46) ทักษะการระบุ 47) ทักษะการเชื่อมโยง	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

48) ทักษะการวิเคราะห์	
31. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3\}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้จากขั้นที่ 2 โดยเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติใดอย่าง

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

192. ครูยกตัวอย่างการหาค่าควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4
รวม	50

- 1) นักเรียนจะต้องมีความสูงเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ประมาณ ครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 2) นักเรียนจะต้องมีความสูงเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 3) นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
146 - 150	3	3
151 - 155	7	10
156 - 160	17	27
161 - 165	6	33
166 - 170	8	41
171 - 175	5	46

← Q_2

← P_{75}

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
176 - 180	4	50
รวม	50	

- 1) เนื่องจากความสูงของนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้อยู่ประมาณครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมด คือ ความสูงที่ควอร์ไทล์ที่ 2

$$\text{ความสูงที่อยู่ในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 2 คือ } \frac{2(50)}{4} = 25$$

ซึ่งตำแหน่งที่ 25 อยู่ในอันตรภาคชั้นที่มีความสูง 156 - 160 เซนติเมตร
หาค่า Q_2 ได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 การเทียบบัญญัติไตรยางค์

$$\begin{aligned} \text{จะเห็นว่า ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น } 27 - 10 &= 17 \text{ ตำแหน่ง} \\ \text{ความสูงเพิ่มขึ้น } 160.5 - 155.5 &= 5 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น } 25 - 10 &= 15 \text{ ตำแหน่ง} \\ \text{ความสูงเพิ่มขึ้น } \frac{15 \times 5}{17} &\approx 4.4 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } Q_2 \approx 155.5 + 4.4 = 159.9$$

$$\text{วิธีที่ 2 ใช้สูตร } Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$\text{จากข้อมูลข้างต้น จะได้ } \frac{rN}{4} = 25, L = 155.5, I = 5, \sum f_L = 10 \text{ และ } f_r = 17$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } Q_2 &= 155.5 + 5 \left(\frac{25 - 10}{17} \right) \\ &\approx 155.5 + 4.4 \\ &= 159.9 \end{aligned}$$

ดังนั้น นักเรียนจะต้องมีความสูงประมาณ 159.9 เซนติเมตร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ประมาณครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

- 2) เนื่องจากนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้อยู่ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด คือ ความสูงที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75

$$\text{ความสูงที่อยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 คือ } \frac{75(50)}{100} = 37.5$$

ซึ่งตำแหน่งที่ 37.5 อยู่ในอันตรภาคชั้นที่มีความสูง 166 - 170 เซนติเมตร
หาค่า P_{75} ได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 การเทียบบัญญัติไตรยางศ์

จะเห็นว่า ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น $41 - 33 = 8$ ตำแหน่ง
ความสูงเพิ่มขึ้น $165.5 - 170.5 = 5$ เซนติเมตร

ดังนั้น ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น $37.5 - 33 = 4.5$ ตำแหน่ง

$$\text{ความสูงเพิ่มขึ้น} \quad \frac{4.5 \times 5}{8} \approx 2.8 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad P_{75} \approx 165.5 + 2.8 \approx 168.3$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$

จากข้อมูลข้างต้น จะได้ $\frac{rN}{100} = 37.5$, $L = 165.5$, $I = 5$, $\sum f_L = 33$ และ $f_r = 8$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad P_{75} &= 165.5 + 5 \left(\frac{37.5 - 33}{8} \right) \\ &\approx 165.5 + 2.8 \\ &= 168.3 \end{aligned}$$

ดังนั้น นักเรียนจะต้องมีความสูงประมาณ 168.3 เซนติเมตร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า
หรือเท่ากับอยู่ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

3) นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร

อยู่ในอันตรภาคชั้นที่มีความสูง 161 - 165 เซนติเมตร

จากข้อมูลข้างต้น จะได้ $N = 50$, $L = 160.5$, $I = 5$, $\sum f_L = 27$ และ $f_r = 6$

$$\text{จะได้ว่า} \quad 163 = 160.5 + 5 \left(\frac{\frac{r(50)}{100} - 27}{6} \right)$$

$$\left(\frac{163 - 160.5}{5} \right) \times 6 = \frac{r(50)}{100} - 27$$

$$3 + 27 = \frac{r(50)}{100}$$

$$r = \frac{30 \times 100}{50}$$

$$r = 60$$

ดังนั้น นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ

193. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน จากตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 คำถามข้อ 1) นักเรียนจะต้องมีความสูงเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ประมาณครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นอกจากใช้ Q_2 ในการหาคำตอบแล้ว สามารถใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบอื่นได้หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ใช้ได้ สามารถใช้ D_5 หรือ P_{50} ได้ เนื่องจาก D_5 และ P_{50} อยู่ในตำแหน่งเดียวกันกับ Q_2)

- จากตัวอย่างที่ 1 คำถามข้อ 2) นักเรียนจะต้องมีความสูงเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นอกจากใช้ P_{75} ในการหาคำตอบแล้ว สามารถใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบอื่นได้หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ใช้ได้ สามารถใช้ Q_3 ได้ เนื่องจาก Q_3 อยู่ในตำแหน่งเดียวกันกับ P_{75})

- จากตัวอย่างที่ 1 คำถามข้อ 3) นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด เพราะเหตุใดจึงใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ในการหาคำตอบ

(แนวตอบ เนื่องจากโจทย์ต้องการคำตอบเป็นร้อยละ จึงใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์)

194. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 29 เพิ่มเติม จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 76-79 โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

195. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน จากตัวอย่างที่ 29 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 76-79 ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 29 คำถามข้อ 1) นักเรียนจะต้องมีรายจ่ายต่อวันเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีรายจ่ายน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ประมาณ 3 ใน 4 นอกจากใช้ Q_3 ในการหาคำตอบแล้ว สามารถใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบอื่นได้หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ได้ สามารถใช้ P_{75} ได้ เนื่องจาก P_{75} อยู่ในตำแหน่งเดียวกันกับ Q_3)

- จากตัวอย่างที่ 29 คำถามข้อ 2) นักเรียนจะต้องมีรายจ่ายต่อวันเท่าไร จึงจะมีนักเรียนที่มีรายจ่ายต่อวันน้อยกว่าหรือเท่ากับอยู่ร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นอกจากใช้ P_{80} ในการหาคำตอบแล้ว สามารถใช้การวัดตำแหน่งของข้อมูลแบบอื่นได้หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ใช้ได้ สามารถใช้ D_8 ได้ เนื่องจาก D_8 อยู่ในตำแหน่งเดียวกันกับ P_{80})

- จากตัวอย่างที่ 29 คำถามข้อ 3) นักเรียนที่มีรายจ่ายต่อวันน้อยกว่าหรือเท่ากับ 70.1 บาท คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด เพราะเหตุใดจึงใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ในการหาคำตอบ

(แนวตอบ เนื่องจากโจทย์ต้องการคำตอบเป็นร้อยละ จึงใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์)

196. ครูให้นักเรียนจับคู่และทำ “ลองทำดู” หน้า 79 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 79 โดยครูเป็นผู้แนะนำ

197. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

198. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลที่มีการแจกแจง ความถี่ ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูล

ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร ดังนี้

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{rN}{4}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3\}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{rN}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{rN}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ แล้วนำค่าที่ได้ไปบวกกับขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ หรือใช้สูตร ดังนี้

$$Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$D_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

$\sum f_i$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

199. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.4 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 83 ข้อ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

200. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
201. ครูให้นักเรียนศึกษา “แนวข้อสอบ PAT 1” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 80 จากนั้นครูอธิบายซ้ำอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
202. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันคิดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ พร้อมทั้งแสดงวิธีคิด จากนั้นแลกเปลี่ยนโจทย์ปัญหากับกลุ่มอื่น โดยให้อีกกลุ่มเป็นผู้ทำ และกลุ่มที่คิดโจทย์เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
203. ครูสุ่มโจทย์ที่น่าสนใจมาอธิบาย และแนะนำเพิ่มเติม

ลงมือทำ (Doing)

3. ครูให้นักเรียนจับคู่และทำแบบฝึกทักษะ 1.4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 84 ข้อ 6
4. ครูสุ่มนักเรียนบางคู่มาอธิบายวิธีคิด โดยครูเป็นผู้เฉลยและตรวจสอบความถูกต้อง
5. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.9 เรื่อง การหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบในใบงานแต่ละข้อ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้
- ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูล
- ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งของควอร์ไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร ดังนี้

ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{rN}{4}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3\}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{rN}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{rN}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยการใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ แล้วนำค่าที่ได้ไปบวกกับขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ หรือใช้สูตร ดังนี้

$$Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$D_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_r แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

- ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.4 ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 40) การหาควอไรท์ เด ไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มี การแจกแจงความถี่	- ตรวจใบงานที่ 1.9 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4 - ตรวจ Exercise 1.4	- ใบงานที่ 1.9 - แบบฝึกทักษะ 1.4 - Exercise 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
41) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
42) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
43) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
44) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.9 สื่อการเรียนรู้

- 23) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 24) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 25) ใบงานที่ 1.9 เรื่อง การหาควอไรท์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 25) ห้องเรียน
- 26) ห้องสมุด
- 27) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.9

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
141 - 150	2
151 - 160	5
161 - 170	8
171 - 180	24
181 - 190	6
191 - 200	9

ธารและไทป์เป็นนักเรียนในห้องนี้ ไทป์ได้คะแนนสอบในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และธารได้คะแนนสอบในตำแหน่งเดซิล์ที่ 8 ถ้าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเต็ม 200 คะแนน ธารได้คะแนนสอบมากกว่าไทป์กี่เปอร์เซ็นต์

[illegible]

2. จากการวัดความสูงของเด็กกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนเด็ก (คน)
111 - 120	6
121 - 130	9
131 - 140	10
141 - 150	12
151 - 160	8
161 - 170	9
171 - 180	6

ถ้าเทคโนโลยีเป็นเด็กในกลุ่มนี้ มีความสูงตรงกับ Q_3 แล้ว ความสูงของเทคโนโลยีเท่ากับเท่าไร

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

4. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่
16 - 18	A
19 - 21	2
22 - 24	3
25 - 27	6
28 - 30	4

ถ้าควอร์ไทล์ที่หนึ่งเท่ากับ 18.5 คะแนน แล้วมัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

ใบงานที่ 1.9

เฉลย

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์
ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
141 - 150	2
151 - 160	5
161 - 170	8
171 - 180	24
181 - 190	6
191 - 200	9

ธารและไทป์เป็นนักเรียนในห้องนี้ ไทป์ได้คะแนนสอบในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และธารได้คะแนนสอบในตำแหน่งเดซิล์ที่ 8 ถ้าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเต็ม 200 คะแนน ธารได้คะแนนสอบมากกว่าไทป์กี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
141 - 150	2	2
151 - 160	5	7
161 - 170	8	15
171 - 180	24	39
181 - 190	6	45
191 - 200	9	54

← Q₃, D₈

- ไทป์ได้คะแนนสอบตำแหน่งที่ O_3

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } O_r = \frac{rN}{4}$$

$$\text{จะได้ ตำแหน่งของ } O_3 = \frac{3(54)}{4} = 40.5$$

$$\text{จาก } O_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$O_3 = 180.5 + 10 \left(\frac{40.5 - 39}{6} \right)$$

$$O_3 = 183$$

ดังนั้น ไทป์ได้คะแนนสอบ 183 คะแนน

- ธารได้คะแนนตำแหน่งที่ D_8

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } D_r = \frac{rN}{10}$$

$$\text{จะได้ ตำแหน่งของ } D_8 = \frac{8(54)}{10} = 43.2$$

$$\text{จาก } D_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$\text{จะได้ } D_8 = 180.5 + 10 \left(\frac{43.2 - 39}{6} \right)$$

$$D_8 = 187.5$$

ดังนั้น ธารได้คะแนน 187.5 คะแนน

นั่นคือ ธารได้คะแนนสอบมากกว่าไทป์ = $187.5 - 183 = 4.5$ คะแนน

ดังนั้น คะแนนเต็ม 200 คะแนน ธารได้คะแนนสอบมากกว่าไทป์ 2.25 เปอร์เซนต์

2. จากการวัดความสูงของเด็กกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนเด็ก (คน)
111 - 120	6
121 - 130	9
131 - 140	10
141 - 150	12
151 - 160	8
161 - 170	9
171 - 180	6

ถ้าเทคโนเป็นเด็กในกลุ่มนี้ มีความสูงตรงกับ Q_3 แล้ว ความสูงของเทคโนเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

ส่วนสูง (เซนติเมตร)	จำนวนเด็ก	ความถี่สะสม
111 - 120	6	6
121 - 130	9	15
131 - 140	10	25
141 - 150	12	37
151 - 160	8	45
161 - 170	9	54
171 - 180	6	60

← Q_3

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } Q_r = \frac{rN}{10}$$

$$\text{จะได้ ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(60)}{4} = 45$$

$$L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

189

$$(45 - 37)$$

จาก $Q_1 =$

$Q_3 =$

$Q_3 = 160.5$

ดังนั้น เทคโนสูง 160.5 เซนติเมตร

3. การสอบแข่งขันความสามารถทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหมด 200 คน มีผลการสอบ ดังนี้

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)
60 - 51	22
50 - 41	24
40 - 31	94
30 - 21	42
20 - 11	18

ถ้าในการสอบครั้งนี้มีเกณฑ์ว่า 20% ของกลุ่มสูง สอบผ่านการคัดเลือก จงหาคะแนนต่ำสุดของกลุ่มสูง

วิธีทำ จากตารางสามารถเขียนเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้ดังนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน	ความถี่สะสม
11 - 20	18	18
21 - 30	42	60
31 - 40	94	154
41 - 50	24	178
51 - 60	22	200

นักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำสุดของกลุ่มสูง 20% คิดเป็น P_{80}

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } P_r = \frac{rN}{100}$$

$$\text{จะได้ ตำแหน่งของ } P_{80} = \frac{80(200)}{100} = 160$$

$$\text{จาก } P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$40.5 + 10 \left(\frac{160 - 154}{24} \right)$$

$$P_{80} =$$

$$P_{80} = 43$$

ดังนั้น คนที่สอบได้คะแนนต่ำสุดของกลุ่มสูงสอบได้ 43 คะแนน

4. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่
16 - 18	A
19 - 21	2
22 - 24	3
25 - 27	6
28 - 30	4

ถ้าควอร์ไทล์ที่หนึ่งเท่ากับ 18.5 คะแนน แล้วมัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จากข้อมูลเขียนตารางได้ดังนี้

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม
16 - 18	A	A
19 - 21	2	A + 2
22 - 24	3	A + 5
25 - 27	6	A + 11
28 - 30	4	A + 15

จากโจทย์จะได้ว่า $Q_1 = 18.5$

$$Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$18.5 = 15.5 + 3 \left(\frac{\text{ตำแหน่งของ } Q_1 - 0}{A} \right)$$

$$\times \frac{3}{A}$$

$$3 = \text{ตำแหน่งของ } Q_1$$

$$\text{ดังนั้น ตำแหน่งของ } Q_1 = A$$

$$\text{จาก ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{rN}{4}$$

$$\text{จะได้ ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{1(A + 15)}{4}$$

$$A = \frac{A + 15}{4}$$

$$4A = A + 15$$

$$3A = 15$$

$$A = 5$$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนทั้งหมด คือ $A + 15 = 5 + 15 = 20$ คน

หาค่ามัธยฐาน

$$\text{จาก ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

เขียนตารางได้ ดังนี้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม
16 - 18	5	5
19 - 21	2	7
22 - 24	3	10
25 - 27	6	16
28 - 30	4	20

$$\text{จาก มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right)$$

$$21.5 + 3 \left(\frac{10 - 7}{3} \right)$$

มัธยฐาน =

มัธยฐาน = 24.5

ดังนั้น มัธยฐานของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 24.5 คะแนน

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ

ลงชื่อ

()

ตำแหน่ง

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้

• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์

• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

• ปัญหา/อุปสรรค

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 30) หาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟได้ (K)
- 31) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟได้ถูกต้อง (P)
- 32) นำความรู้เกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
ตำแหน่งที่ของข้อมูล	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากการใช้กราฟที่ได้จากข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ โดยเขียนเส้นโค้งความถี่สะสมที่มีแกนตั้งแทนความถี่สะสม และแกนนอนแทนข้อมูล ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาดำแหน่งของข้อมูล ดังนี้

ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ Q_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง	$\frac{rN}{4}$
ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ D_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง	$\frac{rN}{10}$
ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ P_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง	$\frac{rN}{100}$

ขั้นที่ 2 จากจุดบนแกนตั้งในขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงขนานกับแนวนอนให้ตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 3 ลากเส้นจากจุดที่ได้จากขั้นที่ 2 ลงมาให้ขนานกับแกนตั้งจนตัดกับแนวนอนที่จุดใด ค่าของจุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

ในทางกลับกัน ถ้าต้องการทราบตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ของค่าใด ๆ ทำได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงจากค่าที่ต้องการหาตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ขนานกับแกนตั้งตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 2 ลากเส้นตรงจากจุดตัดที่ได้จากขั้นที่ 1 ให้ขนานกับแนวนอน ถ้าเส้นตรงไปตัดกับแกนตั้งที่จุดใด จุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
32. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
33. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
49) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
50) ทักษะการคิดคล่อง	
51) ทักษะการวิเคราะห์	
34. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูล

ขั้นที่ 2 หาตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_r \text{ คือ } \frac{rN}{4} \quad \text{เมื่อ } r \in \{1, 2, 3\}$$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{rN}{10}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{rN}{100}$ เมื่อ $r \in \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

เมื่อ r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นที่ 3 หาข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ โดยใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ แล้วนำค่าที่ได้ไปบวกกับขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ หรือใช้สูตร ดังนี้

$$Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$D_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$P_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

เมื่อ L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

r แทนตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์

N แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_r แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่มีควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

204. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 30 การหาค่าควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 81-82 โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ให้หาเดไซล์ที่ 5 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60

(แนวตอบ จากกราฟตำแหน่งของ D_5 ตรงกับตำแหน่งของ Q_2 ดังนั้น D_5 มีค่าประมาณ 57 คะแนน

จากกราฟตำแหน่งของ $P_{60} = \frac{60(130)}{100} = 78$ ดังนั้น P_{60} มีค่าประมาณ 60 คะแนน)

- ถ้าเกณฑ์การสอบผ่านในครั้งนี้อีกมากกว่า 60 คะแนน จะมีนักเรียนที่สอบผ่านทั้งหมดกี่คน

(แนวตอบ ประมาณ 52 คน)

205. ครรูกตัวอย่างการหาค่าควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
145 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4

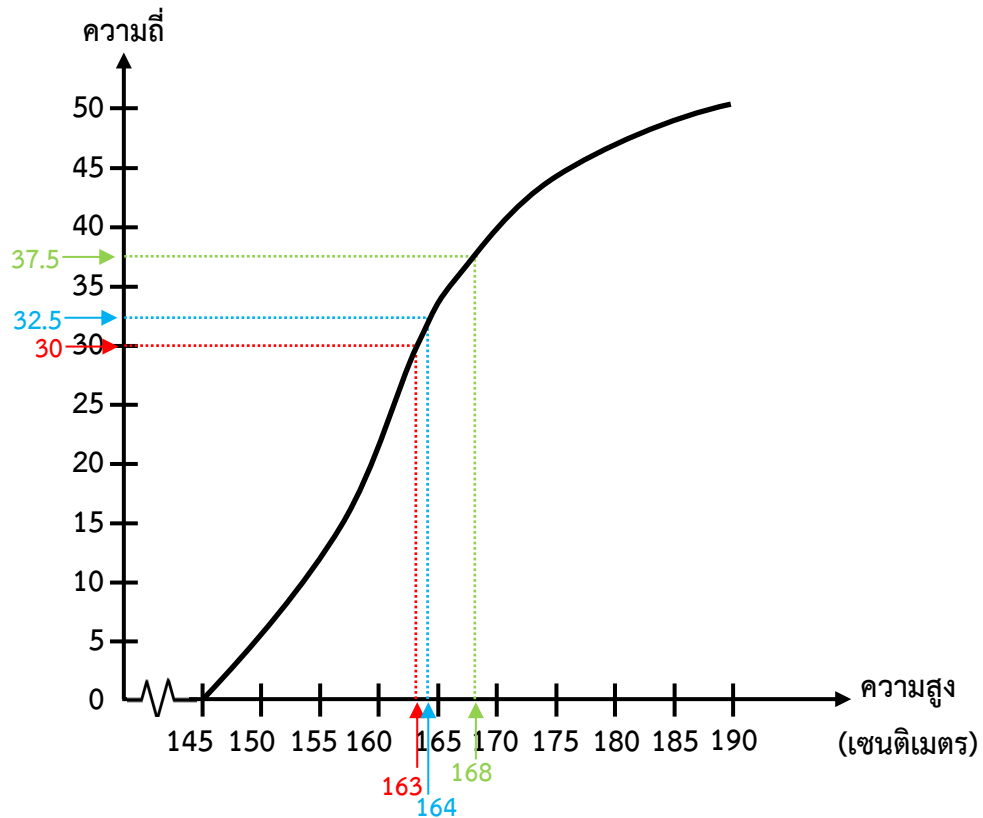
1) ให้หาควอร์ไทล์ที่ 3 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 65

2) นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	ขอบบน	ความถี่	ความถี่สะสม
146 - 150	150.5	3	3
151 - 155	155.5	7	10
156 - 160	160.5	17	27
161 - 165	165.5	6	33
166 - 170	170.5	8	41
171 - 175	175.5	5	46
176 - 180	180.5	4	50
รวม		50	

นำข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่มาเขียนเส้นโค้งความถี่สะสมได้ ดังนี้



1) จากกราฟ ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3(50)}{4} = 37.5$ ดังนั้น Q_3 มีค่าประมาณ 168 เซนติเมตร

ตำแหน่งของ $P_{65} = \frac{65(50)}{100} = 32.5$ ดังนั้น P_{70} มีค่าประมาณ 164 เซนติเมตร

2) นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร มีประมาณ 30 คน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ตำแหน่งของ } P_r &= \frac{r(50)}{100} \\ 30 &= \frac{r(50)}{100} \\ r &= 60 \end{aligned}$$

นั่นคือ นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 163 เซนติเมตร มีประมาณร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ

206. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหา และทำแบบฝึกทักษะ 1.4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 83 ข้อ 2 โดยให้หาค่าจากการใช้กราฟ

207. ครูสุ่มนักเรียนบางคู่มาอธิบายวิธีคิด จนได้คำตอบที่ตรงกัน

208. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหาค่าควอร์ไทล์ เดซิส์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ ซึ่งมีวิธีการดังนี้

ขั้นที่ 1 หาดำแหน่งของข้อมูล ดังนี้

ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ Q_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง $\frac{rN}{4}$

ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ D_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง $\frac{rN}{10}$

ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ P_r จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง $\frac{rN}{100}$

ขั้นที่ 2 จากจุดบนแกนตั้งในขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงขนานกับแนวนอนให้ตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 3 ลากเส้นจากจุดที่ได้จากขั้นที่ 2 ลงมาให้ขนานกับแกนนอนตัดกับแกนนอนที่จุดใด ค่าของจุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

ในทางกลับกัน ถ้าต้องการทราบตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิส์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ของค่าใด ๆ ทำได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงจากค่าที่ต้องการหาตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิส์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ขนานกับแกนนอนตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 2 ลากเส้นตรงจากจุดตัดที่ได้จากขั้นที่ 1 ให้ขนานกับแกนนอน ถ้าเส้นตรงไปตัดกับแกนตั้งที่จุดใด จุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

ชั่วโมงที่ 2

209. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าควอร์ไทล์ เดซิส์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ

210. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน และให้สร้างข้อมูลแจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นอย่างน้อย 4 ชั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนแสดงวิธีคิดหา Q_1 , D_3 , P_{65} โดยใช้กราฟ

211. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนโจทย์กับเพื่อนกลุ่มอื่น โดยให้เพื่อนทำ และให้กลุ่มผู้คิดโจทย์เป็นผู้ตรวจคำตอบ

212. ครูสุ่มโจทย์ของกลุ่มที่น่าสนใจมานำเสนอวิธีคิด

213. ครูรวบรวมโจทย์ที่น่าสนใจประมาณ 5-7 ข้อ มาให้นักเรียนทุกคนทำ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.10 เรื่อง การหาค่าควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ
2. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยใบงานที่ 1.10 โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 หาดำแหน่งของข้อมูล ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ } Q_r \text{ จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง } & \frac{rN}{4} \\ \text{ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ } D_r \text{ จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง } & \frac{rN}{10} \\ \text{ตำแหน่งของข้อมูลที่ต้องการหา คือ } P_r \text{ จุดบนแกนตั้งอยู่ในตำแหน่ง } & \frac{rN}{100} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 จากจุดบนแกนตั้งในขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงขนานกับแนวนอนให้ตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 3 ลากเส้นจากจุดที่ได้จากขั้นที่ 2 ลงมาให้ขนานกับแกนตั้งจนตัดกับแนวนอนที่จุดใด ค่าของจุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

ในทางกลับกัน ถ้าต้องการทราบตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ของค่าใด ๆ ทำได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ลากเส้นตรงจากค่าที่ต้องการหาตำแหน่งควอร์ไทล์ เดซิล์ หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ขนานกับแกนตั้งตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสม

ขั้นที่ 2 ลากเส้นตรงจากจุดตัดที่ได้จากขั้นที่ 1 ให้ขนานกับแนวนอน ถ้าเส้นตรงไปตัดกับแกนตั้งที่จุดใดจุดนั้น คือ ค่าของตำแหน่ง Q_r , D_r หรือ P_r

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
45) การหาควอร์ไทล์ เด ไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ	- ตรวจใบงานที่ 1.10 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.4	- ใบงานที่ 1.10 - แบบฝึกทักษะ 1.4	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
46) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
47) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
48) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.10 สื่อการเรียนรู้

- 26) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 27) ใบงานที่ 1.10 เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 28) ห้องเรียน
- 29) ห้องสมุด
- 30) อินเทอร์เน็ต

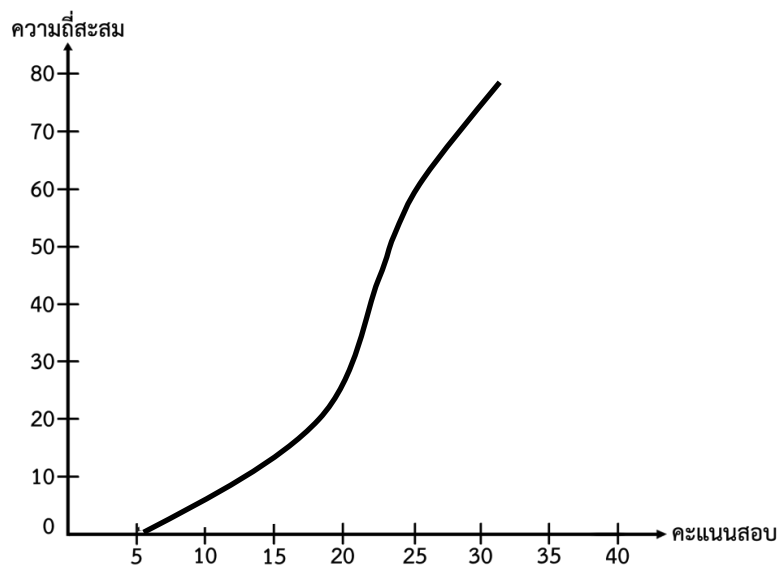
ใบงานที่ 1.10

เฉลย

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดซิส์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

กราฟความถี่สะสมแสดงข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้



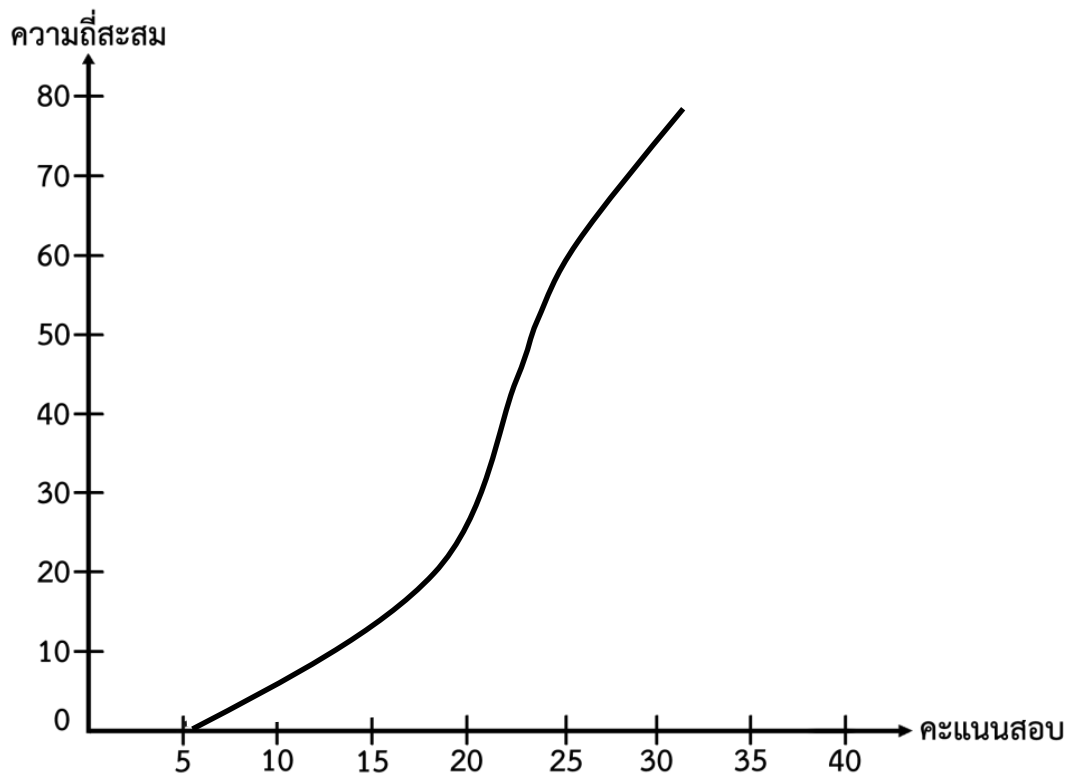
- จงหา
1. เก่งสอบได้คะแนนตำแหน่ง Q_3 เก่งสอบได้ประมาณกี่คะแนน
 2. ต้มสอบได้คะแนนตำแหน่ง D_6 ต้มสอบได้ประมาณกี่คะแนน
 3. แชมป์สอบได้คะแนนตำแหน่ง P_{80} แชมป์สอบได้ประมาณกี่คะแนน
 4. นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 30 คะแนน มีประมาณกี่เปอร์เซ็นต์

.....

.....

.....

.....



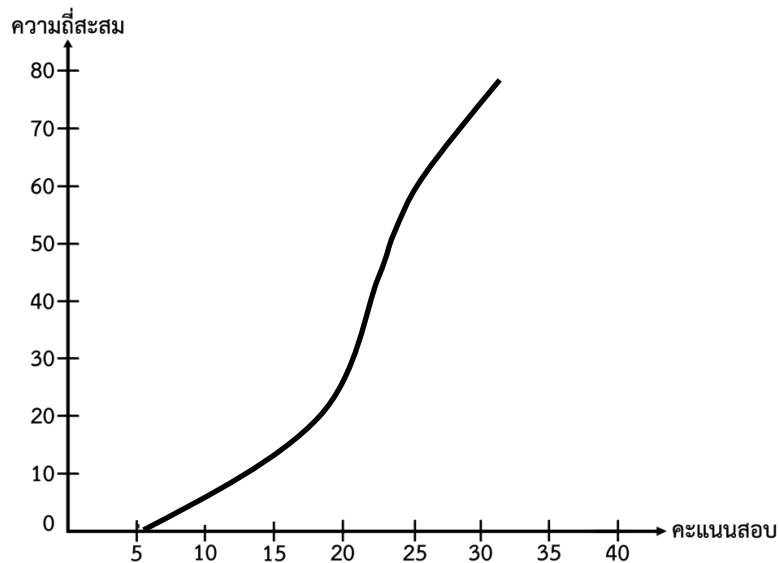
ใบงานที่ 1.10

เฉลย

เรื่อง การหาควอร์ไทล์ เดซิส์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

กราฟความถี่สะสมแสดงข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้



- จงหา
1. เก่งสอบได้คะแนนตำแหน่ง Q_3 เก่งสอบได้ประมาณกี่คะแนน
 2. ต้มสอบได้คะแนนตำแหน่ง D_6 ต้มสอบได้ประมาณกี่คะแนน
 3. แชมป์สอบได้คะแนนตำแหน่ง P_{80} แชมป์สอบได้ประมาณกี่คะแนน
 4. นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 30 คะแนน มีประมาณกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ 1. จากกราฟ ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3(80)}{4} = 60$

ดังนั้น Q_3 มีค่าประมาณ 25 คะแนน

นั่นคือ เก่งสอบได้คะแนนประมาณ 25 คะแนน

2. จากกราฟ ตำแหน่งของ $D_6 = \frac{6(80)}{10} = 48$

ดังนั้น D_6 มีค่าประมาณ 23 คะแนน

นั่นคือ ต้มสอบได้คะแนนประมาณ 23 คะแนน

3. จากกราฟ ตำแหน่งของ $P_{80} = \frac{80(80)}{100} = 64$

ดังนั้น P_{80} มีค่าประมาณ 27 คะแนน

นั่นคือ แชมป์สอบได้คะแนนประมาณ 27 คะแนน

4. นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 30 คะแนน มีประมาณ 75 คน

ดังนั้น ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r(80)}{100}$

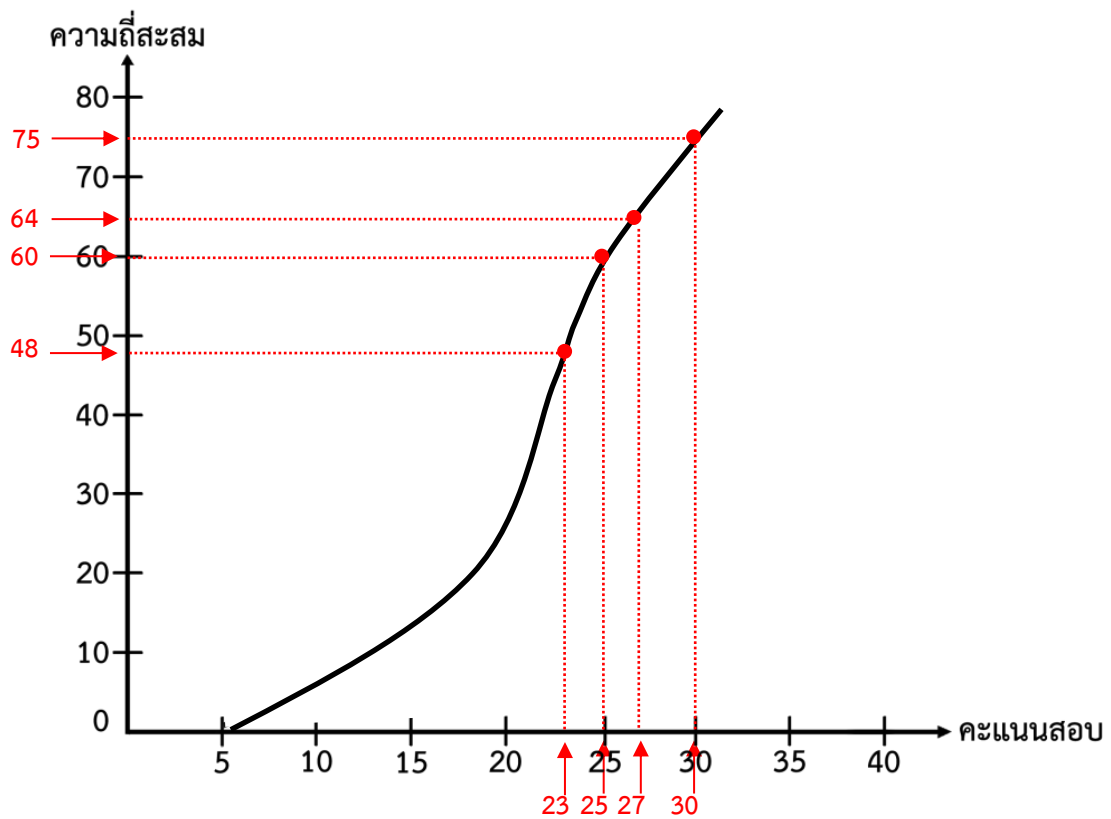
$\frac{r(80)}{100} = 75$

205

$$75 \approx$$

$$r = 93.75$$

นั่นคือ นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 30 คะแนน มีประมาณ 93.75%



9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้

.....

.....

- ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

.....

.....

- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

.....

- ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์

.....

.....

- ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

.....

.....

- ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

- แนวทางการแก้ไข

.....

.....

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)

เวลา 4 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 33) หาพิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลได้ (K)
- 34) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ได้ถูกต้อง (P)
- 35) นำความรู้เกี่ยวกับพิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การกระจาย (การกระจายสัมบูรณ์ การกระจายสัมพัทธ์)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (Measures of Absolute Variation) เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่ออธิบายว่า แต่ละค่าในข้อมูลชุดนั้นมีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งมี 4 วิธี ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

- พิสัย (range)

- 1) การหาพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

พิสัย คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายที่หาได้จากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดและข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นค่าของข้อมูลชุดหนึ่ง แล้ว

$$\text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$$

เมื่อ $x_{\max}$ แทนค่าสูงสุดของข้อมูลชุดนี้

$x_{\min}$ แทนค่าต่ำสุดของข้อมูลชุดนี้

- 2) การหาพิสัยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่โดยแบ่งเป็นอันตรภาคชั้น

พิสัย คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายที่หาได้จากผลต่างระหว่างขอบบนของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าสูงสุด และขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าต่ำสุด ดังนี้

$$\text{พิสัย} = U_{\max} - L_{\min}$$

เมื่อ $U_{\max}$ แทนขอบบนของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าสูงสุด

$L_{\min}$ แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าต่ำสุด

- ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (quartile deviation)

ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าที่สูงหรือต่ำกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ การวัดการกระจายด้วยพิสัยจะทำให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนได้มาก นักสถิติจึงหลีกเลี่ยงปัญหานี้ โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ในการวัดการกระจายแทน ดังนี้

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

- ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (mean deviation)

การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ จะใช้ข้อมูลเพียง 2 ค่าเท่านั้น ทำให้ข้อมูล 2 ชุดที่แตกต่างกันอาจมีค่าการกระจายที่เหมือนกันได้ นักสถิติจึงคิดวิธีการวัดการกระจายที่จะใช้ข้อมูลทั้งหมดในชุดนั้น โดยการหาค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างข้อมูลแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น และเรียกค่าที่ได้ว่า ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ซึ่งการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

- 1) การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\bar{X}$ แล้ว

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$$

- 2) การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, 3, ..., k เขียนแทนด้วย x_i และ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, 3, ..., k ตามลำดับ ถ้า $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ แล้ว

$$\begin{aligned} \text{ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)} &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k f_i} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{n} \end{aligned}$$

เมื่อ n แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
35. ความสามารถในการสื่อสาร 36. ความสามารถในการคิด 52) ทักษะการให้เหตุผล 53) ทักษะการคิดคล่อง 54) ทักษะการวิเคราะห์ 55) ทักษะการสรุปอ้างอิง 56) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 37. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อมูลจากกรอบข้อความ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 85 การสอบวิชาสถิติของนักเรียน 3 ห้อง ซึ่งใช้ข้อสอบชุดเดียวกัน โดยสุ่มนักเรียนแต่ละห้องจำนวน 12 คน
- ครูถามคำถามนักเรียนเกี่ยวกับข้อมูลที่ให้พิจารณาในข้อ 1. ดังนี้
 - ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก เป็นอย่างไร
(แนวตอบ ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก เป็นข้อมูลที่มีความแตกต่างกัน และมีค่าต่างกันมาก)
 - ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ข เป็นอย่างไร
(แนวตอบ ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ข เป็นข้อมูลที่มีความแตกต่างกัน และมีค่าต่างกันน้อยหรือมีความใกล้เคียงกัน)
 - ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ค เป็นอย่างไร
(แนวตอบ ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ค มีค่าเท่ากันทุกข้อมูล)
- ครูอธิบายเพิ่มเติม จากข้อ 2. ดังนี้

- ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก และห้อง ข เป็นข้อมูลที่มีความแตกต่างกัน จะเรียกว่า เป็นข้อมูลที่มีการกระจาย ซึ่งคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก จะมีค่าต่างกันไปมาก จะเรียกว่า เป็นข้อมูลที่มีการกระจายมาก และคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ข มีค่าต่างกันไปน้อย จะเรียกว่า เป็นข้อมูลที่มีการกระจายน้อย
 - ข้อมูลคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ค มีคะแนนสอบที่เท่ากันหมด จะเรียกว่า เป็นข้อมูลที่ไม่มีการกระจาย
4. ครูอธิบายว่า โดยทั่วไปการวัดการกระจายของข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การวัดการกระจายสัมบูรณ์ และการวัดการกระจายสัมพัทธ์

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

214. ครูยกตัวอย่างการหาพิสัย จากข้อมูลรอบข้อความ จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 85 ดังนี้

- คะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก : 9, 16, 21, 26, 35, 40, 48, 50, 65, 74, 79 และ 89

จากข้อมูลที่กำหนด ค่าสูงสุดของข้อมูล คือ 89 และค่าต่ำสุดของข้อมูล คือ 9

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad \text{พิสัย} &= X_{\max} - X_{\min} \\ &= 89 - 9 \\ &= 80\end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ก เท่ากับ 80 คะแนน

- คะแนนสอบของนักเรียนห้อง ข : 40, 40, 42, 42, 43, 44, 45, 47, 49, 50, 54 และ 56

จากข้อมูลที่กำหนด ค่าสูงสุดของข้อมูล คือ 56 และค่าต่ำสุดของข้อมูล คือ 40

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad \text{พิสัย} &= X_{\max} - X_{\min} \\ &= 56 - 40 \\ &= 16\end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ข เท่ากับ 16 คะแนน

- คะแนนสอบของนักเรียนห้อง ค : 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46 และ 46

ดังนั้น ไม่มีพิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนห้อง ค

215. จากตัวอย่างการหาพิสัยในข้อ 1. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ข้อมูลดังกล่าว เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ ไม่เป็น)

- พิสัยของข้อมูลหาได้อย่างไร

(แนวตอบ หาได้จากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดและข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด)

216. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 31 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 86 อย่างละเอียด จากนั้น เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

217. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหน้า 87 และขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
218. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 87 เกี่ยวกับการวัดการกระจายโดยใช้พิสัย
219. ครูอธิบายการหาพิสัยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ โดยยกตัวอย่าง ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 1** ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4

ให้หาพิสัยของความสูงของนักเรียนห้องนี้

วิธีทำ จากตารางแจกแจงความถี่ ขอบบนของอันตรภาคชั้นของข้อมูลที่มีค่าสูงสุด คือ 180.5 และขอบล่างของอันตรภาคชั้นของข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด คือ 145.5

$$\text{จะได้ พิสัย} = U_{\max} - L_{\min} = 180.5 - 145.5 = 35$$

ดังนั้น พิสัยของความสูงของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 35 เซนติเมตร

ตอบ

220. จากตัวอย่างที่ 1 ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ข้อมูลดังกล่าว เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่)

- พิสัยของข้อมูลหาได้อย่างไร

(แนวตอบ หาได้จากผลต่างระหว่างขอบบนของอันตรภาคชั้นของข้อมูลที่มีค่าสูงสุดและขอบล่างของอันตรภาคชั้นของข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด)

221. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 32 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 87-88 จากนั้นให้ทำ “ลองทำดู” ในหน้า 88 และขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

222. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 87 ดังนี้

- การหาพิสัยกรณีที่มีข้อมูลแจกแจงความถี่ (ที่ไม่ได้เป็นอันตรภาคชั้น) สามารถใช้วิธีการคำนวณได้เช่นเดียวกับกรณีที่มีข้อมูลไม่ได้แจกแจงความถี่
- ข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่โดยแบ่งเป็นอันตรภาคชั้น ถ้าอันตรภาคชั้นแรกหรือชั้นสุดท้ายเป็นอันตรภาคชั้นเปิด จะไม่สามารถหาขอบบนและขอบล่างของอันตรภาคชั้นได้ ทำให้ไม่สามารถหาพิสัยของข้อมูลชุดนี้ได้

223. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการกระจายสัมบูรณ์และพิสัย ดังนี้

- การกระจายสัมบูรณ์ เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่ออธิบายว่าข้อมูลชุดนั้นแต่ละค่ามีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด
- การวัดการกระจายสัมบูรณ์มี 4 วิธี ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- การหาพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ หาจากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดและข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด ดังนี้

$$\text{พิสัย} = X_{\max} - X_{\min}$$

เมื่อ $X_{\max}$ แทนค่าสูงสุดของข้อมูล

$X_{\min}$ แทนค่าต่ำสุดของข้อมูล

- การหาพิสัยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ หาได้จากผลต่างระหว่างขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีค่าสูงสุดและขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีค่าต่ำสุด ดังนี้

$$\text{พิสัย} = U_{\max} - L_{\min}$$

เมื่อ $U_{\max}$ แทนขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีค่าสูงสุด

$L_{\min}$ แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีค่าต่ำสุด

ชั่วโมงที่ 2

224. ครูทบทวนความรู้นักเรียนเกี่ยวกับพิสัย ดังนี้

- การหาพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ หาจากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุด เขียนแทนด้วย $x_{\max}$ และข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด เขียนแทนด้วย $x_{\min}$ ดังนี้

$$\text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$$

- การหาพิสัยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ หาได้จากขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีค่าสูงสุด เขียนแทนด้วย $U_{\max}$ ลบด้วยขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีค่าต่ำสุด เขียนแทนด้วย $L_{\min}$ ดังนี้

$$\text{พิสัย} = U_{\max} - L_{\min}$$

225. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนกลุ่มหนึ่งสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน เป็นดังนี้

14 12 10 12 16 15 8

ให้หาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้

8 10 12 12 14 15 16

จากสูตรหาตำแหน่ง Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$

หาตำแหน่ง Q_1

จะได้ตำแหน่ง Q_1 คือ $\frac{1(7+1)}{4} = 2$

ดังนั้น $Q_1 = 10$ คะแนน

หาตำแหน่ง Q_3

จะได้ตำแหน่ง Q_3 คือ $\frac{3(7+1)}{4} = 6$

ดังนั้น $Q_3 = 15$ คะแนน

จากสูตรส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.) = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

จะได้ว่า Q.D. = $\frac{15 - 10}{2}$
= 2.5

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 2.5 คะแนน **ตอบ**

226. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 33 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 89 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

227. ครูถามคำถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 33 ในหนังสือเรียน ดังนี้

- ข้อมูลดังกล่าว เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่หรือไม่

(แนวตอบ ไม่เป็น)

- ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลหาได้อย่างไร

(แนวตอบ หาค่าของ Q_1 และ Q_3 จากนั้นใช้สูตร ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.) = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$)

228. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4
รวม	50

ให้หาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของความสูงของนักเรียนห้องนี้

วิธีทำ จากข้อมูลสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
146 - 150	3	3
151 - 155	7	10
156 - 160	17	27
161 - 165	6	33
166 - 170	8	41
171 - 175	5	46
176 - 180	4	50
รวม	50	

← Q_1

← Q_3

จากตารางจะเห็นว่า ทุกอันตรภาคชั้นมีความกว้างเท่ากับ 5 เซนติเมตร และ $N = 50$

$$\text{หาค่าของ } Q_1 \text{ จากสูตร } Q_r = L + l \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

จากข้อมูลข้างต้น จะได้ $\frac{N}{4} = 12.5$, $L = 155.5$, $l = 5$, $\sum f_L = 10$ และ $f_r = 17$

$$\text{จะได้ว่า } Q_1 = 155.5 + 5 \left(\frac{12.5 - 10}{17} \right)$$

$$\approx 155.5 + 0.74$$

$$= 156.24$$

ดังนั้น ความสูงของนักเรียนที่อยู่ในตำแหน่ง Q_1 มีค่าประมาณ 156.24 เซนติเมตร

$$\text{หาค่าของ } Q_3 \text{ จากสูตร } Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

จากข้อมูลข้างต้น จะได้ $\frac{3N}{4} = 37.5$, $L = 165.5$, $I = 5$, $\sum f_L = 33$ และ $f_r = 8$

$$\text{จะได้ว่า } Q_1 = 165.5 + 5 \left(\frac{37.5 - 33}{8} \right)$$

$$\approx 165.5 + 2.81$$

$$= 168.31$$

ดังนั้น ความสูงของนักเรียนที่อยู่ในตำแหน่ง Q_3 มีค่าประมาณ 168.31 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{หาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.)} &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ &\approx \frac{168.31 - 156.24}{2} \\ &= 6.035 \end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของความสูงของนักเรียนห้องนี้ประมาณ 6.035 เซนติเมตร **ตอบ**

229. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 34 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 90-91 จากนั้นให้ทำ “ลองทำดู” ในหน้า 89 และหน้า 91 และสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

230. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 91 ดังนี้

ในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงความถี่โดยแบ่งอันตรภาคชั้น ถ้าอันตรภาคชั้นแรกหรืออันตรภาคชั้นสุดท้ายเป็นอันตรภาคชั้นเปิด ก็สามารถหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ได้ แต่ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เป็นวิธีวัดการกระจายที่ไม่ละเอียด เพราะไม่ได้ใช้ข้อมูลทั้งหมดมาคำนวณ ใช้เฉพาะข้อมูลที่มีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับข้อมูลในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 1 และควอร์ไทล์ที่ 3 เท่านั้น

231. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ดังนี้

ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลที่ได้จากผลต่างระหว่างค่าควอร์ไทล์ที่ 3 (Q_3) และควอร์ไทล์ที่ 1 (Q_1) แล้วหารด้วย 2 ดังนี้

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

232. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 96 ข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

233. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
234. ครูให้นักเรียนศึกษา “แนวข้อสอบ PAT 1” เกี่ยวกับส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 92-93 จากนั้นครูอธิบายอีกครั้ง และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
235. ครูยกตัวอย่างการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 4** นักเรียนกลุ่มหนึ่งสอบได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

14 12 10 17 15

หาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสูตร $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{68}{5} = 13.6$

จาก $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$

แทนค่า x_i และ $\bar{X}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } M.D. &= \frac{|14 - 13.6| + |12 - 13.6| + |10 - 13.6| + |17 - 13.6| + |15 - 13.6|}{5} \\ &= \frac{10.4}{5} \\ &= 2.08 \end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 2.08 คะแนน

ตอบ

236. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 35 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 93 จากนั้นให้ทำ “ลองทำดู” ในหน้า 94 และสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

237. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย เหมือนหรือต่างจากการวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์อย่างไร

(แนวคิด การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจะใช้ข้อมูลทั้งหมดในชุดนั้น แต่การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์จะใช้ข้อมูลเพียงสองค่าเท่านั้น)

- การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล มีสูตรอย่างไร

$$(แนวคิด\ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย\ (M.D.) = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n})$$

เมื่อ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวน และ $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต)

238. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 95 ข้อ 2-3 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

239. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้

- การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจะใช้ข้อมูลทั้งหมดในชุดนั้น
- การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล มีสูตร ดังนี้

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$$

เมื่อ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวน และ $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ชั่วโมงที่ 4

240. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 96 ข้อ 5 จากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ จนได้ความเห็นที่ตรงกัน

241. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดแบบฝึกทักษะ 1.5 ก ข้อ 5 จำนวน 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

242. ครูยกตัวอย่างการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ พร้อมอธิบาย ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
146 - 150	3
151 - 155	7
156 - 160	17
161 - 165	6
166 - 170	8
171 - 175	5
176 - 180	4
รวม	50

ให้หาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ สร้างตารางแจกแจงความถี่เพื่อใช้คำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยได้ ดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	ความถี่ (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{X} $	$f_i x_i - \bar{X} $
146 - 150	3	148	444	14	42
151 - 155	7	153	1,071	9	63
156 - 160	17	158	2,686	4	68
161 - 165	6	163	978	1	6
166 - 170	8	168	1,344	6	48
171 - 175	5	173	865	11	55
176 - 180	4	178	712	16	64
รวม	$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$		$\sum_{i=1}^7 f_i x_i = 8,100$		$\sum_{i=1}^7 f_i x_i - \bar{X} = 346$

จะได้
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{n} = \frac{8,100}{50} = 162$$

และ
$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

$$= \frac{346}{50}$$

$$= 6.92$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของความสูงของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 6.92 เซนติเมตร

ตอบ

243. ครูให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 36 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 94-95 จากนั้นให้ทำ “ลองทำดู” ในหน้า 94 และแบบฝึกทักษะ 1.5 ก ข้อ 4 หน้า 96 และให้นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

244. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 95 ดังนี้

การวัดการกระจายโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย เป็นการนำค่าของข้อมูลทุก ๆ ค่า มาใช้คำนวณ จึงทำให้การวัดการกระจายวิธีนี้ดีกว่าการวัดการกระจายโดยใช้พิสัยหรือส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ แต่ถ้าข้อมูลมีจำนวนมาก ๆ ทำให้การคำนวณหาค่าสัมบูรณ์ของผลต่างค่อนข้างเสียเวลา

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 97 ข้อ 6 จากนั้นให้นักเรียนออกมานำเสนอคำตอบและวิธีคิด 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.11 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1) จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมบูรณ์ ดังนี้

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (Measures of Absolute Variation) เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่ออธิบายว่าแต่ละค่าในข้อมูลชุดนั้นมีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งมี 4 วิธี ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

- พิสัย (range)

- 1) การหาพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

พิสัย คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายที่หาได้จากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดและข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นค่าของข้อมูลชุดหนึ่ง แล้ว

$$\text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$$

เมื่อ $x_{\max}$ แทนค่าสูงสุดของข้อมูลชุดนี้

$x_{\min}$ แทนค่าต่ำสุดของข้อมูลชุดนี้

- 2) การหาพิสัยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่โดยแบ่งเป็นอันตรภาคชั้น

พิสัย คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายที่หาได้จากผลต่างระหว่างขอบบนของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าสูงสุด และขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าต่ำสุด ดังนี้

$$\text{พิสัย} = U_{\max} - L_{\min}$$

เมื่อ $U_{\max}$ แทนขอบบนของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าสูงสุด

$L_{\min}$ แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่ข้อมูลมีค่าต่ำสุด

- ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (quartile deviation)

ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าที่สูงหรือต่ำกว่าข้อมูลอื่นอย่างผิดปกติ การวัดการกระจายด้วยพิสัยจะทำให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนได้มาก นักสถิติจึงหลีกเลี่ยงปัญหานี้ โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ในการวัดการกระจายแทน ดังนี้

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

- ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (mean deviation)

การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ จะใช้ข้อมูลเพียง 2 ค่าเท่านั้น ทำให้ข้อมูล 2 ชุดที่แตกต่างกันอาจมีค่าการกระจายที่เหมือนกันได้ นักสถิติจึงคิดวิธีการวัดการกระจายที่จะใช้ข้อมูลทั้งหมดในชุดนั้น โดยการหาค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างข้อมูลแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น และเรียกค่าที่ได้ว่า ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ซึ่งการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

- 1) การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\bar{X}$ แล้ว

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$$

- 2) การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, 3, ..., k เขียนแทนด้วย x_i และ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, 3, ..., k ตามลำดับ ถ้า $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ แล้ว

$$\begin{aligned} \text{ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)} &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k f_i} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{n} \end{aligned}$$

เมื่อ n แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.5 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
49) การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (1)	- ตรวจใบงานที่ 1.11 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ก - ตรวจ Exercise 1.5 A	- ใบงานที่ 1.12 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ก - Exercise 1.5 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
50) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
51) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
52) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
53) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.11 สื่อการเรียนรู้

- 28) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 29) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 30) ใบงานที่ 1.11 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 31) ห้องเรียน
- 32) ห้องสมุด
- 33) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.11

เฉลย

เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. เงินเดือนของลูกจ้างกลุ่มหนึ่ง จำนวน 6 คน เป็นดังนี้

5,700 8,000 12,000 4,950 4,800 8,300

จงหาพิสัยของเงินเดือนของลูกจ้างกลุ่มนี้

.....

.....

.....

.....

2. จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลต่อไปนี้

8 3 5 3 5 5 2 12 10

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล 12, 8, 6, 9 และ 10

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)
50 - 52	3
53 - 55	9
56 - 58	21
59 - 61	13
62 - 64	4

จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

ใบงานที่ 1.11

เฉลย

เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. เงินเดือนของลูกจ้างกลุ่มหนึ่ง จำนวน 6 คน เป็นดังนี้

5,700 8,000 12,000 4,950 4,800 8,300

จงหาพิสัยของเงินเดือนของลูกจ้างกลุ่มนี้

วิธีทำ จาก พิสัย = $X_{\max} - X_{\min}$

$$= 12,000 - 4,800$$

$$= 7,200$$

ดังนั้น พิสัยของเงินเดือนของลูกจ้างกลุ่มนี้เท่ากับ 7,200 บาท

2. จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลต่อไปนี้

8 3 5 3 5 5 2 12 10

วิธีทำ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากได้ ดังนี้

2 3 3 5 5 5 8 10 12

$$\text{จากสูตรตำแหน่ง } Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$$

$$\text{หา } Q_1: \text{ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1(9+1)}{4} = 2.5$$

$$\text{ดังนั้น } Q_1 = 3$$

$$\text{หา } Q_3: \text{ตำแหน่ง } Q_3 = \frac{3(9+1)}{4} = 7.5$$

$$\text{ดังนั้น } Q_3 = 8 + 2(0.5) = 9$$

$$\text{จากสูตรส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (O.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{จะได้ว่า } O.D. = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลนี้เท่ากับ 3

3. จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล 12, 8, 6, 9 และ 10

วิธีทำ จากสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

จะได้ว่า $\bar{X} = \frac{12 + 8 + 6 + 9 + 10}{5} = 9$

จากสูตรส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$

จะได้ว่า $M.D. = \frac{|12 - 9| + |8 - 9| + |6 - 9| + |9 - 9| + |10 - 9|}{5}$

$= \frac{3 + 1 + 3 + 0 + 1}{5}$

$= 1.6$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 1.6

4. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)
50 - 52	3
53 - 55	9
56 - 58	21
59 - 61	13
62 - 64	4

จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ จากข้อมูลสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมได้ ดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน (คน)	ความถี่สะสม
50 - 52	3	3
53 - 55	9	12
56 - 58	21	33
59 - 61	13	46
62 - 64	4	50

$$\text{จากสูตรหาตำแหน่ง } Q_r = \frac{rN}{4}$$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1(50)}{4} = 12.5$$

$$\text{จากสูตร } Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$\text{จะได้ว่า } Q_1 = 55.5 + 3 \left(\frac{12.5 - 12}{21} \right)$$

$$\approx 55.5 + 0.07$$

$$= 55.57$$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_3 = \frac{3(50)}{4} = 37.5$$

$$\text{จากสูตร } Q_r = L + I \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_r} \right)$$

$$\text{จะได้ว่า } Q_3 = 58.5 + 3 \left(\frac{37.5 - 33}{13} \right)$$

$$\approx 58.5 + 1.04$$

$$= 59.54$$

$$\text{หาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Q.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\approx \frac{59.54 - 55.57}{2}$$

$$= 1.985$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 1.985 คะแนน

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 36) หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลได้ (K)
- 37) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ถูกต้อง (P)
- 38) นำความรู้เกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมบูรณ์โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การกระจาย (การกระจายสัมบูรณ์ การกระจายสัมพัทธ์)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (Measures of Absolute Variation) เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่ออธิบายว่าข้อมูลชุดนั้น แต่ละค่ามีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด นอกจากใช้พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยแล้ว ยังมีอีก 1 วิธี ซึ่งก็คือ การวัดการกระจายสัมบูรณ์โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลที่ใช้ค่าสังเกตทุกค่าในการคำนวณเช่นเดียวกับส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานถูกนำมาใช้แพร่หลายกว่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย เนื่องจากค่าสัมบูรณ์ในสูตรการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยทำให้การคำนวณนั้นซับซ้อนกว่า ซึ่งการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

- 1) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง และ n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

2) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$) เมื่อ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้นหรือจำนวนกลุ่ม

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

ความแปรปรวน (variance) คือ กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งการหาความแปรปรวนของข้อมูลแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

1) การหาความแปรปรวนของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- ความแปรปรวนของตัวอย่าง (s^2)

$$\text{สูตรที่ 1 } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง และ n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

- ความแปรปรวนของประชากร (σ^2)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2$$

เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

1) การหาความแปรปรวนของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

- ความแปรปรวนของตัวอย่าง (s^2)

$$\text{สูตรที่ 1 } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$) เมื่อ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้นหรือจำนวนกลุ่ม

- ความแปรปรวนของประชากร (σ^2)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
38. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
39. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
57) ทักษะการคิดคล่อง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
58) ทักษะการวิเคราะห์	
59) ทักษะการสรุปอ้างอิง	
40. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

5. ครูทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูล โดยใช้คำถามดังนี้

- การวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูลที่เรียนมาแล้ว มีอะไรบ้าง

(แนวตอบ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย)

- การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจะใช้ข้อมูลทั้งหมดในชุดนั้น แต่การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์จะใช้ข้อมูลเพียงสองค่าเท่านั้น)

6. ครูบอกนักเรียนว่า ยังมีการวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูลอีก 1 วิธี คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

245. ครูยกตัวอย่างการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ พร้อมอธิบายดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ผลคะแนนการแข่งขันอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 8 คน เป็นดังนี้

74 48 55 57 62 42 60 55

ให้หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ สร้างตารางเพื่อหาค่า x_i^2 ได้ ดังนี้

x_i	x_i^2
74	5,476
48	2,304
55	3,025
57	3,249
62	3,844
42	1,764
60	3,600
55	3,025
$\sum_{i=1}^8 x_i = 453$	$\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 26,287$

จะได้
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{N}$$

$$= \frac{453}{8}$$

$$= 56.625$$

และ
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 x_i^2}{N} - \mu^2}$$

$$= \sqrt{\frac{26,287}{8} - (56.625)^2}$$

$$\approx 8.92$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนทั้ง 8 คนนี้ ประมาณ 8.92 คะแนน **ตอบ**

246. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 37 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 99 โดยครูอธิบายอีกครั้ง พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย

247. จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 37 ในหนังสือเรียน ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างทั้งสอง มีความเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลของประชากร และตัวอย่างที่ 37 ในหนังสือเรียน เป็นข้อมูลของตัวอย่างที่ได้จากการสุ่ม)

- การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างกับประชากรใช้สูตรเดียวกันหรือไม่

(แนวตอบ ไม่)

248. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 100 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

249. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 98 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิธีวัดแบบใดเป็นวิธีวัดการกระจายของข้อมูลได้ดีที่สุด เพราะเหตุใด

(แนวตอบ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพราะส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะใช้ค่าสังเกตทุกค่ามาคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนของค่าสังเกตกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และแก้ปัญหาค่าสัมบูรณ์โดยการยกกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนแต่ละค่า)

- สัญลักษณ์ σ อ่านว่าอย่างไร

(แนวตอบ ซิกมา)

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีหน่วยเป็นอะไร

(แนวตอบ มีหน่วยเดียวกับข้อมูล)

- สูตรในการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูตรใด ที่เหมาะสำหรับ $\bar{X}$ และ μ ที่เป็นจำนวนเต็ม

(แนวตอบ $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ และ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$)

- สูตรในการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูตรใด ที่เหมาะสำหรับ $\bar{X}$ และ μ ที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม

(แนวตอบ $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$ และ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$)

250. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ดังนี้

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างใช้สัญลักษณ์แทนด้วย S.D. หรือ s คำนวณได้จากสูตร

สูตรที่ 1 $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$

สูตรที่ 2 $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรใช้สัญลักษณ์แทนด้วย σ คำนวณได้จากสูตร

สูตรที่ 1 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$

สูตรที่ 2 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$

เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

251. ครูให้นักเรียนศึกษา “มุมเทคโนโลยี” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 100 พร้อมอธิบายว่า นักเรียนสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้

252. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 38 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 102 อย่างละเอียด บนกระดาน จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย

253. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 103 จากนั้น ขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบ ความถูกต้อง

254. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ว่ามีสูตรในการหา ดังนี้

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$ เมื่อ k คือ จำนวนอันตรภาคชั้นหรือจำนวนกลุ่ม)

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

255. ครูให้นักเรียนศึกษา “มุมเทคโนโลยี” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 103 พร้อมอธิบายว่า นักเรียนสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้

256. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

1) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดในประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

2) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$ เมื่อ k คือ จำนวนอันตรภาคชั้นหรือจำนวนกลุ่ม)

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

257. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 109 ข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

258. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

259. ครูอธิบายการหาความแปรปรวนของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ โดยยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกมาเป็นตัวอย่างสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน เป็นดังนี้

14 12 10 12 16 15 8

ให้หาความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้

$$\text{จะได้ } \bar{X} = \frac{14 + 12 + 10 + 12 + 16 + 15 + 8}{7} = \frac{87}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} \\ &= \frac{(14^2 + 12^2 + 10^2 + 12^2 + 16^2 + 15^2 + 8^2) - 7\left(\frac{87}{7}\right)^2}{7-1} \\ &\approx 7.95 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้

ประมาณ 7.95 คะแนน²

ตอบ

260. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 39 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 104 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

261. ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 39 ในหนังสือเรียน หาความแปรปรวนได้อย่างไร

(แนวตอบ หาได้จากกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

262. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 40 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 106-107 อย่างละเอียด พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

263. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 105 และ หน้า 107 จากนั้นจับคู่ร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน

264. ครูเน้นย้ำ “สมบัติของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 107 จากนั้นให้นักเรียนศึกษา “แนวข้อสอบ PAT 1” ในหน้า 108 โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
265. ครูให้นักเรียนจับคู่และร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 109-110 ข้อ 2-6 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 110 ข้อ 7-9 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.12 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)
3. ครูเฉลยใบงานที่ 1.12 และอธิบายข้อที่นักเรียนมีความสงสัย

ขั้นสรุป

3. ครูร่วมกับนักเรียนสรุปความรู้เกี่ยวกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน และการวัดการกระจายสัมบูรณ์ ดังนี้

- 1) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะใช้ค่าสังเกตทุกค่ามาคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนของค่าสังเกตกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และแก้ปัญหาค่าสัมบูรณ์โดยการยกกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนแต่ละค่า ซึ่งมีสูตรในการหา ดังนี้

- 1.1) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง และ n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

1.2) การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s)

$$\text{สูตรที่ 1 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$) เมื่อ k แทน จำนวนอันตรภาคชั้นหรือ
จำนวนกลุ่ม

- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

$$\text{สูตรที่ 1 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

- 2) ความแปรปรวน คือ กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งการหาความแปรปรวนของข้อมูลแบ่งเป็น 2 กรณี เช่นเดียวกับการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- 3) การกระจายสัมบูรณ์ เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่ออธิบายว่าข้อมูลชุดนั้น แต่ละค่า มีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งมี 4 วิธี ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
4. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.5 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
54) การวัดการกระจาย สัมบูรณ์ (2)	- ตรวจใบงานที่ 1.12 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ข - ตรวจ Exercise 1.5 B	- ใบงานที่ 1.12 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ข - Exercise 1.5 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
55) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
56) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
57) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
58) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.12 สื่อการเรียนรู้

- 31) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 32) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 33) ใบงานที่ 1.12 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 34) ห้องเรียน
- 35) ห้องสมุด
- 36) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.12

เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ในงานก่อสร้างตึกใหญ่แห่งหนึ่ง มีคนงานจำนวน 100 คน โดยเฉลี่ยแล้วค่าจ้างรายวันคนละ 315 บาท ถ้าผลรวมของกำลังสองของค่าจ้างรายวันของคนงานแต่ละคนเท่ากับ 10,000,000 บาท² ค่าความแปรปรวนของค่าจ้างรายวันของคนงานกลุ่มนี้เท่ากับเท่าไร

2. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับ 5 ปี ถ้าคนโตและคนกลาง มีอายุ 8 และ 5 ปี ตามลำดับ ค่าความแปรปรวนของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับเท่าไร

3. ในการศึกษาน้ำหนักที่ลดลงของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่ง ซึ่งทดลองลดน้ำหนักด้วยวิธีการหนึ่งเป็นระยะเวลา 3 เดือน พบว่า ผลบวกของน้ำหนักที่ลดลงแต่ละคนเป็น 49 กิโลกรัม และผลบวกของกำลังสองของน้ำหนักที่ลดลงของแต่ละคนเป็น 439 กิโลกรัม² ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักที่ลดลงของคนกลุ่มนี้เป็น 4 กิโลกรัม จงหาว่ากลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วมศึกษาทดลองนี้มีจำนวนกี่คน

[illegible]

4. กำหนด $\sum_{i=1}^{10} x_i = 60$ และ $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลเท่ากับเท่าไร

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of multiple rows of horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no other markings or text present.

- [illegible]

ใบงานที่ 1.12

เฉลย

เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ในงานก่อสร้างตึกใหญ่แห่งหนึ่ง มีคนงานจำนวน 100 คน โดยเฉลี่ยแล้วค่าจ้างรายวันคนละ 315 บาท ถ้าผลรวมของกำลังสองของค่าจ้างรายวันของคนงานแต่ละคนเท่ากับ 10,000,000 บาท² ค่าความแปรปรวนของค่าจ้างรายวันของคนงานกลุ่มนี้เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $N = 100$, $\mu = 315$, $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 10,000,000$

$$\text{จาก } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \sigma^2 &= \frac{10,000,000}{100} - 315^2 \\ &= 100,000 - 99,225 \\ &= 775 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของค่าจ้างรายวันคนงานกลุ่มนี้เท่ากับ 775 บาท²

2. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับ 5 ปี ถ้าคนโตและคนกลาง มีอายุ 8 และ 5 ปี ตามลำดับ ค่าความแปรปรวนของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ ให้ m แทนอายุของบุตรคนเล็ก

$$\text{จาก } \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 5 &= \frac{8 + 5 + m}{3} \\ m &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{จาก } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \sigma^2 &= \frac{(8-5)^2 + (5-5)^2 + (2-5)^2}{3} \\ &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความแปรปรวนของอายุของบุตรทั้ง 3 คนนี้เท่ากับ 6 ปี²

3. ในการศึกษาน้ำหนักที่ลดลงของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่ง ซึ่งทดลองลดน้ำหนักด้วยวิธีการหนึ่งเป็นระยะเวลา 3 เดือน พบว่า ผลบวกของน้ำหนักที่ลดลงแต่ละคนเป็น 49 กิโลกรัม และผลบวกของกำลังสองของน้ำหนักที่ลดลงของแต่ละคนเป็น 439 กิโลกรัม² ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักที่ลดลงของคนกลุ่มนี้เป็น 4 กิโลกรัม จงหาว่ากลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วมศึกษาทดลองนี้มีจำนวนกี่คน

วิธีทำ จากโจทย์ $\sum_{i=1}^n x_i = 49$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 455$, $s = 4$

จาก
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

จะได้
$$4 = \sqrt{\frac{439 - n\left(\frac{49}{n}\right)^2}{n-1}}$$

$$16 = \frac{439 - n\left(\frac{49}{n}\right)^2}{n-1}$$

$$16n - 16 = 439 - \frac{2,401}{n}$$

$$16n - 455 = -\frac{2,401}{n}$$

$$16n^2 - 455n = -2,401$$

$$16n^2 - 455n + 2,401 = 0$$

$$(16n - 343)(n - 7) = 0$$

ดังนั้น
$$n = \frac{343}{16}, 7$$

นั่นคือ กลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วมศึกษาทดลองนี้มีจำนวน 7 คน

4. กำหนด $\sum_{i=1}^{10} x_i = 60$ และ $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จาก $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2 = 45$

จะได้ $\sum_{i=1}^{10} (x_i^2 - 10x_i + 25) = 45$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \sum_{i=1}^{10} 10x_i + \sum_{i=1}^{10} 25 = 45$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10(60) + 25(10) = 45$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 600 + 250 = 45$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 395$

จาก $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$

จะได้ $\sigma = \sqrt{\frac{395}{10} - \left(\frac{60}{10}\right)^2}$

$= \sqrt{39.5 - 36}$

$= \sqrt{3.5}$

≈ 1.87

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลมีค่าประมาณ 1.87 คะแนน

5. ในการคำนวณค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนชุดหนึ่งซึ่งมี 40 จำนวน พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20 คะแนน และความแปรปรวนเท่ากับ 25 คะแนน² ต่อมาพบว่า คะแนนผิดไป 2 จำนวน คือ คะแนนเดิมจาก 1 และ 3 คะแนน ซึ่งคะแนนที่ถูกต้อง คือ 7 และ 5 คะแนน ตามลำดับ ความแปรปรวนที่ถูกต้องมีค่าเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $N = 40$

ข้อมูลที่ผิด : จาก $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

จะได้ $20 = \frac{\sum_{i=1}^{40} x_i}{40}$

$$\sum_{i=1}^{40} x_i = 800$$

จาก $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2$

จะได้ $25 = \frac{\sum_{i=1}^{40} x_i^2}{40} - 20^2$

$$\sum_{i=1}^{40} x_i^2 = 17,000$$

ข้อมูลที่ถูก : จาก $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

จะได้ $= \frac{800 - 1 - 3 + 7 + 5}{40}$

$$= \frac{808}{40}$$

$$= 20.2$$

จาก $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2$

$$= \frac{17,000 - 1^2 - 3^2 + 7^2 + 5^2}{40} - (20.2)^2$$

$$= 426.6 - 408.04$$

$$= 18.56$$

ดังนั้น ความแปรปรวนที่ถูกต้องมีค่าเท่ากับ 18.56 คะแนน²

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

การวัดการกระจายสัมพัทธ์

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

39) หาค่าการวัดการกระจายสัมพัทธ์ได้ (K)

40) แสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์ได้ถูกต้อง (P)

41) นำความรู้เกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
การกระจาย (การกระจายสัมบูรณ์ การกระจายสัมพัทธ์)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจายที่ใช้กับข้อมูลที่มีมากกว่า 1 ชุด เพื่อเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลเหล่านั้น ซึ่งการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป จะต้องหาสัมประสิทธิ์ของการกระจายในข้อมูลแต่ละชุด แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับ โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย มีดังนี้

$$1) \text{ สัมประสิทธิ์ของพิสัย} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$$

$$2) \text{ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$3) \text{ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง} = \frac{M.D.}{\bar{X}}$$

$$4) \text{ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของประชากร} = \frac{M.D.}{\mu}$$

$$5) \text{ สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง} = \frac{s}{\bar{X}}$$

$$6) \text{ สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของประชากร} = \frac{\sigma}{\mu}$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
41. ความสามารถในการสื่อสาร 42. ความสามารถในการคิด 60) ทักษะการคิดคล่อง 61) ทักษะการให้เหตุผล 62) ทักษะการวิเคราะห์ 63) ทักษะการสรุปอ้างอิง 43. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

7. ครูทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมบูรณ์ โดยใช้คำถาม ดังนี้

- วัดการกระจายสัมบูรณ์ เป็นการกระจายที่ใช้กับข้อมูลกี่ชุด

(แนวตอบ ข้อมูลเพียงชุดเดียว)

- การวัดการกระจายสัมบูรณ์มีกี่วิธี อะไรบ้าง

(แนวตอบ 4 วิธี ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

8. ครูถามนักเรียนว่า หากเราต้องการวัดการกระจายของข้อมูลที่มีมากกว่า 1 ชุด ขึ้นไป เราจะวัดได้โดยใช้วิธีการใด

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

9. ครูบอกนักเรียนว่า การวัดการกระจายของข้อมูลที่มีมากกว่า 1 ชุดขึ้นไป จะใช้การวัดการกระจายสัมพัทธ์

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

266. ครูให้นักเรียนพิจารณาคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียน 2 ห้อง ซึ่งมีจำนวนนักเรียนเท่ากัน และข้อสอบชุดเดียวกัน คะแนนเต็มเท่ากัน จากตารางที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 111 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตารางที่ 1 ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง

(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

- ข้อมูลห้อง 1 และห้อง 2 มีสิ่งใดที่เหมือนกันและต่างกัน

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ มีจำนวนนักเรียนเท่ากัน ใช้ข้อสอบชุดเดียวกัน คะแนนเต็มเท่ากัน และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากัน

และต่างกัน คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

- จากตารางที่ 1 นักเรียนคิดว่าคะแนนของห้องใดมีการกระจายมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

(แนวตอบ คะแนนห้อง 2 มีการกระจายมากกว่า คะแนนห้อง 1 เพราะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เท่ากัน แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของห้อง 2 มากกว่าห้อง 1)

267. ครูให้นักเรียนพิจารณาคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษและวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง จากตารางที่ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 111 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตารางที่ 2 ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง

(แนวตอบ คะแนนเต็ม ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

- คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษและวิชาคณิตศาสตร์ มีสิ่งใดที่เหมือนกันและต่างกัน

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ เป็นข้อมูลของนักเรียนห้องเดียวกัน

และต่างกัน คือ คะแนนเต็ม ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

- จากตารางที่ 2 นักเรียนสามารถบอกได้ทันทีหรือไม่ว่าคะแนนสอบวิชาใดมีการกระจายมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

(แนวตอบ ไม่สามารถบอกได้ทันที เพราะคะแนนเต็ม ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่าที่แตกต่างกัน)

268. ครูบอกนักเรียนว่า จากตารางที่ 2 จะเห็นว่า ข้อมูลคะแนนสอบได้จากการใช้ข้อสอบคนละชุด ซึ่งเป็นหน่วยวัดที่ต่างกัน มีคะแนนเต็มไม่เท่ากัน และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถสรุปได้เลยว่า คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มีการกระจายมากกว่าคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ ดังนั้น การเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป จะต้องหาสัมประสิทธิ์ของการกระจายในข้อมูลแต่ละชุด แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกัน

269. ครูให้นักเรียนศึกษาการวัดการกระจายสัมพัทธ์ โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 111-112

270. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- การวัดการกระจายสัมพัทธ์ โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย มีกี่วิธี อะไรบ้าง

(แนวตอบ 4 วิธี ได้แก่ 1) สัมประสิทธิ์ของพิสัย $= \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$

2) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

3) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง $= \frac{M.D.}{\bar{X}}$

4) สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง $= \frac{s}{\bar{X}}$

- การหาสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ถ้าข้อมูลเป็นหน่วยประชากร ใช้สูตรเดียวกับข้อมูลที่เป็นหน่วยตัวอย่างหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ใช้สูตรเดียวกัน แต่เปลี่ยนจาก $\bar{X}$ เป็น μ และเปลี่ยนจาก s เป็น σ)

271. ครูให้นักเรียนหาการวัดการกระจายสัมพัทธ์ โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย จากตารางที่ 1 และ 2 จากนั้นถามคำถาม ดังนี้

- ตารางที่ 1 หากการวัดการกระจายสัมพัทธ์โดยวิธีใด และข้อมูลใดมีการกระจายมากกว่ากัน

(แนวตอบ วัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ดังนี้

ห้อง 1 $C.V. = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{12}{50} = 0.24$

ห้อง 2 $C.V. = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{14}{50} = 0.28$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของห้อง 1 และห้อง 2 เท่ากับ 0.24 และ 0.28 ตามลำดับ ดังนั้น

คะแนนของนักเรียนห้อง 2 มีการกระจายมากกว่าห้อง 1)

- ตารางที่ 2 หากการวัดการกระจายสัมพัทธ์โดยวิธีใด และข้อมูลใดมีการกระจายมากกว่ากัน

(แนวตอบ วัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ดังนี้

วิชาภาษาอังกฤษ $C.V. = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{12}{50} = 0.24$

วิชาคณิตศาสตร์ $C.V. = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{14}{90} \approx 0.16$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของวิชาภาษาอังกฤษเท่ากับ 0.24 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของวิชาคณิตศาสตร์ประมาณ 0.16 ดังนั้นคะแนนวิชาภาษาอังกฤษมีการกระจายมากกว่าคะแนนวิชาคณิตศาสตร์)

272. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์ ดังนี้

- การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลที่มีมากกว่า 1 ชุดขึ้นไป
- การวัดการกระจายสัมพัทธ์จะต้องหาสัมประสิทธิ์ของการกระจายในข้อมูลแต่ละชุด แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับ โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย ได้แก่ สัมประสิทธิ์ของพิสัย สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง

ชั่วโมงที่ 2

273. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับสูตรในการหาสัมประสิทธิ์การกระจาย ดังนี้

- สัมประสิทธิ์ของพิสัย $= \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$
- สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$
- สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง $= \frac{M.D.}{\bar{X}}$
- สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง $= \frac{S}{\bar{X}}$

274. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 41 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 112-113 บนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

275. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 113 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

276. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 114 ข้อ 1-3 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้

277. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 4-5 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 3

278. ครูทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์

279. ครูถามนักเรียนว่า สัมประสิทธิ์การกระจายวิธีใดใช้ในการวัดการกระจายสัมพัทธ์ได้ดีที่สุด เพราะเหตุใด

(แนวตอบ สัมประสิทธิ์การแปรผัน เพราะสัมประสิทธิ์การแปรผันได้มาจากอัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต ซึ่งทั้งส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าเฉลี่ยเลขคณิตนั้นมีการนำข้อมูลทุก ๆ ค่ามาคำนวณ)

280. ครูให้นักเรียนจับคู่ ร่วมกันแสดงวิธีทำจากโจทย์ตัวอย่าง โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเปรียบเทียบการกระจายของราคาสินค้า 2 ชนิด ที่ได้จากการสำรวจตัวอย่างของร้านค้าที่ขายสินค้าดังกล่าว

ราคาสินค้าชนิดที่ 1 (บาท)	6	7	9	8	12
ราคาสินค้าชนิดที่ 2 (บาท)	50	52	49	55	44

281. ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดตัวอย่างที่ 1 พร้อมเฉลยโดยละเอียด ดังนี้

วิธีทำ การคำนวณหาค่าสถิติเพื่อเปรียบเทียบราคาสินค้า เป็นดังนี้

ค่าสถิติ	สินค้าชนิดที่ 1	สินค้าชนิดที่ 2
ควอร์ไทล์ที่ 1 (Q_1)	6.50	46.50
ควอร์ไทล์ที่ 3 (Q_3)	10.50	53.50
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	8.40	50
ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.)	1.68	2.80
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)	2.3	4.06

ค่าสถิติ	สินค้าชนิดที่ 1	สินค้าชนิดที่ 2
สัมประสิทธิ์ของพิสัย	$\frac{12 - 6}{12 + 6} \approx 0.33$	$\frac{55 - 44}{55 + 44} \approx 0.11$
สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์	$\frac{10.50 - 6.50}{10.50 + 6.50} \approx 0.24$	$\frac{53.50 - 46.50}{53.50 + 46.50} = 0.07$
สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง	$\frac{1.68}{8.40} = 0.2$	$\frac{2.80}{50} = 0.056$
สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง	$\frac{2.3}{8.40} \approx 0.27$	$\frac{3.63}{50} = 0.0812$

จะเห็นว่า การวัดการกระจายสัมพัทธ์ของราคาสินค้าชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 โดยใช้ข้อมูลตัวอย่าง

มีสัมประสิทธิ์จากการกระจายทั้ง 4 แบบ ของสินค้าชนิดที่ 1 มากกว่าสินค้าชนิดที่ 2

ดังนั้น ราคาของสินค้าชนิดที่ 1 มีการกระจายมากกว่าสินค้าชนิดที่ 2

282. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 107 ข้อ 4-5 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

4. ครูร่วมกับนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับ “Thinking Time” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 113
5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (ความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันคิดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์ พร้อมทั้งแสดงวิธีคิด จากนั้นแลกเปลี่ยนโจทย์ปัญหากับกลุ่มอื่น โดยกลุ่มที่คิดโจทย์เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอโจทย์ปัญหาและวิธีคิด
7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.13 เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์ จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์ ดังนี้
 - การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจายที่ใช้กับข้อมูลที่มีมากกว่า 1 ชุด เพื่อเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลเหล่านั้น
 - การเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป จะต้องหาสัมประสิทธิ์ของการกระจายในข้อมูลแต่ละชุด แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับกัน โดยสัมประสิทธิ์การกระจาย มีดังนี้

$$1) \text{ สัมประสิทธิ์ของพิสัย} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$$

$$2) \text{ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$3) \text{ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง} = \frac{M.D.}{\bar{X}}$$

$$4) \text{ สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง} = \frac{S}{\bar{X}}$$

6. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.5 C ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
59) การวัดการกระจาย สัมพัทธ์	- ตรวจใบงานที่ 1.13 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ค - ตรวจ Exercise 1.5 C	- ใบงานที่ 1.13 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ค - Exercise 1.5 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
60) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
61) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
62) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
63) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.13 สื่อการเรียนรู้

- 34) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 35) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 36) ใบงานที่ 1.13 เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 37) ห้องเรียน
- 38) ห้องสมุด
- 39) อินเทอร์เน็ต

[illegible]

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

2. สัมประสิทธิ์ของพิสัยของความสูงของนักเรียนในชั้นหนึ่งเท่ากับ 0.0625 ถ้าความสูงของนักเรียนที่สูงที่สุดในชั้นเท่ากับ 170 เซนติเมตร จงหาความสูงของนักเรียนคนที่มีความสูงน้อยที่สุดในชั้น

- [illegible]

ใบงานที่ 1.13

เฉลย

เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนสอบวิชาภาษาไทย และวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง que เลือกมาเป็นตัวอย่างจำนวน 10 คน มีคะแนนดังนี้

คะแนนสอบวิชาภาษาไทย 19, 19, 16, 13, 10, 8, 8, 7, 4, 4

คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ 6, 6, 6, 8, 11, 12, 16, 16, 16, 20

- 1.1) ใช้สัมประสิทธิ์ของพิสัย
- 1.2) ใช้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
- 1.3) ใช้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
- 1.4) ใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน
- 1.5) ผลของการเปรียบเทียบที่ได้จากการใช้วิธีทั้ง 4 นี้ เหมือนกันหรือไม่

วิธีทำ 1.1) จากสัมประสิทธิ์ของพิสัย = $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$

วิชาภาษาไทย

$$X_{\max} = 19, X_{\min} = 4$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของพิสัยของวิชาภาษาไทย} = \frac{19 - 4}{19 + 4} = \frac{15}{23} \approx 0.65$$

วิชาภาษาอังกฤษ

$$X_{\max} = 20, X_{\min} = 6$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของพิสัยของวิชาภาษาอังกฤษ} = \frac{20 - 6}{20 + 6} = \frac{14}{26} \approx 0.54$$

ดังนั้น ค่าของสัมประสิทธิ์ของพิสัยของวิชาภาษาไทยมากกว่าวิชาภาษาอังกฤษ

1.2) จากสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ = $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

วิชาภาษาไทย

เรียงคะแนนจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 4, 4, 7, 8, 8, 10, 13, 16, 19, 19

$$\text{ตำแหน่ง } Q_1 \text{ คือ } \frac{r(N+1)}{4} = \frac{1(10+1)}{4} = 2.75$$

$$\text{จะได้ } Q_1 = 4 + (3)(0.75) = 6.25$$

ตำแหน่ง Q_3 คือ $\frac{r(N+1)}{4} = \frac{3(10+1)}{4} = 8.25$

จะได้ $Q_3 = 16 + (3)(0.25) = 16.75$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของวิชาภาษาไทย $= \frac{16.75 - 6.25}{16.75 + 6.25} \approx 0.46$

วิชาภาษาอังกฤษ

เรียงคะแนนจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 6, 6, 6, 8, 11, 12, 16, 16, 16, 20

ตำแหน่ง Q_1 คือ $\frac{r(N+1)}{4} = \frac{1(10+1)}{4} = 2.75$

ดังนั้น $Q_1 = 6$

ตำแหน่ง Q_3 คือ $\frac{r(N+1)}{4} = \frac{3(10+1)}{4} = 8.25$

ดังนั้น $Q_3 = 16$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของวิชาภาษาอังกฤษ $= \frac{16 - 6}{16 + 6} \approx 0.45$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของวิชาภาษาไทยมากกว่าวิชาภาษาอังกฤษ

1.3) จากสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย $= \frac{M.D.}{\bar{X}}$

วิชาภาษาไทย

จาก $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{4+4+7+8+8+10+13+16+19+19}{10} = \frac{108}{10} = 10.8$

จาก $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$

$$= \frac{(|4-10.8| + |4-10.8| + |7-10.8| + |8-10.8| + |8-10.8| + |10-10.8| + |13-10.8| + |16-10.8| + |19-10.8| + |19-10.8|)}{10}$$

$$= \frac{47.6}{10}$$

$$= 4.76$$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของวิชาภาษาไทย $= \frac{4.76}{10.8} \approx 0.44$

วิชาภาษาอังกฤษ

$$\text{จาก } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{6+6+6+8+11+12+16+16+16+20}{10} = \frac{117}{10} = 11.7$$

$$\text{จาก } M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$$

$$= \frac{(|6-11.7| + |6-11.7| + |6-11.7| + |8-11.7| + |11-11.7| + |12-11.7| + |16-11.7| + |16-11.7| + |16-11.7| + |20-11.7|)}{10}$$

$$= \frac{43}{10}$$

$$= 4.3$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของวิชาภาษาอังกฤษ} = \frac{4.3}{11.7} \approx 0.37$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของวิชาภาษาไทยมากกว่าวิชาภาษาอังกฤษ

$$1.4) \text{ จากสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน } = \frac{s}{\bar{X}}$$

วิชาภาษาไทย

$$\bar{X} = 10.8$$

$$\text{จาก } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(4^2 + 4^2 + 7^2 + 8^2 + 8^2 + 10^2 + 13^2 + 16^2 + 19^2 + 19^2) - 10(10.8)^2}{10-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{289.6}{9}}$$

$$\approx 5.67$$

$$\text{สัมประสิทธิ์การแปรผันของวิชาภาษาไทย} \approx \frac{5.67}{10.8} = 0.525$$

วิชาภาษาอังกฤษ

$$\bar{X} = 11.7$$

จาก $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$

$$= \sqrt{\frac{(6^2 + 6^2 + 6^2 + 8^2 + 11^2 + 12^2 + 16^2 + 16^2 + 16^2 + 20^2) - 10(11.7)^2}{10-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{236.1}{9}}$$

$$\approx 5.12$$

สัมประสิทธิ์การแปรผันของวิชาภาษาอังกฤษ $\approx \frac{5.12}{11.7} \approx 0.44$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์การแปรผันของวิชาภาษาไทยมากกว่าวิชาภาษาอังกฤษ

1.5) ผลของการเปรียบเทียบที่ได้จากการใช้วิธีทั้ง 4 นี้ เหมือนกัน

2. สัมประสิทธิ์ของพิสัยของความสูงของนักเรียนในชั้นหนึ่งเท่ากับ 0.0625 ถ้าความสูงของนักเรียนที่สูงที่สุดในชั้นเท่ากับ 170 เซนติเมตร จงหาความสูงของนักเรียนคนที่มีความสูงน้อยที่สุดในชั้น

วิธีทำ จาก สัมประสิทธิ์ของพิสัย $= \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}$

จะได้ $0.0625 = \frac{170 - x_{\min}}{170 + x_{\min}}$

$$0.0625(170 + x_{\min}) = 170 - x_{\min}$$

$$10.625 + 0.0625x_{\min} = 170 - x_{\min}$$

$$1.0625x_{\min} = 159.375$$

$$x_{\min} = \frac{159.375}{1.0625}$$

$$x_{\min} = 150$$

ดังนั้น ความสูงของนักเรียนคนที่มีความสูงน้อยที่สุดในชั้นเท่ากับ 150 เซนติเมตร

3. ข้อมูลชุดหนึ่งมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 0.12 และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 8.5 จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ถ้าข้อมูลชุดนี้มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

วิธีทำ จากโจทย์ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย = 0.12

$$M.D. = 8.5, \sigma = 10$$

$$\text{จาก สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย} = \frac{M.D.}{\mu}$$

$$\text{จะได้} \quad 0.12 = \frac{8.5}{\mu}$$

$$\mu \approx 70.83$$

$$\text{จาก} \quad \text{สัมประสิทธิ์การแปรผัน} = \frac{\sigma}{\mu}$$

$$\text{จะได้} \quad \approx \frac{10}{70.83}$$

$$\approx 0.14$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์การแปรผันมีค่าประมาณ 0.14

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
-
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

เวลา 4 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

ประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 42) อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายข้อมูลได้ (K)
- 43) อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่นำเสนอด้วยแผนภาพกล่องได้ (K)
- 44) ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง (P)
- 45) นำความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูลไปประยุกต์ใช้ ในชีวิตจริงได้ (A)

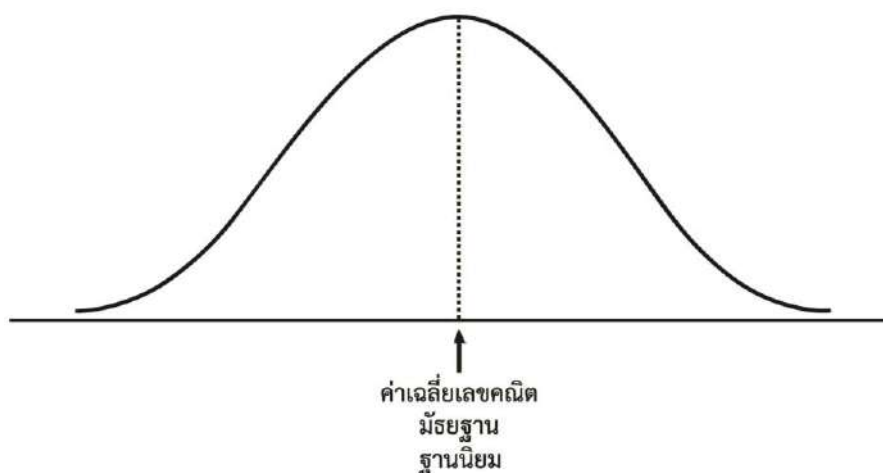
3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแปลความหมายของค่าสถิติ	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

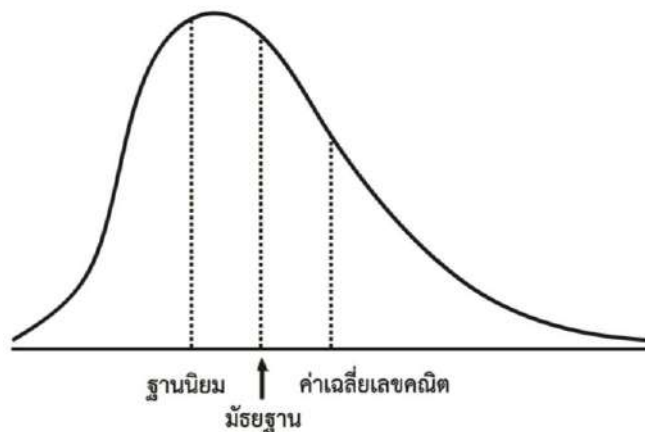
4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล เป็นดังนี้

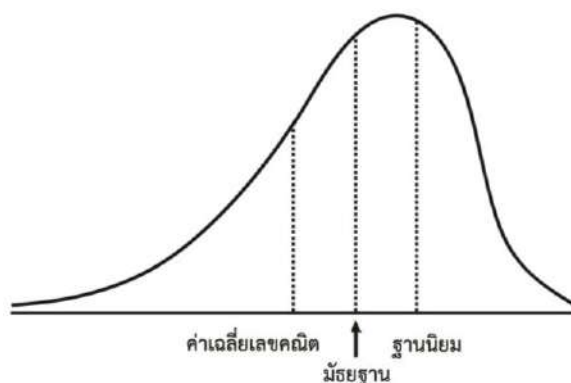
- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากัน ซึ่งข้อมูลชุดใดมีค่ากลางเท่ากันทั้ง 3 ค่า ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นแบบสมมาตร (symmetric distribution) หรือเส้นโค้งปกติ (normal curve) ดังรูป



- 2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐานและฐานนิยม ตามลำดับ ซึ่งข้อมูลชุดใดมีค่ากลางไม่เท่ากันทั้ง 3 ค่า โดยที่ ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางขวา (right-skewed distribution) หรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางขวา (positively skewed curve) ดังรูป



- 3) ฐานนิยมมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐานและค่าเฉลี่ยเลขคณิต ตามลำดับ ซึ่งข้อมูลชุดใดมีค่ากลางไม่เท่ากันทั้ง 3 ค่า โดยที่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางซ้าย (left-skewed distribution) หรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางซ้าย (negatively skewed curve) ดังรูป



นอกจากเส้นโค้งที่นำเสนอลักษณะการกระจายของข้อมูลแล้ว แผนภาพกล่อง (box plot) เป็นอีกวิธีหนึ่งสำหรับการนำเสนอลักษณะการกระจายของข้อมูล โดยแผนภาพกล่องจะนำค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3 มาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 รูปติดกัน ซึ่งค่าทั้ง 5 ค่านี้ จะแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนคิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
44. ความสามารถในการสื่อสาร 45. ความสามารถในการคิด 64) ทักษะการคิดคล่อง 65) ทักษะการให้เหตุผล 66) ทักษะการวิเคราะห์ 67) ทักษะการรวบรวมข้อมูล 68) ทักษะการสรุปอ้างอิง 69) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 46. ความสามารถในการแก้ปัญหา 47. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

10. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล โดยให้นักเรียนทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 115 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

11. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “กิจกรรมคณิตศาสตร์” โดยให้นักเรียนเรียงลำดับค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมในแต่ละข้อจากน้อยไปมาก

(แนวตอบ ข้อ 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = มัธยฐาน = ฐานนิยม

ข้อ 2) ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข้อ 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม)

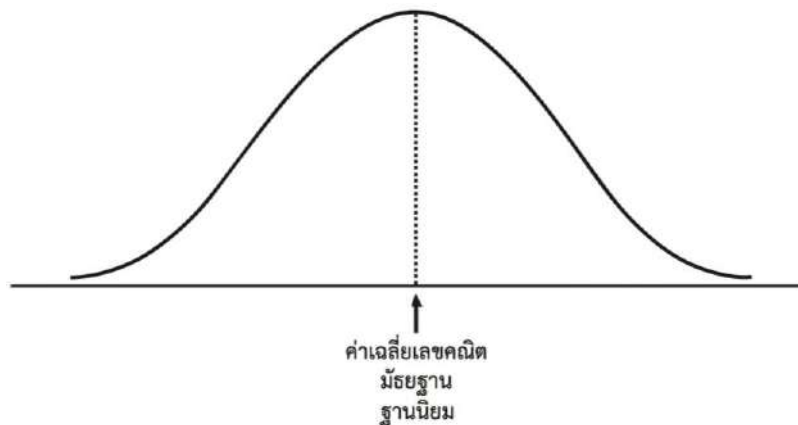
ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

283. ครุณาข้อมูลจาก “กิจกรรมคณิตศาสตร์” มาอธิบายความสัมพันธ์ของค่ากลางและการกระจายของข้อมูล ดังนี้

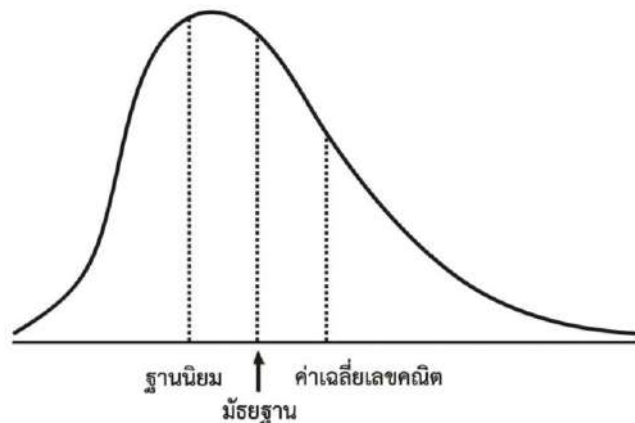
ข้อ 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = มัธยฐาน = ฐานนิยม

ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นแบบสมมาตร หรือเส้นโค้งปกติ ดังรูป



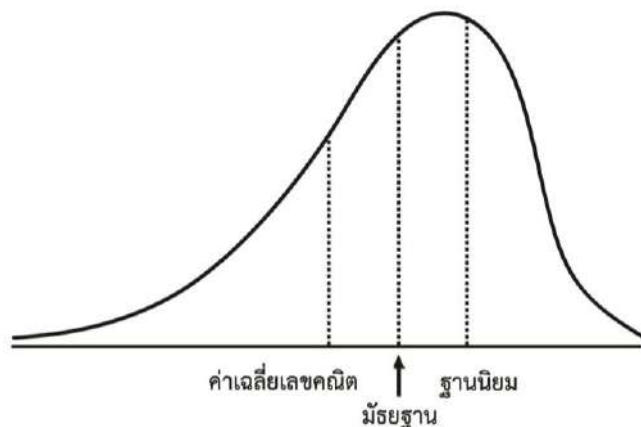
ข้อ 2) ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางขวา หรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางขวา ดังรูป



ข้อ 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม

ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางซ้าย หรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางซ้าย ดังรูป



284. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับลักษณะการกระจายของข้อมูลเพิ่มเติม จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 115-116 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
285. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 116 ว่า “เส้นโค้งปกติ เป็นเส้นโค้งที่มักจะพบเสมอสำหรับข้อมูลที่มีค่าสังเกตเป็นจำนวนมาก โดยทั่วไปเป็นค่าสังเกตที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ เช่น ข้อมูลเกี่ยวกับเกษตรกรรม สังคมศาสตร์ เศรษฐกิจ หรือวิทยาศาสตร์”
286. ครูให้นักเรียนแต่ละคนกำหนดข้อมูล จากนั้นให้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม พร้อมทั้งเขียนเส้นโค้งโดยระบุลักษณะการกระจายของข้อมูล ตำแหน่งของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอ 4-5 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
287. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเขียนและการอ่านข้อมูลจากเส้นโค้ง
288. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 121 ข้อ 1-2 พร้อมทั้งเขียนเส้นโค้ง และระบุตำแหน่งของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

289. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนและการอ่านข้อมูลจากเส้นโค้ง จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
290. ครูบอกนักเรียนว่า นอกจากเส้นโค้งที่นำเสนอลักษณะการกระจายของข้อมูลแล้ว แผนภาพกล่อง (box plot) เป็นอีกวิธีหนึ่งสำหรับการนำเสนอลักษณะการกระจายของข้อมูล
291. ครูยกตัวอย่างการสร้างแผนภาพกล่อง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากการตรวจปริมาณน้ำตาล (กรัม) ต่อปริมาณอาหาร 100 กรัม ของอาหารชนิดหนึ่ง จำนวน 31 จาน ได้ข้อมูล ดังนี้

0 0 0 0 2 2 2 3 3 3 3 3 3 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 9 10 11 12 12 14

จงสร้างแผนภาพกล่อง

วิธีทำ จากข้อมูลข้างต้นมี 0 เป็นค่าต่ำสุด และ 14 เป็นค่าสูงสุด

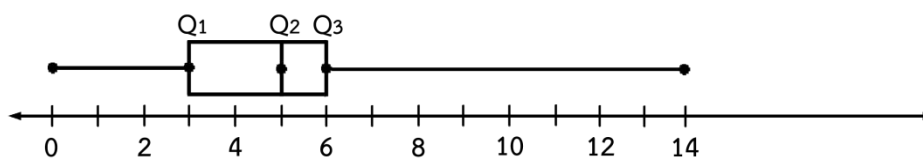
$$\text{หาค่า } Q_1 \text{ ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1(31+1)}{4} = 8 \text{ จะได้ } Q_1 = 3$$

$$\text{หาค่า } Q_2 \text{ ตำแหน่ง } Q_2 = \frac{2(31+1)}{4} = 16 \text{ จะได้ } Q_2 = 5 = \text{มัธยฐาน}$$

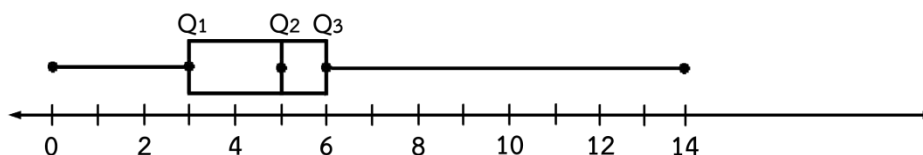
$$\text{หาค่า } Q_3 \text{ ตำแหน่ง } Q_3 = \frac{3(31+1)}{4} = 24 \text{ จะได้ } Q_3 = 6$$



เขียนแผนภาพกล่องของข้อมูลข้างต้นได้ ดังนี้



จากแผนภาพกล่อง ครรูกตัวอย่างการอ่านแผนภาพกล่อง ดังนี้



จากแผนภาพกล่อง พบว่า

ข้อมูลที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 3 และ 6 ถึง 14 มีเท่ากัน คือ ประมาณ 25% ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ข้อมูลที่มีค่าอยู่ระหว่าง 3 ถึง 6 มีประมาณ 50% ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ข้อมูลทั้งหมด (100%) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 14

ข้อมูลที่อยู่ระหว่าง Q_1 และ Q_2 มีการกระจายมากกว่าข้อมูลที่อยู่ระหว่าง Q_2 และ Q_3 แต่ข้อมูลที่อยู่ระหว่าง Q_3 ถึงค่าที่มากที่สุดจะมีการกระจายมากที่สุด

292. ครรูกตัวอย่างที่ 2 โดยให้นักเรียนพิจารณาร่วมกัน ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 ข้อมูลชุดหนึ่ง เป็นดังนี้

10	21	27	33	45	48	55
57	65	66	75	78	80	

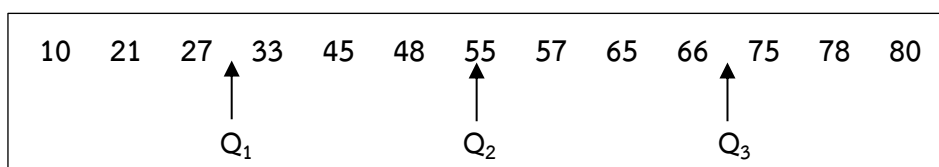
จงสร้างแผนภาพกล่อง

วิธีทำ จากข้อมูลข้างต้นมี 10 เป็นค่าต่ำสุด และ 80 เป็นค่าสูงสุด

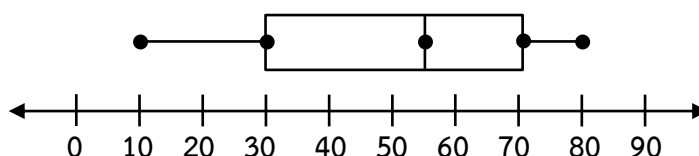
$$\text{หาค่า } Q_1 : \text{ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1(13+1)}{4} = 3.5 \text{ จะได้ } Q_1 = \frac{27+33}{2} = 30$$

$$\text{หาค่า } Q_2 : \text{ตำแหน่ง } Q_2 = \frac{2(13+1)}{4} = 7 \text{ จะได้ } Q_2 = 55 = \text{มัธยฐาน}$$

$$\text{หาค่า } Q_3 : \text{ตำแหน่ง } Q_3 = \frac{3(13+1)}{4} = 10.5 \text{ จะได้ } Q_3 = \frac{66+75}{2} = 70.5$$



เขียนแผนภาพกล่องของข้อมูลข้างต้นได้ ดังนี้



293. ครูให้เรียนจับคู่ร่วมกันอ่านข้อมูลจากแผนภาพกล่องที่ได้จากตัวอย่างที่ 2

294. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับแผนภาพกล่อง ดังนี้

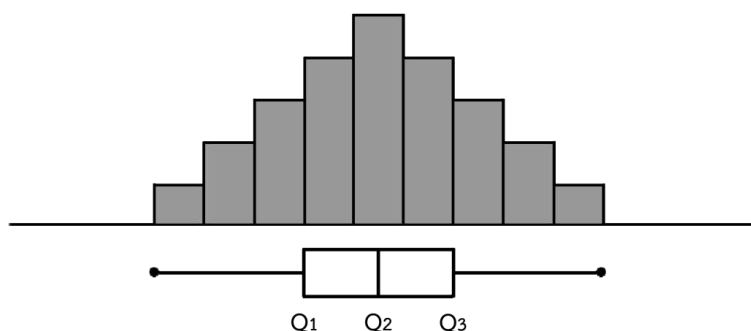
- จากแผนภาพกล่อง สามารถอ่านค่าใดได้บ้าง

(แนวตอบ ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 ควอร์ไทล์ที่ 3 และมัธยฐาน)

- นอกจากบอกค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 ควอร์ไทล์ที่ 3 และมัธยฐาน นักเรียนคิดว่าแผนภาพกล่องสามารถบอกอะไรได้อีก

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น การกระจายของข้อมูล)

295. ครูอธิบายลักษณะของแผนภาพกล่องที่มีการกระจายแบบปกติว่า สำหรับข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติแผนภาพของกล่องจะเป็น ดังนี้



296. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับแผนภาพกล่อง โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- แผนภาพกล่อง มีขั้นตอนการสร้างอย่างไรบ้าง

(แนวตอบ 1) เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก 2) หาค่า Q_1 , Q_2 และ Q_3 และ 3) สร้างแผนภาพกล่อง)

- จากแผนภาพกล่อง สามารถอ่านค่าได้บ้าง

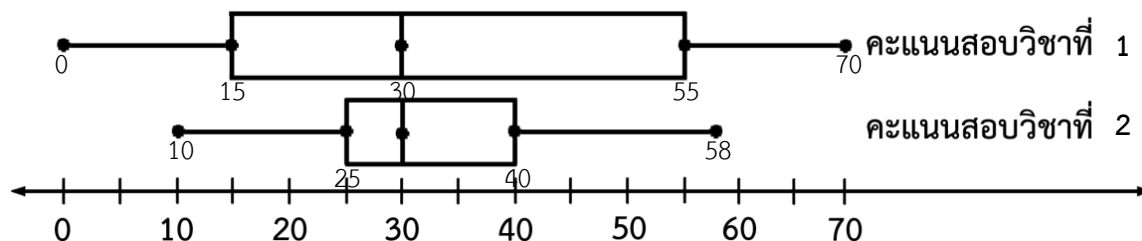
(แนวตอบ ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 ควอร์ไทล์ที่ 3 และมัธยฐาน)

ชั่วโมงที่ 3

297. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับแผนภาพกล่อง

298. ครูอธิบายตัวอย่างเกี่ยวกับแผนภาพกล่องเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 พิจารณาการกระจายของข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นคะแนนสอบของวิชาที่ 1 และวิชาที่ 2
มีคะแนนเต็ม 100 คะแนนเท่ากัน โดยใช้แผนภาพกล่อง ต่อไปนี้



วิธีทำ จากแผนภาพข้างต้น จะพบว่า

ข้อมูลทั้ง 2 ชุดมีมัธยฐานเท่ากัน แต่มีการกระจายที่แตกต่างกัน

ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจายของข้อมูลมากกว่าข้อมูลชุดที่ 2

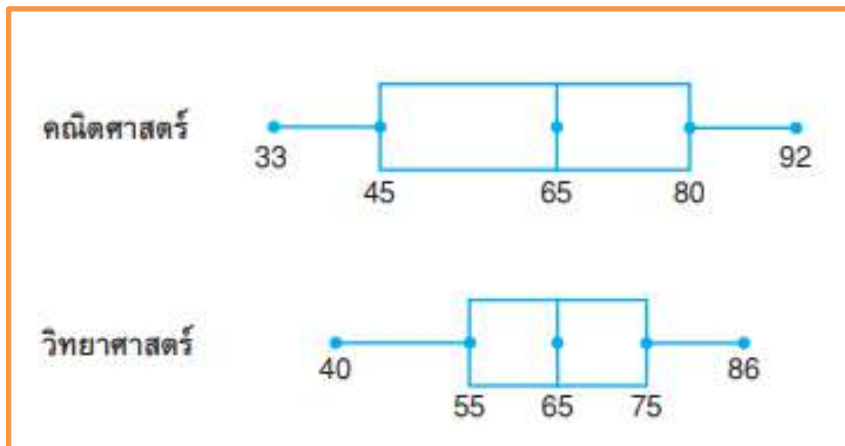
จะเห็นว่า คะแนนสอบวิชาที่ 1 มีค่าอยู่ระหว่าง 0-70 คะแนน แต่คะแนนสอบวิชาที่ 2 มีค่าอยู่ระหว่าง 10-58 คะแนน

299. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 42-43 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 117-120

จากนั้นครูอธิบายเกี่ยวกับการใช้แผนภาพกล่องในการวิเคราะห์ข้อมูล พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

300. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างที่ 4 แล้วตอบคำถาม

ตัวอย่างที่ 4 จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน เขียนแสดงด้วยแผนภาพกล่องได้ ดังนี้



- ให้หา
- 1) การกระจายของคะแนนสอบทั้ง 2 วิชาเป็นอย่างไร
 - 2) คะแนนที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 75 ของผลการสอบทั้ง 2 วิชา มีคะแนนต่ำสุดและสูงสุดเท่าใด
 - 3) คะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์มากหรือน้อยกว่าคะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของวิชาวิทยาศาสตร์
 - 4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 65 คะแนน ในวิชาคณิตศาสตร์มากหรือน้อยกว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 65 คะแนน ในวิชาวิทยาศาสตร์
301. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยตัวอย่างที่ 5 โดยครูอธิบายคำตอบอย่างละเอียดอีกครั้ง ดังนี้
- 1) การกระจายของคะแนนสอบทั้ง 2 วิชาเป็นอย่างไร
(แนวตอบ คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะการกระจายเบ้ซ้าย ส่วนคะแนนสอบวิชาวิทยาศาสตร์มีลักษณะการกระจายสมมาตร)
 - 2) คะแนนที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 75 ของผลการสอบทั้ง 2 วิชา มีคะแนนต่ำสุดและสูงสุดเท่าใด
(แนวตอบ คะแนนที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 75 ของผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 33 คะแนน และสูงสุดเท่ากับ 80 คะแนน ส่วนคะแนนที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 75 ของผลการสอบวิชาวิทยาศาสตร์มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 40 คะแนน และสูงสุดเท่ากับ 75 คะแนน)
 - 3) คะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์มากหรือน้อยกว่าคะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของวิชาวิทยาศาสตร์
(แนวตอบ คะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์น้อยกว่าคะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่มต่ำสุดร้อยละ 25 ของวิชาวิทยาศาสตร์)
 - 4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 65 คะแนน ในวิชาคณิตศาสตร์มากหรือน้อยกว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 65 คะแนน ในวิชาวิทยาศาสตร์
(แนวตอบ เท่ากัน เพราะจากค่าต่ำสุดถึง Q_2 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 50 เท่ากัน)
302. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 118 และ หน้า 120 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้

303. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
304. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 121 ข้อ 3-4
305. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 4-5 คน (ทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นร่วมกันระดมความคิดเกี่ยวกับ “โพลของฉัน” ดังนี้
 - 1) เลือกหัวข้อในการสำรวจข้อมูลที่นักเรียนสนใจ เช่น ค่าขนมประจำวัน ระยะเวลาการเดินทางมาโรงเรียน น้ำหนักของนักเรียน ความสูงของนักเรียน จากนั้นแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอหัวข้อที่เลือกพร้อมให้เหตุผล
 - 2) กำหนดตัวอย่างที่จะสำรวจ เช่น นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้อง 1 โดยกลุ่มตัวอย่างควรมีจำนวนไม่เกิน 100 จำนวน
2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอเกี่ยวกับหัวข้อที่สนใจ ตัวอย่าง พร้อมทั้งให้เหตุผล
3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเก็บข้อมูลตามหัวข้อที่สนใจ วิเคราะห์ข้อมูลที่นักเรียนสำรวจมาได้ โดยหาค่าต่าง ๆ ดังนี้
 - ค่ากลางของข้อมูล (ให้นักเรียนเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม)
 - การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (ให้นักเรียนเลือกใช้การกระจายสัมบูรณ์ที่เหมาะสม)
 - การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (ให้นักเรียนเลือกใช้การกระจายสัมพัทธ์ที่เหมาะสม)
 - เขียนแผนภาพกล่อง และเส้นโค้งแสดงลักษณะการกระจายของข้อมูลโดยทำการบ้าน และนำเสนอในชั่วโมงถัดไป

ชั่วโมงที่ 4

4. ครูทบทวนความรู้นักเรียนเกี่ยวกับการวัดการกระจายจากแผนภาพกล่อง โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.5 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 121 ข้อ 5
5. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบของแบบฝึกทักษะ 2-3 คน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้

6. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.14 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ
7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงาน “โพลของฉัน” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
8. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ตรวจสอบตนเอง” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 122 เพื่อให้นักเรียนได้ประเมินระดับความสามารถของตนเองหลังจากเรียนจบหน่วย
9. ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษา “คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 123 และสนทนาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความเกี่ยวกับการความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล ดังนี้
 - ความสัมพันธ์ของค่ากลางและการกระจายของข้อมูล
 - 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากัน ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นแบบสมมาตร หรือเส้นโค้งปกติ
 - 2) ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางขวาหรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางขวา
 - 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม ข้อมูลชุดนั้นจะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางซ้ายหรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางซ้าย
 - แผนภาพกล่อง (box plot) เป็นอีกวิธีหนึ่งสำหรับการนำเสนอลักษณะการกระจายของข้อมูล โดยแผนภาพกล่องจะนำค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด ควอร์ไทล์ที่ 1 ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3 มาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 รูปติดกัน ซึ่งค่าทั้ง 5 ค่านี้ จะแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนคิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จากสรุปแนวคิดหลักในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 124-127 และขออาสาสมัครนักเรียนช่วยกันเขียนสรุป
3. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.5 D ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 และแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 128-129 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล
4. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน (รวบยอด)	- ตรวจชิ้นงานและ การนำเสนอ “โพลของฉัน”	- แบบประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
7.2 ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 64) ความสัมพันธ์ระหว่าง การแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และ การกระจายของข้อมูล	- ตรวจใบงานที่ 1.14 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.5 ง - ตรวจ Exercise 1.5 D	- ใบงานที่ 1.14 - แบบฝึกทักษะ 1.5 ง - Exercise 1.5 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
65) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
66) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
67) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
68) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
7.3 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล เบื้องต้น	- ตรวจแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.14 สื่อการเรียนรู้

- 37) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น
- 38) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- 39) ใบงานที่ 1.14 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 40) ห้องเรียน
- 41) ห้องสมุด
- 42) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 1.14

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

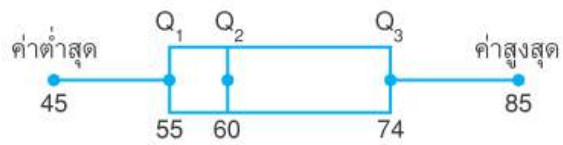
40	35	45	50	55	56
62	45	58	60	62	70
80	65	72	48	59	60
49	48	51	50	60	59
62	63	64	57	58	63

- 1) ให้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม
- 2) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายในลักษณะใด

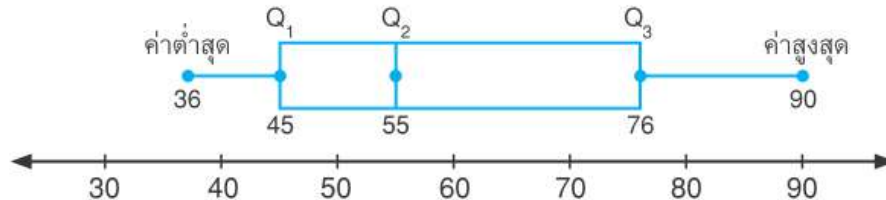
This image shows a full page of a worksheet designed for handwriting practice. It features 18 horizontal dashed lines spaced evenly across the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no other markings or text present.

2. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.6/1 และ ม.6/2

ม.6/1



ม.6/2



- จงเขียนข้อมูลแสดงการเปรียบเทียบคะแนนของทั้ง 2 ห้อง (โดยมีเงื่อนไขว่า 55 คะแนนขึ้นไป ถือว่าสอบผ่าน และ 75 คะแนนขึ้นไป อยู่ในระดับดีมาก) โดยเขียนทั้งหมด 5 ข้อ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- คะแนนสอบของห้องใดมีการกระจายมากกว่ากัน และมากกว่าอยู่เท่าไร

.....

.....

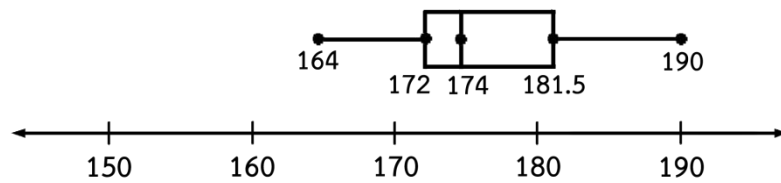
.....

.....

.....

.....

4. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงความสูง (เซนติเมตร) ของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี จำนวน 13 คน



พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผล

- 1) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ในกลุ่มสูงสุดร้อยละ 50 มีความสูงต่ำสุดเท่ากับ 174 เซนติเมตร และสูงสุดเท่ากับ 190 เซนติเมตร
- 2) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง 164 - 174 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวนนักฟุตบอลทั้งหมด
- 3) นักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ประมาณ 75% มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 174 เซนติเมตร
- 4) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง Q_1 และ Q_2 มีการกระจายน้อยกว่าความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง Q_2 และ Q_3

This image shows a full page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice or general writing. There are no margins, text, or other markings on the page.

ใบงานที่ 1.14

เฉลย

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

40	35	45	50	55	56
62	45	58	60	62	70
80	65	72	48	59	60
49	48	51	50	60	59
62	63	64	57	58	63

- 1) ให้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม
- 2) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายในลักษณะใด

วิธีทำ 1) เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก ได้ดังนี้

35 40 45 45 48 48 49 50 50 51
 55 56 57 58 58 59 59 60 60 60
 62 62 62 63 63 64 65 70 72 80

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } \mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} = \frac{1,706}{30} \approx 56.87 \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{จาก ตำแหน่งมัธยฐาน} = \frac{N+1}{2} = \frac{30+1}{2} = 15.5$$

$$\text{จะได้ว่า มัธยฐาน เท่ากับ } \frac{58+59}{2} = \frac{117}{2} = 58.5 \text{ กิโลกรัม}$$

ฐานนิยม เท่ากับ 62 กิโลกรัม

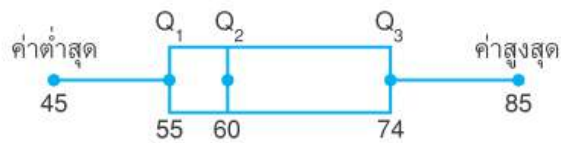
ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าประมาณ 56.87 กิโลกรัม มัธยฐานมีค่าประมาณ 58.5 กิโลกรัม และ

ฐานนิยมเท่ากับ 62 กิโลกรัม

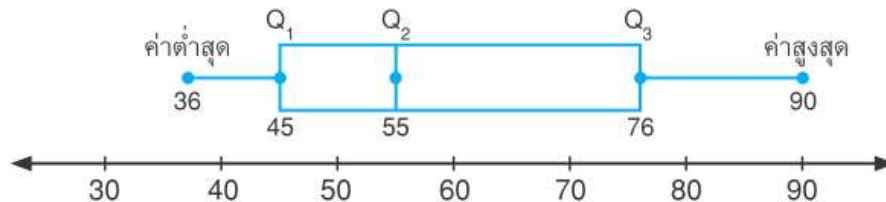
- 2) จะได้ว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม ข้อมูลชุดนี้จะมีลักษณะการกระจายที่เบ้ทางซ้าย หรือเป็นเส้นโค้งเบ้ทางซ้าย

2. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.6/1 และ ม.6/2

ม.6/1



ม.6/2



- 1) จงเขียนข้อมูลแสดงการเปรียบเทียบคะแนนของทั้ง 2 ห้อง (โดยมีเงื่อนไขว่า 55 คะแนนขึ้นไป ถือว่าสอบผ่าน และ 75 คะแนนขึ้นไป อยู่ในระดับดีมาก) โดยเขียนทั้งหมด 5 ข้อ

ขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน

- 2) คะแนนสอบของห้องใดมีการกระจายมากกว่ากัน และมากกว่าอยู่เท่าไร

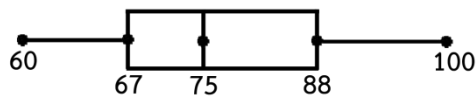
วิธีทำ ม.6/1 สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{74 - 55}{74 + 55} = \frac{19}{129} \approx 0.15$$

ม.6/2 สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{76 - 45}{76 + 45} = \frac{31}{121} \approx 0.26$$

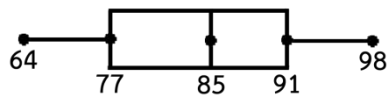
ดังนั้น คะแนนสอบของ ม.6/2 มีการกระจายมากกว่า ม.6/1 และมากกว่าประมาณ 0.11

3. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงผลสรุปคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนห้อง ม.6/1 และ ม.6/2

ม. 6/1



ม. 6/2



- 1) จงหาว่านักเรียนห้อง ม.6/1 ที่ได้คะแนนอยู่ในกลุ่ม 25% ต่ำสุด มีคะแนนต่ำสุดและคะแนนสูงสุดเป็นเท่าใด
- 2) นักเรียนห้อง ม.6/2 ที่ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ 91 คะแนน มีประมาณกี่เปอร์เซ็นต์
- 3) มีนักเรียนห้อง ม.6/1 กี่เปอร์เซ็นต์ ที่ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 75 คะแนน
- 4) มีนักเรียนห้อง ม.6/2 กี่เปอร์เซ็นต์ ที่ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ 77 คะแนน
- 5) ถ้าในการสอบครั้งนี้ผู้สอนให้ระดับคะแนน 4 แก่ผู้ที่สอบได้คะแนนตั้งแต่ 80 คะแนนขึ้นไป ถ้าพิจารณาจากแผนภาพกล่องที่กำหนดให้ห้องใดควรมีผู้สอบที่ได้ระดับคะแนน 4 ในคณิตศาสตร์จากการสอบครั้งนี้มากกว่ากัน เพราะเหตุใด

ตอบ 1) คะแนนต่ำสุด คือ 60 คะแนน คะแนนสูงสุด คือ 67 คะแนน

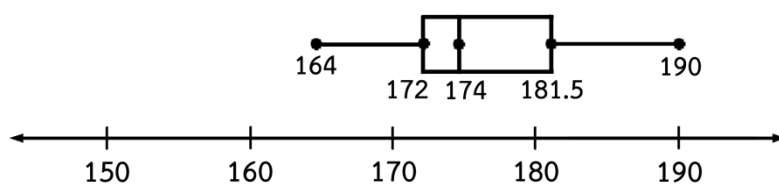
2) 25%

3) 50%

4) 75%

5) ห้อง ม.6/2 เพราะจากแผนภาพกล่องจะได้ว่า ห้อง ม.6/2 มีผู้ที่สอบได้คะแนนตั้งแต่ 80 คะแนนขึ้นไปมากกว่า 50% แต่ห้อง ม.6/1 มีผู้ที่สอบได้คะแนนตั้งแต่ 80 คะแนนขึ้นไป น้อยกว่า 50%

4. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงความสูง (เซนติเมตร) ของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี จำนวน 13 คน



พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผล

- 1) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ในกลุ่มสูงสุดร้อยละ 50 มีความสูงต่ำสุดเท่ากับ 174 เซนติเมตร และสูงสุดเท่ากับ 190 เซนติเมตร
- 2) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง 164 - 174 เซนติเมตร คิดเป็นร้อยละ 25 ของจำนวนนักฟุตบอลทั้งหมด
- 3) นักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ประมาณ 75% มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 174 เซนติเมตร
- 4) ความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง Q_1 และ Q_2 มีการกระจายน้อยกว่าความสูงของนักฟุตบอลทีมชาติไทยรุ่นอายุไม่เกิน 19 ปี ที่อยู่ระหว่าง Q_2 และ Q_3

ตอบ 1) ถูกต้อง เพราะ ความสูงต่ำสุดของกลุ่มสูงสุดร้อยละ 50 เท่ากับ 174 เซนติเมตร และความสูงสูงสุดของกลุ่มสูงสุดร้อยละ 50 เท่ากับ 190 เซนติเมตร

2) ผิด เพราะ ค่าที่อยู่ระหว่าง 164 - 174 คิดเป็น 50%

3) ผิด เพราะ ประมาณ 75% มีความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 181.5 เซนติเมตร

4) ถูกต้อง เพราะ ภาพกล่องในช่วง Q_1 และ Q_2 แคบกว่าภาพกล่องในช่วง Q_2 และ Q_3



การแจกแจงความน่าจะเป็น

เวลา 40 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. สารการเรียนรู้

2.1 สารการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) การแจกแจงเอกรูป
- 2) การแจกแจงทวินาม
- 3) การแจกแจงปกติ

2.2 สารการเรียนรู้ท้องถิ่น

(พิจารณาตามหลักสูตรสถานศึกษา)

3. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงความน่าจะเป็นประกอบด้วย ตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม และความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม การแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดไม่ต่อเนื่องบางชนิด ซึ่งมีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง และการแจกแจงทวินาม การแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดต่อเนื่องบางชนิด ซึ่งมีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง และการแจกแจงปกติ

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการสังเกต 2) ทักษะการระบุ 3) ทักษะการคิดคล่อง 4) ทักษะการให้เหตุผล 5) ทักษะการจำแนกประเภท 6) ทักษะการเชื่อมโยง 7) ทักษะการวิเคราะห์ 8) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา 4. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

5. ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

“ผังมโนทัศน์สรุปเนื้อหาการแจกแจงความน่าจะเป็น” พร้อมยกตัวอย่างประกอบแต่ละหัวข้อ และนำเสนอด้วยการถ่ายคลิป สามารถออกแบบการนำเสนอได้ด้วยความคิดสร้างสรรค์

6. การวัดและการประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
6.1 การประเมินชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)	- ประเมินชิ้นงานและ “ผังมโนทัศน์สรุปเนื้อหา การแจกแจง ความน่าจะเป็น”	- แบบประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
6.2 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจง ความน่าจะเป็น	- ตรวจแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	- ประเมิน ตามสภาพจริง

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
6.3 ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) ตัวแปรสุ่ม	- ตรวจสอบงานที่ 2.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.1 A	- ใบงานที่ 2.1 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ก - Exercise 2.1 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.2 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.1 A	- ใบงานที่ 2.2 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ก - Exercise 2.1 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
3) การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.3 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.1 B	- ใบงานที่ 2.3 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ข - Exercise 2.1 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
4) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.4 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ค - ตรวจสอบ Exercise 2.1 C	- ใบงานที่ 2.4 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ค - Exercise 2.1 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
5) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.5 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ค - ตรวจสอบ Exercise 2.1 C	- ใบงานที่ 2.5 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ค - Exercise 2.1 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
6) ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.6 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจสอบ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.6 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7) ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.7 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจสอบ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.7 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
8) ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.8 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจสอบ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.8 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
9) ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.9 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจสอบ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.9 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
10) การแจกแจง เอกรูปไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจสอบงานที่ 2.10 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.2 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.2 A	- ใบงานที่ 2.10 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ก - Exercise 2.2 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
11) การแจกแจง ทวินาม (1)	- ตรวจสอบงานที่ 2.11 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.2 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.2 B	- ใบงานที่ 2.11 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ข - Exercise 2.2 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
12) การแจกแจง ทวินาม (2)	- ตรวจสอบงานที่ 2.12 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.2 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.2 B	- ใบงานที่ 2.12 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ข - Exercise 2.2 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
13) การแจกแจง เอกรูปต่อเนื่อง (1)	- ตรวจสอบงานที่ 2.13 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.3 A	- ใบงานที่ 2.13 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ก - Exercise 2.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
14) การแจกแจง เอกรูปต่อเนื่อง (2)	- ตรวจสอบงานที่ 2.14 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.3 A	- ใบงานที่ 2.14 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ก - Exercise 2.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
15) การแจกแจงปกติ (1)	- ตรวจสอบงานที่ 2.15 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.3 B	- ใบงานที่ 2.15 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ข - Exercise 2.3 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
16) การแจกแจงปกติ (2)	- ตรวจสอบงานที่ 2.16 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.3 B - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ ประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	- ใบงานที่ 2.16 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ข - Exercise 2.3 B - แบบฝึกทักษะประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
17) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- แบบประเมินการ นำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
18) พฤติกรรม การทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
19) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
20) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
6.4 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจง ความน่าจะเป็น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

7. กิจกรรมการเรียนรู้

- แผนฯ ที่ 1 : ตัวแปรสุ่ม เวลา 2 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 2 : การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เวลา 3 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 3 : การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 4 : ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 5 : ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง
แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching
- แผนฯ ที่ 6 : ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 7 : ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 8 : ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 9 : ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 10 : การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เวลา 3 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 11 : การแจกแจงทวินาม (1) เวลา 4 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)

- แผนฯ ที่ 12 : การแจกแจงทวินาม (2) เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 13 : การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1) เวลา 2 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 14 : การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2) เวลา 4 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

- แผนฯ ที่ 15 : การแจกแจงปกติ (1) เวลา 3 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)

- แผนฯ ที่ 16 : การแจกแจงปกติ (2) เวลา 3 ชั่วโมง

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

(รวมเวลา 40 ชั่วโมง)

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 2) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 3) ใบงานที่ 2.1 เรื่อง ตัวแปรสุ่ม
- 4) ใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

- 5) ใบงานที่ 2.3 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- 6) ใบงานที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- 7) ใบงานที่ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- 8) ใบงานที่ 2.6 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- 9) ใบงานที่ 2.7 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- 10) ใบงานที่ 2.8 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- 11) ใบงานที่ 2.9 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- 12) ใบงานที่ 2.10 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง
- 13) ใบงานที่ 2.11 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (1)
- 14) ใบงานที่ 2.12 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2)
- 15) ใบงานที่ 2.13 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)
- 16) ใบงานที่ 2.14 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)
- 17) ใบงานที่ 2.15 เรื่อง การแจกแจงปกติ (1)
- 18) ใบงานที่ 2.16 เรื่อง การแจกแจงปกติ (2)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน
- 2) ห้องสมุด
- 3) อินเทอร์เน็ต

แบบทดสอบก่อนเรียน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนที่นับได้ และมีจำกัดหรือเป็นจำนวนที่นับได้และมีไม่จำกัด เรียกตัวแปรสุ่มลักษณะนี้ว่า “ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง”
- 2) ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนจริงที่ต่อเนื่องกันและไม่สามารถนับได้ เรียกตัวแปรสุ่มลักษณะนี้ว่า “ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง”

ข้อใดถูกต้อง

- ก. ข้อ 1) และข้อ 2) ถูก
- ข. ข้อ 1) ถูก และข้อ 2) ผิด
- ค. ข้อ 1) ผิด และข้อ 2) ถูก
- ง. ข้อ 1) และข้อ 2) ผิด

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) น้ำหนักของนักเรียนในห้องเรียน
- 2) ระยะเวลาที่หลอดไฟทำงานตั้งแต่เริ่มใช้งานจนหลอดขาด

ข้อใดถูกต้อง

- ก. ข้อ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และ
ข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- ข. ข้อ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และ
ข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- ค. ข้อ 1) และข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- ง. ข้อ 1) และข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 3. - 4.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนตัวอักษร A ที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหยิบทีละใบจากกล่องแบบไม่ใส่คืน โดยในกล่องบรรจุบัตรตัวอักษรที่สามารถสะกดได้เป็นคำว่า “VARIABLE” ซึ่งบัตรตัวอักษรแต่ละใบแตกต่างกัน

3. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ตัวอักษร A อย่างน้อย 1 ใบ เท่ากับเท่าไร

- ก. $\frac{1}{28}$
 ข. $\frac{12}{28}$
 ค. $\frac{13}{28}$
 ง. $\frac{15}{28}$

4. ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับเท่าไร

- ก. $\frac{1}{2}$
 ข. $\frac{1}{3}$
 ค. $\frac{1}{4}$
 ง. $\frac{3}{2}$

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 5. - 6.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{9}{13}$

5. $E\left(\frac{1}{3}X - 1\right)$ เท่ากับเท่าไร

- ก. $-\frac{2}{3}$
 ข. $-\frac{6}{13}$
 ค. $-\frac{4}{3}$
 ง. $-\frac{20}{13}$

6. ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $-\frac{66}{169}$
 ข. $\frac{66}{169}$
 ค. $-\frac{324}{169}$
 ง. $\frac{324}{169}$

7. ตัวอย่างกำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี

$$V(X) = \frac{1}{3} \text{ แล้ว } V\left(\frac{3X+2}{2}\right) \text{ มีค่าตรงกับข้อใด}$$

- ก. $\frac{3}{2}$
 ข. $\frac{9}{2}$
 ค. $\frac{3}{4}$
 ง. $\frac{9}{4}$

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 8. - 10.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 3}{k} & \text{เมื่อ } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

8. k มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. -4
 ข. 4
 ค. $-\frac{1}{16}$
 ง. $\frac{1}{16}$

9. ค่าคาดหวัง $E(X)$ มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $-\frac{2}{3}$
 ข. $-\frac{3}{2}$
 ค. -1
 ง. 0

10. ความแปรปรวน $V(X)$ ตรงกับข้อใด เมื่อกำหนด

$$E(X^2) = \frac{39}{10}$$

- ก. $-\frac{1}{5}$
 ข. $\frac{1}{5}$
 ค. $\frac{4}{9}$
 ง. $\frac{9}{4}$

11. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{2}{x}}{4} & \text{เมื่อ } 0, 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเท่ากับเท่าไร

- ก. $\frac{1}{4}$
 ข. $\frac{1}{3}$
 ค. $\frac{1}{2}$
 ง. 1

12. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = 11$ แล้ว $V(2X + 5)$ ตรงกับข้อใด

- ก. -27
 ค. -44
 ข. 27
 ง. 44

13. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่ง ต้องการจับสลากเพื่อจัดลำดับเวรประจำวันจำนวน 5 วัน จึงสร้างสลากหมายเลข ดังนี้

หมายเลข 1 แทน วันจันทร์

หมายเลข 2 แทน วันอังคาร

หมายเลข 3 แทน วันพุธ

หมายเลข 4 แทน วันพฤหัสบดี

หมายเลข 5 แทน วันศุกร์

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขสลากที่หยิบได้ ความน่าจะเป็นที่หยิบได้หมายเลขการจัดลำดับเวรที่มากกว่า 2 ตรงกับข้อใด

- ก. $-\frac{2}{5}$
 ค. $-\frac{3}{5}$
 ข. $\frac{2}{5}$
 ง. $\frac{3}{5}$

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 14. - 16.

กรมปศุสัตว์ต้องการตรวจสอบเชื้ออหิวาต์ในสุกร ถ้าความน่าจะเป็นที่พบสุกรติดเชื้อในแต่ละครั้งเท่ากับ 0.2 และสุ่มตรวจสอบสุกรทั้งหมด 10 ครั้ง

14. ความน่าจะเป็นที่พบสุกรติดเชื้ออหิวาต์ 5 ครั้ง ตรงกับข้อใด

- ก. 0.0244
 ค. 0.0264
 ข. 0.0254
 ง. 0.0274

15. ค่าคาดหวังที่พบสุกรติดเชื้ออหิวาต์เท่ากับเท่าไร

- ก. 1
 ค. 3
 ข. 2
 ง. 4

16. ความแปรปรวนของจำนวนสุกัรติดเชื้้อหวัด ตรีงกับ
ข้อใด

ก. 1.6	ข. 0.16
ค. 0.0016	ง. 0.00016

17. สุ่มเลือกจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนบนช่วง (6, 24)
ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 12 ถึง 18 ตรีงกับ
ข้อใด

ก. $-\frac{1}{3}$	ข. $\frac{1}{3}$
ค. -3	ง. 3

18. จากข้อ 17. ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือกเท่ากับเท่าไร

ก. 13 และ 25 ตามลำดับ	ค. 25 และ 13 ตามลำดับ
ข. 15 และ 27 ตามลำดับ	ง. 27 และ 15 ตามลำดับ

19. กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแล้วค่า a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.0059$ ตรีงกับข้อใด

ก. -2.25	ค. 2.25
ข. -2.52	ง. 2.52

20. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 24 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.2 จงหา $P(21 < Z < 22.2)$

ก. 0.0606	ค. 0.0806
ข. 0.0706	ง. 0.0906

ເລຂຍ

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ก | 2. ค | 3. ค | 4. ก | 5. ข | 6. ข | 7. ค | 8. ก | 9. ง | 10. ข |
| 11. ค | 12. ง | 13. ง | 14. ค | 15. ข | 16. ก | 17. ข | 18. ข | 19. ข | 20. ก |

แบบทดสอบหลังเรียน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนที่นับได้ และมีจำกัดหรือเป็นจำนวนที่นับได้และมีไม่จำกัด เรียกตัวแปรสุ่มลักษณะนี้ว่า “ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง”
- 2) ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนจริงที่ต่อเนื่องกันและไม่สามารถนับได้ เรียกตัวแปรสุ่มลักษณะนี้ว่า “ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง”

ข้อใดถูกต้อง

- ก. ข้อ 1) และข้อ 2) ถูก
- ข. ข้อ 1) ถูก และข้อ 2) ผิด
- ค. ข้อ 1) ผิด และข้อ 2) ถูก
- ง. ข้อ 1) และข้อ 2) ผิด

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) ระยะเวลาที่ตู้เย็นทำงานตั้งแต่เริ่มใช้งานจนพัง
- 2) จำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อย จากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ จำนวน 4 ครั้ง

ข้อใดถูกต้อง

- ก. ข้อ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และ ข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- ข. ข้อ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และ ข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- ค. ข้อ 1) และข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- ง. ข้อ 1) และข้อ 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 3. - 4.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนบิตตัวอักษร M ที่ได้จากการสุ่มหยิบบิตตัวอักษร 2 ไบ โดยหยิบทีละไบ จากกล่องแบบไม่ใส่คืน โดยในกล่องบรรจุบิตตัวอักษรที่สามารถสะกดได้เป็นคำว่า “MATHEMATICS” ซึ่งบิตตัวอักษรแต่ละไบแตกต่างกัน

3. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ได้ตัวอักษร M เลย เท่ากับเท่าไร

- ก. $\frac{1}{55}$
- ข. $\frac{16}{55}$
- ค. $\frac{18}{55}$
- ง. $\frac{36}{55}$

4. ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับเท่าไร

- ก. $\frac{9}{11}$
- ข. $\frac{18}{11}$
- ค. $\frac{27}{11}$
- ง. $\frac{36}{11}$

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 5. - 6.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

x	0	1	2
f(x)	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$

5. $E\left(\frac{1}{5}X - 1\right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $-\frac{4}{5}$ ข. $-\frac{5}{7}$
ค. $-\frac{6}{5}$ ง. $-\frac{9}{7}$

6. ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $\frac{26}{49}$ ข. $\frac{64}{49}$
ค. $-\frac{26}{49}$ ง. $-\frac{64}{49}$

7. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = \frac{2}{3}$

แล้ว $V\left(\frac{3X+4}{4}\right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $\frac{3}{16}$ ข. $\frac{9}{16}$
ค. $\frac{3}{8}$ ง. $\frac{9}{8}$

จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 8. - 10.

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2}{k} & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

8. k มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 9 ข. -9
ค. $\frac{1}{9}$ ง. $-\frac{1}{9}$

9. ค่าคาดหวัง E(X) มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. $-\frac{4}{3}$ ข. $-\frac{3}{4}$
ค. $\frac{4}{3}$ ง. $\frac{3}{4}$

10. ความแปรปรวน V(X) ตรงกับข้อใด เมื่อกำหนด

$$E(X^2) = \frac{51}{45}$$

- ก. $-\frac{137}{240}$
ข. $\frac{137}{240}$
ค. $-\frac{1,221}{240}$
ง. $\frac{1,221}{240}$

- | | |
|---|---|
| <p>19. กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ มาตรฐาน แล้วค่า a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.0122$ ตรงกับ ข้อใด</p> <p>ก. -2.25 ข. -2.52</p> <p>ค. 2.25 ง. 2.52</p> | <p>20. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.2 จงหา $P(15.36 < Z < 16.68)$</p> <p>ก. 0.1496 ข. 0.1486</p> <p>ค. 0.1218 ง. 0.1208</p> |
|---|---|

เฉลย

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ก | 2. ก | 3. ง | 4. ข | 5. ข | 6. ก | 7. ค | 8. ก | 9. ง | 10. ข |
| 11. ง | 12. ค | 13. ง | 14. ค | 15. ก | 16. ก | 17. ข | 18. ง | 19. ก | 20. ค |

การประเมินชิ้นงาน / ภาระงาน (รวบยอด)

แบบประเมินชิ้นงานและการนำเสนอ

“ผังมโนทัศน์สรุปเนื้อหาการแจกแจงความน่าจะเป็น”

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนประเมินชิ้นงาน/ภาระงานของนักเรียนตามรายการที่กำหนด แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	ผังมโนทัศน์				
2	ตัวอย่างประกอบแต่ละหัวข้อ				
3	การนำเสนอ				
4	ความคิดสร้างสรรค์				
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การประเมินชิ้นงาน
“ผังมโนทัศน์สรุปเนื้อหาการแจกแจงความน่าจะเป็น”

ประเด็นที่ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	4	3	2	1
1. ผังมโนทัศน์	ผังมโนทัศน์มีความถูกต้องแยกหัวข้อย่อยจากหัวข้อหลักได้อย่างถูกต้องครบถ้วนทุกหัวข้อ	ผังมโนทัศน์มีความถูกต้องแยกหัวข้อย่อยจากหัวข้อหลักได้ไม่ชัดเจนครบถ้วนทุกหัวข้อ	ผังมโนทัศน์มีความถูกต้องแยกหัวข้อย่อยจากหัวข้อหลักได้ไม่ชัดเจนหัวข้อไม่ครบถ้วน	ผังมโนทัศน์ไม่ถูกต้องแยกหัวข้อย่อยจากหัวข้อหลักได้ไม่ชัดเจนหัวข้อไม่ครบถ้วน
2. ตัวอย่างประกอบแต่ละหัวข้อ	ตัวอย่างประกอบถูกต้องและครบทุกหัวข้อ แก้ปัญหาอย่างถูกต้องตามขั้นตอนและได้คำตอบที่ถูกต้อง	ตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบทุกหัวข้อ แก้ปัญหาอย่างถูกต้องตามขั้นตอนและได้คำตอบที่ถูกต้อง	ตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบทุกหัวข้อ แก้ปัญหาไม่ถูกต้องตามขั้นตอนและได้คำตอบที่ถูกต้อง	ตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบทุกหัวข้อ แก้ปัญหาไม่ถูกต้องตามขั้นตอนและได้คำตอบไม่ถูกต้อง
3. การนำเสนอ	การนำเสนอมีการเรียบเรียงอย่างเป็นระบบ ในภาษาได้อย่างถูกต้อง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้อย่างถูกต้อง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้ถูกต้องปานกลาง	การนำเสนอมีการเรียบเรียงไม่เป็นระบบ ในภาษาได้ไม่ถูกต้อง
4. ความคิดสร้างสรรค์	ผลงานแสดงถึงความคิดสร้างสรรค์แปลกใหม่ และเป็นระบบ	ผลงานแสดงถึงความคิดสร้างสรรค์แปลกใหม่แต่ยังไม่เป็นระบบ	ผลงานมีความน่าสนใจ แต่ยังไม่มีความคิดแปลกใหม่	ผลงานไม่มีความน่าสนใจ และไม่แสดงถึงความคิดแปลกใหม่

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
13 - 16	ดีมาก
9 - 12	ดี
5 - 8	พอใช้
ต่ำกว่า 4	ปรับปรุง

แบบประเมินการนำเสนอผลงาน

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	เนื้อหากระชับ ชัดเจน	☐	☐	☐	☐
2	ความถูกต้องของเนื้อหา	☐	☐	☐	☐
3	ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย	☐	☐	☐	☐
4	วิธีการนำเสนอผลงาน	☐	☐	☐	☐
5	การตอบคำถาม	☐	☐	☐	☐
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ผลงานหรือพฤติกรรมสมบูรณ์ชัดเจน	ให้	4	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องบางส่วน	ให้	3	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องเป็นส่วนใหญ่	ให้	2	คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องมาก	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	มีความกระตือรือร้น	☐	☐	☐	☐
2	มีความพยายาม	☐	☐	☐	☐
3	การทำงานตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	☐	☐	☐	☐
4	มีระเบียบวินัย	☐	☐	☐	☐
5	ตรงต่อเวลา	☐	☐	☐	☐
รวม					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ	ให้	4	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบ่อยครั้ง	ให้	3	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบางครั้ง	ให้	2	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมน้อยครั้ง	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ลำดับ ที่	ชื่อ - สกุล ของนักเรียน	การแสดง ความคิดเห็น				การยอมรับฟัง คนอื่น				การทำงาน ตามที่ได้รับ มอบหมาย				ความมีน้ำใจ				การมีส่วนร่วมใน การปรับปรุง ผลงานกลุ่ม				รวม 20 คะแนน
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	

ลงชื่อผู้ประเมิน
...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ	ให้	4	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบ่อยครั้ง	ให้	3	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบางครั้ง	ให้	2	คะแนน
ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมน้อยครั้ง	ให้	1	คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18 - 20	ดีมาก
14 - 17	ดี
10 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ด้าน	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์	1.1 ยืนตรงเคารพธงชาติ และร้องเพลงชาติได้				
	1.2 เข้าร่วมกิจกรรมที่สร้างความสามัคคี ประองดอง และเป็นประโยชน์ต่อโรงเรียน				
	1.3 เข้าร่วมกิจกรรมทางศาสนาที่ตนนับถือ ปฏิบัติตามหลักศาสนา				
	1.4 เข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวกับสถาบันพระมหากษัตริย์ตามที่โรงเรียนจัดขึ้น				
2. ซื่อสัตย์ สุจริต	2.1 ให้ข้อมูลที่ถูกต้อง และเป็นจริง				
	2.2 ปฏิบัติในสิ่งที่ถูกต้อง				
3. มีวินัย	3.1 ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของครอบครัว มีความตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน				
4. ใฝ่เรียนรู้	4.1 รู้จักใช้เวลาว่างให้เป็นประโยชน์ และนำไปปฏิบัติได้				
	4.2 รู้จักจัดสรรเวลาให้เหมาะสม				
	4.3 ตั้งใจเรียน				
5. อยู่อย่างพอเพียง	5.1 ใช้ทรัพย์สินและสิ่งของของโรงเรียนอย่างประหยัด				
	5.2 ใช้อุปกรณ์การเรียนอย่างประหยัดและรู้คุณค่า				
	5.3 ใช้จ่ายอย่างประหยัดและมีการเก็บออมเงิน				
6. มุ่งมั่นในการทำงาน	6.1 มีความตั้งใจและพยายามในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย				
	6.2 มีความอดทนและไม่ท้อแท้ต่ออุปสรรคเพื่อให้งานสำเร็จ				
7. รักความเป็นไทย	7.1 มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย				
	7.2 เห็นคุณค่าและปฏิบัติตามวัฒนธรรมไทย				
8. มีจิตสาธารณะ	8.1 รู้จักช่วยพ่อแม่ ผู้ปกครอง และครูทำงาน				
	8.2 รู้จักการดูแลรักษาทรัพย์สินสมบัติและสิ่งแวดล้อมของห้องเรียนและโรงเรียน				

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

พฤติกรรมที่ปฏิบัติสม่ำเสมอ	ให้ 4 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติบ่อยครั้ง	ให้ 3 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติบางครั้ง	ให้ 2 คะแนน
พฤติกรรมที่ปฏิบัติน้อยครั้ง	ให้ 1 คะแนน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
68 - 80	ดีมาก
54 - 67	ดี
40 - 53	พอใช้
ต่ำกว่า 40	ปรับปรุง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ตัวแปรสุ่ม

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) อธิบายความหมายของตัวแปรสุ่มได้ (K)
- 2) จำแนกประเภทของตัวแปรสุ่มได้ถูกต้อง (P)
- 3) นำความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่มไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง ซึ่งแบ่งเป็น 2 ชนิด ดังนี้

- 1) ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable)

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม

- 2) ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable)

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
3. ความสามารถในการสื่อสาร 4. ความสามารถในการคิด 9) ทักษะการระบุ 10) ทักษะการจำแนกประเภท 11) ทักษะการให้เหตุผล 12) ทักษะการวิเคราะห์ 5. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียนและกระตุ้นความสนใจโดยให้นักเรียนพิจารณาภาพและข้อความหน้าหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 130 จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำถาม ดังนี้
 - ข้อความดังกล่าวเป็นข้อความเกี่ยวกับอะไร
 - นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็น มาใช้อธิบายการแปรผันทางพันธุกรรมได้อย่างไร
- ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับแฟกทอเรียล การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ และความน่าจะเป็น จาก “ควรรู้ก่อนเรียน” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 131 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม

- ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียนด้วยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 131 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

- ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างการเขียนผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน เช่น เขียนอยู่ในรูปแบบตัวเลข ตัวอักษร)
- ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้
 - เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด เรียกว่าอะไร
(แนวตอบ ปริภูมิตัวอย่าง (sample space))
 - สิ่งที่สนใจจากการทดลองสุ่มซึ่งเป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง เรียกว่าอะไร
(แนวตอบ เหตุการณ์ (event))
- ครูให้นักเรียนเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่ม ต่อไปนี้
 - การโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ จำนวน 3 ครั้ง
 - การเล่นเป่ายิงฉุบ จำนวน 1 ครั้ง
- ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยการเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มต่อไปนี้
 - การโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ จำนวน 3 ครั้ง
ปริภูมิตัวอย่าง $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
 - การเล่นเป่ายิงฉุบ จำนวน 1 ครั้ง
ปริภูมิตัวอย่าง $S = \{\text{แพ้, ชนะ, เสมอ}\}$
- จากข้อ 4. ครูอธิบายว่า การเขียนปริภูมิตัวอย่างแบบนี้ มีข้อเสีย คือ สมาชิกปริภูมิตัวอย่างไม่เป็นจำนวนจริง ซึ่งไม่สะดวกในการนำไปคำนวณต่อ เพื่อแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะได้ศึกษาความน่าจะเป็นในรูปแบบของตัวแปรสุ่ม (random variable) และอธิบายลักษณะต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่มนี้จากการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution)
- ครูยกตัวอย่างการเขียนปริภูมิตัวอย่าง โดยให้นักเรียนพิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้
ตัวอย่างที่ 1 ธاراโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ จำนวน 2 ครั้ง สามารถเขียนปริภูมิตัวอย่าง S_1 ได้ ดังนี้

$$S_1 = \{HH, HT, TH, TT\}$$
 ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ จำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว สามารถเขียนปริภูมิตัวอย่าง S_2 ได้ ดังนี้

$$S_2 = \{0, 1, 2\}$$
 โดย สมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง S_2 เป็นสับเซตของจำนวนจริง
 จากการทดลองสุ่มข้างต้น เมื่อให้ X เป็นจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว เราสามารถสร้างฟังก์ชัน X ระหว่างปริภูมิตัวอย่าง S_1 กับจำนวนจริงได้ ดังนี้

$$X(TT) = 0$$

$$X(HT) = X(TH) = 1$$

และ $X(HH) = 2$

7. ครูอธิบายบทนิยามของตัวแปรสุ่ม ดังนี้ “ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง”
8. ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 1 ถ้า X แทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว เราจะเขียนตัวแปรสุ่ม X ในรูปแบบเซตได้อย่างไร
(แนวตอบ $X = \{0, 1, 2\}$)
9. ครูให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างสถานการณ์ และเขียนตัวแปรสุ่มในรูปแบบเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด
10. ครูยกตัวอย่างในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 132-133 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
11. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 133 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนมีความเข้าใจที่ตรงกัน
12. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ “กิจกรรมคณิตศาสตร์” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
13. ครูถามคำถามนักเรียนจาก “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ว่า ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มแต่ละข้อเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ทุกข้อเป็นจำนวนจริง และต่างกัน คือ ข้อ 1.-3. ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนเต็ม ส่วนข้อ 4.-5. ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนจริงที่ต่อเนื่องกันและไม่สามารถนับได้)

14. ครูอธิบายเพิ่มเติมจาก “กิจกรรมคณิตศาสตร์” ดังนี้
 - ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ในข้อ 1.-3. เป็นจำนวนเต็ม จะเรียกตัวแปรสุ่มในลักษณะนี้ว่า ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) ซึ่งมีบทนิยาม ดังนี้
บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม
 - ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ในข้อ 4.-5. เป็นจำนวนจริงที่ต่อเนื่องกันและไม่สามารถนับได้ จะเรียกตัวแปรสุ่มในลักษณะนี้ว่า ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable) ซึ่งมีบทนิยาม ดังนี้
บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง

15. ครูถามคำถามนักเรียนว่า สถานการณ์ต่อไปนี้ เป็นตัวแปรสุ่มชนิดใด พร้อมระบุค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม
- 1) ถ้า X แทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัวจากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ 3 ครั้ง
 - 2) ถ้า X แทนผลบวกของแต้มลูกเต๋าจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง
 - 3) ถ้า X แทนเวลาของการรอรถประจำทางที่ป้ายโดยสารแห่งหนึ่ง
- (แนวตอบ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และมีค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และมีค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ $\{2, 3, 4, \dots, 12\}$
- 3) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และมีค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ $[0, \infty)$
16. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนบทเรียน และยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ชนิดละ 5 ตัวอย่าง จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3-4 คู่ มานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียน ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
17. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
- ตัวแปรสุ่มคืออะไร
- (แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง)
- ตัวแปรสุ่มแบ่งเป็นมีกี่ชนิด อะไรบ้าง
- (แนวตอบ 2 ชนิด ได้แก่ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) และตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable))
- ตัวแปรสุ่มทั้ง 2 ชนิด ต่างกันอย่างไร
- (แนวตอบ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จะมีเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม ส่วนตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จะมีเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง)

ชั่วโมงที่ 2

18. ครูทบทวนความรู้นักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ทีม ทีมที่ 1 ยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และทีมที่ 2 ยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เขียนคำตอบลงบนกระดานภายในเวลาที่กำหนด โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
19. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 134 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
20. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 134 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

21. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 135 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
22. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 135 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
23. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 132-135 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
24. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 142 ข้อ 1 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.1 เรื่อง ตัวแปรสุ่ม จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง
 - ตัวแปรสุ่ม แบ่งเป็น 2 ชนิด ดังนี้
 - 1) ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม
 - 2) ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง
2. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจง ความน่าจะเป็น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบ ก่อนเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.2 ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ตัวแปรสุ่ม	- ตรวจสอบใบงานที่ 2.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.1 ก - ตรวจสอบ Exercise 2.1 A	- ใบงานที่ 2.1 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ก - Exercise 2.1 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 2) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 3) ใบงานที่ 2.1 เรื่อง ตัวแปรสุ่ม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน
- 2) ห้องสมุด
- 3) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.1

เรื่อง ตัวแปรสุ่ม

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ให้แสดงว่า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เมื่อ X เป็นจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว จากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ จำนวน 5 ครั้ง

.....

.....

.....

2. ให้แสดงว่า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เมื่อ X เป็นจำนวนครั้งในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก จนกระทั่งลูกเต๋ารากฏแต้ม 6 เป็นครั้งแรก

.....

.....

.....

3. ให้แสดงว่า T เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เมื่อ T เป็นระยะเวลา (นาฬิกา) การใช้งานของพัดลมตัวหนึ่งตั้งแต่เริ่มใช้งานจนกระทั่งพัดลมหยุดทำงาน

.....

.....

.....

4. ให้พิจารณาว่า ตัวแปรสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

- 1) จำนวนครั้งที่ลูกเต๋ารากฏแต้ม 1 จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก จำนวน 1 ครั้ง
- 2) น้ำหนักของนักเรียนในห้องเรียน
- 3) ระยะเวลาที่รถไฟมาจอดที่สถานี
- 4) จำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้จากกล่องที่มีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีฟ้า 3 ลูก และสีเขียว 4 ลูก

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 2.1

เรื่อง ตัวแปรสุ่ม

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ให้แสดงว่า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เมื่อ X เป็นจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว จากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ จำนวน 5 ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ จำนวน 5 ครั้ง จำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5

..... จะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X คือ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

..... ดังนั้น X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

2. ให้แสดงว่า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เมื่อ X เป็นจำนวนครั้งในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก จนกระทั่งลูกเต๋ารากฏแต้ม 6 เป็นครั้งแรก

วิธีทำ เนื่องจากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ลูกเต๋ารากฏแต้ม 6 ในการทอดลูกเต๋ารั้งที่ 1, ครั้งที่ 2, ครั้งที่ 3, ...

..... จะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X คือ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

..... ดังนั้น X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

3. ให้แสดงว่า T เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง เมื่อ T เป็นระยะเวลา (นาฬิกา) การใช้งานของพัดลมตัวหนึ่งตั้งแต่เริ่มใช้งาน จนกระทั่งพัดลมหยุดทำงาน

วิธีทำ เนื่องจาก T เป็นระยะเวลาของการทำงานของพัดลมตัวหนึ่งตั้งแต่เริ่มใช้งานจนกระทั่งหยุดทำงาน

..... จะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ของ T คือ $[0, \infty)$ ซึ่งอยู่ในรูปของช่วง

..... ดังนั้น T เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

4. ให้พิจารณาว่า ตัวแปรสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

1) จำนวนครั้งที่ลูกเต๋ารากฏแต้ม 1 จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก จำนวน 1 ครั้ง

2) น้ำหนักของนักเรียนในห้องเรียน

3) ระยะเวลาที่รถไฟฟ้ามาจอดที่สถานี

4) จำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้จากกล่องที่มีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีฟ้า 3 ลูก และสีเขียว 4 ลูก

ตอบ 1) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

..... 2) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

..... 3) เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

..... 4) ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 4) อธิบายความหมายของการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ (K)
- 5) ตรวจสอบได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มหรือไม่ (K)
- 6) เขียนตารางแจกแจงความน่าจะเป็นและกราฟของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 7) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 8) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (probability distribution of discrete random variables) กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = P(X = x)$ แทนความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม X จะมีผลการทดลองเป็น x ซึ่ง $f(x)$ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และผลรวมของ $f(x)$ จากทุกค่า x เป็น 1 เสมอ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของความน่าจะเป็น และเรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (probability mass function หรือ p.m.f.) โดยสรุปเป็นบทนิยามได้ ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_{x \in X} f(x) = 1$
3. $P(X = x) = f(x)$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
6. ความสามารถในการสื่อสาร 7. ความสามารถในการคิด 13) ทักษะการระบุ 14) ทักษะการคิดคล่อง 15) ทักษะการวิเคราะห์ 8. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง
 - ตัวแปรสุ่มแบ่งเป็น 2 ชนิด ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม
 - ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง
- ครูสุ่มนักเรียนยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ชนิดละ 3-4 คน

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

25. ครูกยกตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้

โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ จำนวน 2 ครั้ง

จากการทดลองสุ่มข้างต้น ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว
 ดังนั้น $X = \{0, 1, 2\}$

พิจารณา ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 0, 1 หรือ 2 ครั้ง จะได้

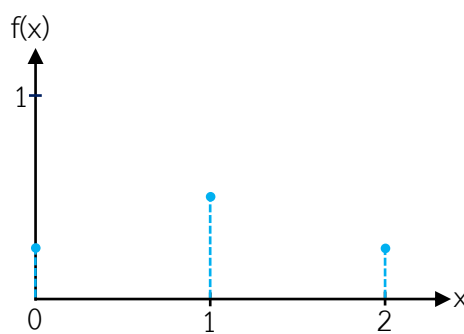
$$f(0) = P(X = 0) = \frac{1}{4} \quad \text{คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 0 ครั้ง}$$

$$f(1) = P(X = 1) = \frac{2}{4} \quad \text{คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 1 ครั้ง}$$

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{1}{4} \quad \text{คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 2 ครั้ง}$$

เมื่อนำผลลัพธ์จากการคำนวณมาเขียนอยู่ในรูปตารางและกราฟการแจกแจงความน่าจะเป็น จะทำให้เห็นลักษณะของการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	รวม
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1



ตอบ

26.ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างเพิ่มเติม จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 136 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

27.ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างในหนังสือเรียนที่นักเรียนได้ศึกษา ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างในหนังสือเรียน เป็นตัวแปรสุ่มชนิดใด

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง)

- $P(X = x)$ คืออะไร

(แนวตอบ $P(X = x)$ คือ ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และ x เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม X)

28.ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างข้างต้น เรียกว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (probability distribution of discrete random variables)

29.ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างตารางและกราฟการแจกแจงความน่าจะเป็น $f(x)$ มีค่าเท่าไร และมีผลรวมเท่าไร

(แนวตอบ $f(x)$ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และมีผลรวมของ $f(x)$ จากทุกค่า x เป็น 1 เสมอ)

30. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากคำตอบในข้อ 5. ว่า $f(x)$ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และมีผลรวมของ $f(x)$ จากทุกค่า x เป็น 1 เสมอ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของความน่าจะเป็น และฟังก์ชัน f ที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมด จะเรียกว่า ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (probability mass function หรือ p.m.f.) สรุปเป็นบทนิยามได้ ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X โดยมีสมบัติ ดังนี้

1. $f(x) \geq 0$

2. $\sum_{x \in X} f(x) = 1$

3. $P(X = x) = f(x)$

31. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 137-138 อธิบายบนกระดาน อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

32. ครูถามนักเรียนว่า การพิจารณาว่า ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง หรือไม่ พิจารณาอย่างไร

(แนวตอบ พิจารณาจาก $f(x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} f(x) = 1$)

33. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 138 จากนั้น สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

34. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้
ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

- 1) $f(x) \geq 0$

- 2) $\sum_{x \in X} f(x) = 1$

- 3) $P(X = x) = f(x)$

35. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 142 ข้อ 2-3 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

36. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

37. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 138-139 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

38. ครุยกตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องเพิ่มเติม ดังนี้

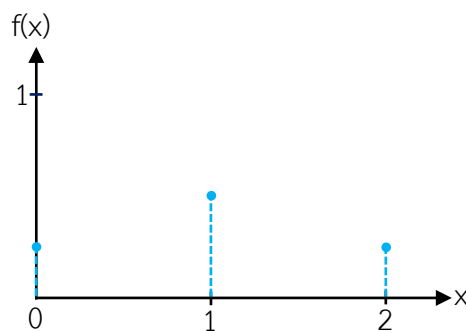
ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่มิบุตรเป็นเพศหญิงจากการมีบุตรทั้งหมด 2 คนของครอบครัวหนึ่ง

- 1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มิบุตรเป็นเพศหญิงจำนวน 1 คน
- 3) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มิบุตรเป็นเพศหญิงอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่มิบุตรเป็นเพศหญิงจากการมีบุตรทั้งหมด 2 คน จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จะได้ $P(X = 1) = \frac{2}{4}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มิบุตรเป็นเพศหญิงจำนวน 1 คน เท่ากับ $\frac{1}{2}$

3) เนื่องจาก $P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2)$

จะได้ $P(X \geq 1) = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มิบุตรเป็นเพศหญิงอย่างน้อย 1 คน เท่ากับ $\frac{3}{4}$

ตอบ

39. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 140 จากนั้นครูให้นักเรียนที่ทำเสร็จคู่แรกออกมานำเสนอวิธีคิด โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 3

40. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ชนิดต่อเนื่อง จากนั้นยกตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีทำ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3!}{x!(3-x)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- 1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ให้พิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่

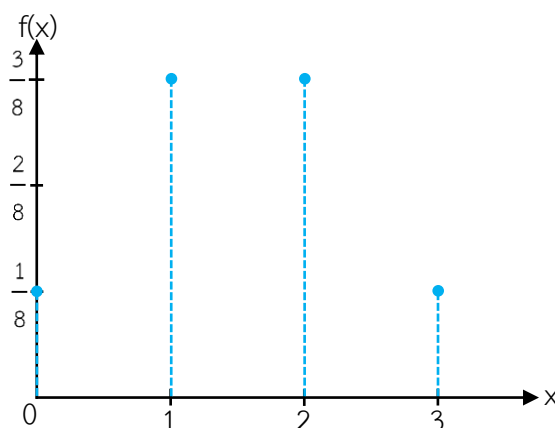
วิธีทำ 1) จาก X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3!}{x!(3-x)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในข้อ 1) จะเห็นว่า

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$2. \sum_{x \in X} f(x) = \sum_{x=0}^3 f(x) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

ตอบ

41. ครูยกตัวอย่างที่ 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 140-141 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
42. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 141 จากนั้น สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
43. ครูยกตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องเพิ่มเติม ดังนี้

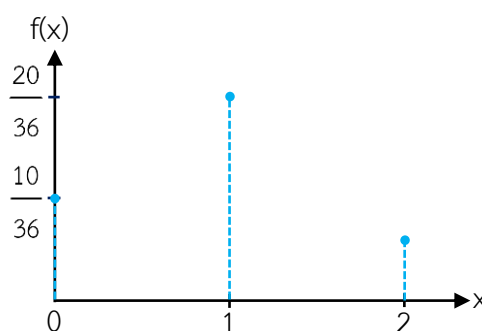
ตัวอย่างที่ 4 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนบัตรอักษร E ที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืนจากกล่อง โดยในกล่องบรรจุบัตรตัวอักษรที่สามารถสะกดได้เป็น คำว่า “TENNESSEE” ซึ่งบัตรตัวอักษรแต่ละใบแตกต่างกัน

- 1) ให้สร้างตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมเขียนกราฟ
- 2) ให้หาฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
- 3) ให้หา $P(0 < X \leq 2)$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนบัตรอักษร E ที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืนจากกล่อง โดยในกล่องบรรจุบัตรตัวอักษรที่สามารถสะกดได้เป็น คำว่า “TENNESSEE” ซึ่งบัตรตัวอักษรแต่ละใบแตกต่างกัน
จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	รวม
$f(x)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{20}{36}$	$\frac{6}{36}$	1

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



2) ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

จะเห็นว่า $f(x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} f(x) = 1$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{4}{x} \binom{5}{2-x}}{36} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

3) เนื่องจาก $P(0 < X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2)$

$$\text{จะได้ } P(0 < X \leq 2) = \frac{20}{36} + \frac{6}{36}$$

$$= \frac{26}{36}$$

$$= \frac{13}{18}$$

$$\text{ดังนั้น } P(0 < X \leq 2) = \frac{13}{18}$$

ตอบ

44. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 142 ข้อ 4-5 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้
 - ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X
 - 1) $f(x) \geq 0$
 - 2) $\sum_{x \in X} f(x) = 1$
 - 3) $P(X = x) = f(x)$
4. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6) การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.2 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ก - ตรวจ Exercise 2.1 A	- ใบงานที่ 2.2 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ก - Exercise 2.1 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
8) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
9) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
10) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.2 สื่อการเรียนรู้

- 4) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 5) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 6) ใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 4) ห้องเรียน
- 5) ห้องสมุด
- 6) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.2

เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อย จากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง
 - 1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ แล้วพิจารณาว่า $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่
 - 2) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ขึ้นก้อย
 - 3) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยจำนวน 1 ถึง 2 ครั้ง

[illegible]

ใบงานที่ 2.2

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

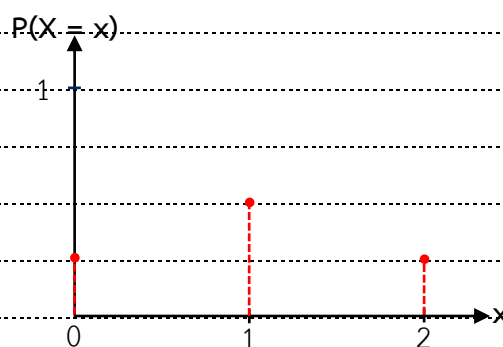
คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อย จากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง
 - ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ แล้วพิจารณาว่า $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่
 - ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ขึ้นก้อย
 - ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยจำนวน 1 ถึง 2 ครั้ง

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อย จากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง
จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	รวม
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

จะเห็นว่า $P(X = x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} P(X = x) = 1$

ดังนั้น $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จะได้ $P(X = 0) = \frac{1}{4}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ขึ้นก้อยเท่ากับ $\frac{1}{4}$

3) เนื่องจาก $P(1 \leq X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(1 \leq X \leq 2) &= \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นก้อยจำนวน 1 ถึง 2 ครั้ง เท่ากับ $\frac{3}{4}$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนผลต่างของแต้มลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก ที่ได้จากการโยนลูกเต๋าทึ่ียงตรง 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง
- 1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ แล้วพิจารณาว่า $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่
 - 2) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก เป็น 0
 - 3) ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก เป็น 1 ถึง 5

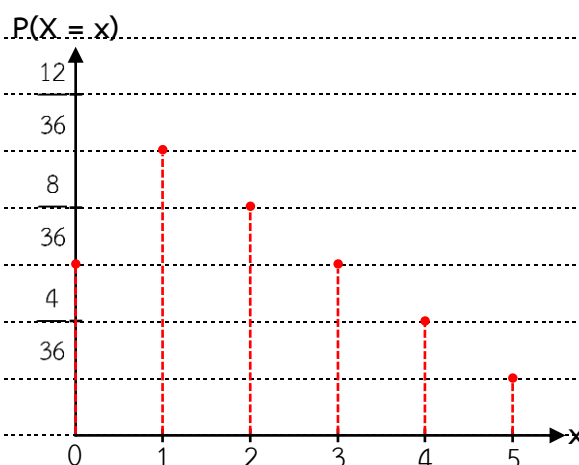
วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนต่างของแต้มลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก ที่ได้จากการโยนลูกเต๋าทึ่ียงตรง

2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง

จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	3	4	5	รวม
$P(X = x)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

จะเห็นว่า $P(X = x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} P(X = x) = 1$

ดังนั้น $P(X = x)$ เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จะได้ $P(X = 0) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มลูกเต๋าทิ้ง 2 ลูก เป็น 0 เท่ากับ $\frac{1}{6}$

3) เนื่องจาก $P(1 \leq X \leq 5) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$

จะได้
$$\begin{aligned} P(1 \leq X \leq 5) &= \frac{10}{36} + \frac{8}{36} + \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} \\ &= \frac{30}{36} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มบนลูกเต๋าทิ้ง 2 ลูกเป็น 1 ถึง 5 เท่ากับ $\frac{5}{6}$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{10} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- 1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ให้พิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่

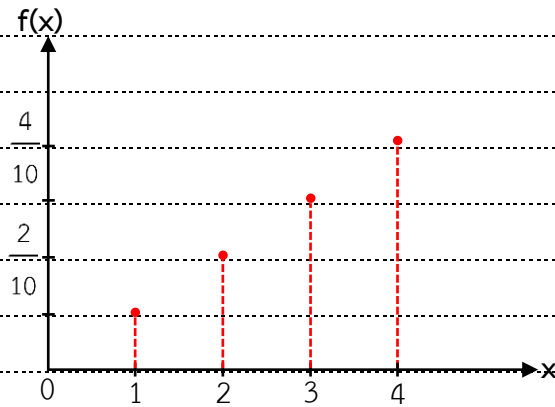
วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{10} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในข้อ 1) จะเห็นว่า

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$2. \sum_{x \in X} f(x) = \sum_{x=1}^4 f(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10}$$

$$= \frac{10}{10}$$

$$= 1$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

4. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{26} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

1) ให้สร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ

2) ให้พิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่

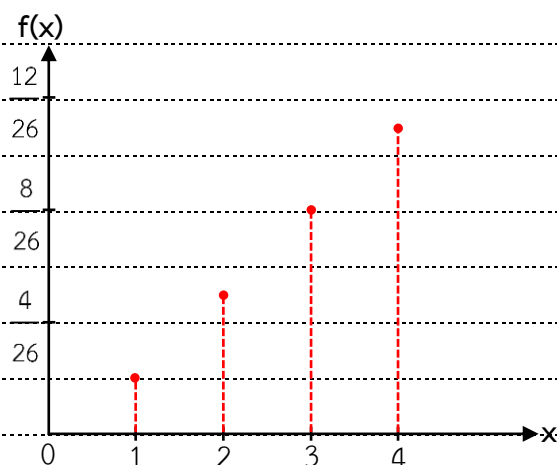
วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{26} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{2}{26}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{8}{26}$	$\frac{11}{26}$

จากตารางข้างต้นเขียนกราฟได้ ดังนี้



2) จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในข้อ 1) จะเห็นว่า

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$2. \sum_{x \in X} f(x) = \sum_{x=1}^4 f(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$$

$$= \frac{2}{26} + \frac{5}{26} + \frac{8}{26} + \frac{11}{26}$$

$$= \frac{26}{26}$$

$$= 1$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 9) อธิบายความหมายของการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ (K)
- 10) ตรวจสอบได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มหรือไม่ (K)
- 11) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 12) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (probability distribution of continuous random variables) คำนวณหาความน่าจะเป็นได้โดยการหาพื้นที่ซึ่งปิดล้อมด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ และจากสมบัติของการหาปริพันธ์ จะได้ว่า

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$3. P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
9. ความสามารถในการสื่อสาร 10. ความสามารถในการคิด 16) ทักษะการคิดคล่อง 17) ทักษะการระบุ 18) ทักษะการวิเคราะห์ 11. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่มแบ่งเป็น 2 ชนิด ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม
 - ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง
 - ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X
 - $f(x) \geq 0$
 - $\sum_{x \in X} f(x) = 1$
 - $P(X = x) = f(x)$
- ครูสุ่มนักเรียนยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง 3-4 ตัวอย่าง

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

45. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับรายได้เฉลี่ยต่อเดือนของครัวเรือนว่า เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

46. ครูยกตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ซึ่งเป็นข้อมูลเกี่ยวกับรายได้เฉลี่ยต่อเดือนต่อครัวเรือน ปี พ.ศ. 2560 ของประชากรทั่วราชอาณาจักรไทย จากข้อมูลสำนักงานสถิติแห่งชาติ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 143-144 โดยอธิบายบนกระดานอย่างละเอียด พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

47. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างข้างต้น ดังนี้

- เมื่อกำหนดตัวแปรสุ่ม X ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องแล้ว ฟังก์ชันที่ได้เรียกว่าอะไร
(*แนวตอบ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (probability density function หรือ p.d.f.)*)
- พื้นที่ใต้เส้นโค้ง f สามารถใช้แทนอะไร
(*แนวตอบ ความน่าจะเป็นรวมของตัวแปรสุ่ม X*)
- การหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X บนช่วง (a, b) ใด ๆ หาได้อย่างไร
(*แนวตอบ $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$*)
- ความน่าจะเป็นที่รายได้เฉลี่ยต่อเดือนต่อครัวเรือนอยู่บนช่วง $(30,000, 40,000)$ เท่ากับเท่าไร

$$\begin{aligned}
 (\text{แนวตอบ } P(30,000 < X < 40,000)) &= \int_{30,000}^{40,000} \frac{(1.16)(6,000)^{1.16}}{x^{2.16}} dx \\
 &= - \frac{6,000^{1.16}}{x^{1.16}} \bigg|_{30,000}^{40,000} \\
 &\approx 0.04
 \end{aligned}$$

48. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในทำนองเดียวกัน สำหรับตัวแปรสุ่มต่อเนื่องชนิดอื่น ๆ ก็สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นได้โดยการหาพื้นที่ซึ่งปิดล้อมด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ และจากสมบัติของการหาปริพันธ์ จะได้ว่า

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

49. ครูยกตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 145-146 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

50. ครูเน้นย้ำ “แนะแนวคิด” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 146

51. จากตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียน ครูถามนักเรียนว่า การพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่ มีวิธีการอย่างไร

(แนวตอบ มีวิธีการ ดังนี้ 1) $f(x) \geq 0$ สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

52. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน จึงมีบทนิยามของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นดังต่อไปนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$3. P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

53. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 146 จากนั้นครูสุ่ม นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

54. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$3. P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

55. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 142 ข้อ 1-2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

56. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
57. ครุยักตัวอย่างเพิ่มเติม พร้อมทั้งอธิบาย ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 1** กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15}(2x) & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา 1) $P(1 \leq X \leq 2)$

2) $P(X > 2)$

วิธีทำ 1) จากบทนิยาม $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad P(1 \leq X \leq 2) &= \int_1^2 \frac{1}{15}(2x) dx \\ &= \frac{1}{15} x^2 \Big|_1^2 \\ &= \left[\frac{1}{15}(2^2) \right] - \left[\frac{1}{15}(1^2) \right] \\ &= \frac{4-1}{15} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

2) จากบทนิยาม $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad P(X > 2) &= \int_2^{\infty} f(x) dx \\ &= \int_2^4 f(x) dx + \int_4^{\infty} f(x) dx \\ &= \int_2^4 \frac{1}{15}(2x) dx + \int_4^{\infty} 0 dx \\ &= \frac{1}{15} x^2 \Big|_2^4 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{1}{15} (4^2) \right] - \left[\frac{1}{15} (2^2) \right] \\
 &= \frac{16 - 4}{15} \\
 &= \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และค่า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} k(3x^2 - 1) & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาค่า k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

$$\begin{aligned}
 \text{จากบทนิยาม} \quad & \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \\
 \text{จะได้} \quad & \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx \\
 & 1 = \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx \\
 & 1 = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^3 k(3x^2 - 1) dx + \int_3^{\infty} 0 dx \\
 & 1 = k(x^3 - x) \Big|_0^3 \\
 & 1 = k(3^3 - 3) - k(0^3 - 0) \\
 & 1 = 24k \\
 & k = \frac{1}{24}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{24} (3x^2 - 1) & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ตอบ

58. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 147 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
59. ให้นักเรียนจับคู่ทบทวนเนื้อหา จากนั้นทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 148 เสร็จแล้วสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและตรวจสอบความถูกต้อง
60. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 148 ข้อ 3-4 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.3 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้
 - ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X
 - 1. $f(x) \geq 0$
 - 2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
 - 3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$
6. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
11) การแจกแจง ความน่าจะเป็น ของตัวแปรสุ่ม ชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.3 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ข - ตรวจ Exercise 2.1 B	- ใบงานที่ 2.3 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ข - Exercise 2.1 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
12) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
13) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
14) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.3 สื่อการเรียนรู้

- 7) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 8) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 9) ใบงานที่ 2.3 เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 7) ห้องเรียน
- 8) ห้องสมุด
- 9) อินเทอร์เน็ต

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และค่า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} k(2x + 1) & \text{เมื่อ } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาค่า k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of approximately 20 horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no other markings or text present.

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และค่า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3}{k} & \text{เมื่อ } -1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาค่า k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

[illegible]

ใบงานที่ 2.3

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- 1) ให้พิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หรือไม่
- 2) ให้หา $P(2 \leq X < 4)$
- 3) ให้หา $P(X > 2)$

วิธีทำ 1) จากบทนิยาม จะเห็นว่า

1.1) $f(x) \geq 0$ สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1.2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_1^7 \frac{1}{6} dx$$

$$= \frac{1}{6} x \Big|_1^7$$

$$= \frac{7-1}{6}$$

$$= 1$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

$$2) \text{ จากบทนิยาม } P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$\text{จะได้ } P(2 \leq X < 4) = \int_2^4 \frac{1}{6} dx$$

$$= \frac{1}{6} x \Big|_2^4$$

$$= \frac{4-2}{6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

3) จากบทนิยาม $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

จะได้ $P(X > 2) = \int_2^{\infty} f(x) dx$

$$= \int_2^7 f(x) dx + \int_7^{\infty} f(x) dx$$

$$= \int_2^7 \frac{1}{6} dx + \int_7^{\infty} 0 dx$$

$$= \frac{1}{6} x \Big|_2^7 + 0$$

$$= \frac{7-2}{6}$$

$$= \frac{5}{6}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และค่า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} k(2x+1) & \text{เมื่อ } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาค่า k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X .

จากบทนิยาม $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

จะได้ $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx$

$$1 = \int_{-\infty}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx$$

$$1 = \int_{-\infty}^1 0 dx + \int_1^3 k(2x+1) dx + \int_3^{\infty} 0 dx$$

$$1 = k(x^2 + x) \Big|_1^3$$

$$1 = k(3^2 + 3) - k(1^2 + 1)$$

$$1 = 10k$$

$$k = \frac{1}{10}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(2x+1) & \text{เมื่อ } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง และค่า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3}{k} & \text{เมื่อ } -1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาค่า k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ให้ f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X .

จากบทนิยาม
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

จะได้
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx$$

$$1 = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^{\infty} f(x) dx$$

$$1 = \int_{-\infty}^{-1} 0 dx + \int_{-1}^3 \frac{1}{k}(x^2 + 3) dx + \int_3^{\infty} 0 dx$$

$$1 = k \left(\frac{x^3}{3} + 3x \right) \Big|_{-1}^3$$

$$1 = \frac{1}{k} \left[\left(\frac{3^3}{3} + 3(3) \right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + 3(-1) \right) \right]$$

$$1 = \frac{1}{k} \left(\frac{64}{3} \right)$$

$$k = \frac{64}{3}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64}(x^2 + 3) & \text{เมื่อ } -1 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 13) อธิบายความหมายของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ (K)
- 14) แสดงวิธีหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 15) เขียนกราฟของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 16) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 17) นำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

สมบัติที่สำคัญของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับจำนวนจริง a และ b โดยที่ $a < b$ จะได้

- 1) $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) + P(X = a)$
- 2) $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a) + P(X = a) - P(X = b)$
- 3) $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
- 4) $P(a < X < b) = F(b) - F(a) - P(X = b)$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
12. ความสามารถในการสื่อสาร 13. ความสามารถในการคิด 19) ทักษะการระบุ 20) ทักษะการคิดคล่อง 21) ทักษะการเชื่อมโยง 22) ทักษะการวิเคราะห์ 14. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (probability distribution of discrete random variables) กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = P(X = x)$ แทนความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม X จะมีผลการทดลองเป็น x ซึ่ง $f(x)$ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และผลรวมของ $f(x)$ จากทุกค่า x เป็น 1 เสมอ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของความน่าจะเป็นและเรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (probability mass function หรือ p.m.f.) โดยสรุปเป็นบทนิยามได้ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \sum_{x \in X} f(x) = 1$$

$$3. P(X = x) = f(x)$$

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

61. ครูยกตัวอย่าง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 149 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

62. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างข้างต้น ดังนี้

- หาค่า $F(2.4)$ เท่ากับเท่าไร

$$\begin{aligned} \text{(แนวตอบ)} \quad F(2.4) &= \sum_{t \leq 2.4} f(t) = f(0) + f(1) + f(2) \\ &= \frac{7}{44} + \frac{21}{44} + \frac{14}{44} \\ &= \frac{21}{22} \end{aligned}$$

- ค่า $F(2.1)$ และ $F(2.4)$ ต่างกันหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ไม่ต่างกัน ทั้ง $F(2.1)$ และ $F(2.4)$ มีค่าเท่ากัน)

- ถ้าเปลี่ยนค่า x จาก 2.1 เป็นจำนวนที่อยู่บนช่วง $[2, 3)$ ผลลัพธ์จะเป็นเช่นไร

(แนวตอบ ผลลัพธ์ยังคงเท่ากับ $\frac{21}{22}$ เช่นกัน)

63. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างข้างต้น จะเป็นไปตามบทนิยามของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

64. ครูให้นักเรียนศึกษาสมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 150

65. ครูยกตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 150-151 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

66. จากตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียน ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากกราฟในตัวอย่างที่ 9 ข้อ 1) $\sum_{x \in X} f(x)$ เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ $\sum_{x \in X} f(x) = 1$)

- จากตัวอย่างที่ 9 ข้อ 3) ใช้สมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องข้อใด

(แนวตอบ ข้อ 4. คือ $P(a < X < b) = F(b) - F(a) - P(X = b)$)

67. ครุยตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

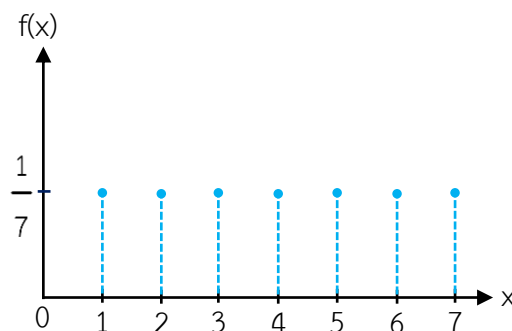
ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหนังสือที่สุ่มหยิบได้จากหนังสือที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 เล่ม โดยมีสัญลักษณ์ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ และ B_7 กำกับไว้ ให้หา

- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- 3) $P(2 < X \leq 5)$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหนังสือที่สุ่มหยิบได้จากหนังสือที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 เล่ม โดยมีสัญลักษณ์ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ และ B_7 กำกับไว้ จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

กราฟของฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นดังนี้



2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 8 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $1 \leq x < 2$ จะได้ $F(x) = f(1) = \frac{1}{7}$

กรณีที่ 3 $2 \leq x < 3$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) = \frac{2}{7}$

กรณีที่ 4 $3 \leq x < 4$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) = \frac{3}{7}$

กรณีที่ 5 $4 \leq x < 5$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{4}{7}$

กรณีที่ 6 $5 \leq x < 6$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \frac{5}{7}$

$$\text{กรณีที่ 7 } 6 \leq x < 7 \quad \text{จะได้ } F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = \frac{6}{7}$$

$$\text{กรณีที่ 8 } x \geq 7 \quad \text{จะได้ } F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7) = 1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{1}{7} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{2}{7} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ \frac{3}{7} & \text{เมื่อ } 3 \leq x < 4 \\ \frac{4}{7} & \text{เมื่อ } 4 \leq x < 5 \\ \frac{5}{7} & \text{เมื่อ } 5 \leq x < 6 \\ \frac{6}{7} & \text{เมื่อ } 6 \leq x < 7 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 7 \end{cases}$$

$$3) \text{ จาก } P(2 < X \leq 5) = F(5) - F(2)$$

$$\text{จะได้ } P(2 < X \leq 5) = F(5) - F(2)$$

$$= \frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{3}{7}$$

$$\text{ดังนั้น } P(2 < X \leq 5) = \frac{3}{7}$$

ตอบ

68. ครุถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 1 ข้อ 3) ใช้สมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องข้อใด

(แนวตอบ ข้อ 3. คือ $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$)

69. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหา จากนั้นครูสุ่มนักเรียนให้อธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ

70. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 154 ข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

71. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
72. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 152 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
73. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนของลูกบอลที่ได้จากการสุ่มหยิบลูกบอลจำนวน 1 ลูก จากกล่องที่บรรจุลูกบอลซึ่งแตกต่างกันทุกลูก โดยแบ่งเป็นลูกบอลสีส้ม 1 ลูก สีเขียว 2 ลูก และสีม่วง 3 ลูก ให้หา

- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- 3) $P(1 \leq X < 3)$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนของลูกบอลที่ได้จากการสุ่มหยิบลูกบอลจำนวน 1 ลูก จากกล่องที่บรรจุลูกบอลซึ่งแตกต่างกันทุกลูก โดยแบ่งเป็นลูกบอลสีส้ม 1 ลูก สีเขียว 2 ลูก และสีม่วง 3 ลูก

กำหนดให้ 1 แทน จำนวนลูกบอลสีส้ม

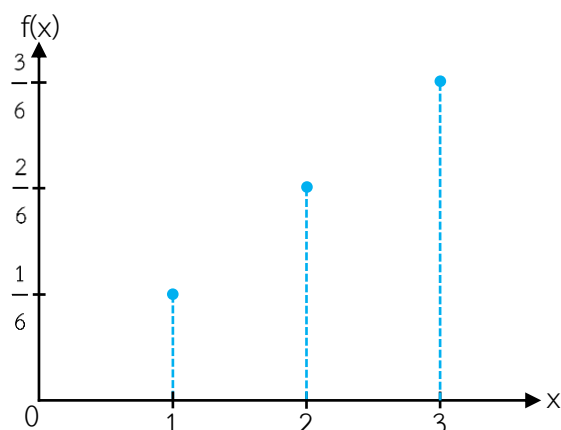
2 แทน จำนวนลูกบอลสีเขียว

และ 3 แทน จำนวนลูกบอลสีม่วง

จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{6} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

กราฟของฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นดังนี้



2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $1 \leq x < 2$ จะได้ $F(x) = f(1) = \frac{1}{6}$

กรณีที่ 3 $2 \leq x < 3$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

กรณีที่ 4 $x \geq 3$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{6}{6} = 1$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{6} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 3 \end{cases}$$

3) จาก $P(1 \leq X < 3) = F(b) - F(a) + P(X = a) - P(X = b)$

จะได้ $P(1 \leq X < 3) = F(3) - F(1) + P(X = 1) - P(X = 3)$

$$= 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } P(1 \leq X < 3) = \frac{1}{2}$$

ตอบ

74. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 155 ข้อ 4

75. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้
- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x
- $$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$
8. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 C ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
15) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.4 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ค - ตรวจ Exercise 2.1 C	- ใบงานที่ 2.4 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ค - Exercise 2.1 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
16) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
17) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
18) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
19) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.4 สื่อการเรียนรู้

- 10) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 11) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 12) ใบงานที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 10) ห้องเรียน
- 11) ห้องสมุด
- 12) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.4

เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนตัวอักษรบนบัตรที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ในคำว่า FLOWER โดย

F เป็นอักษรตัวที่ 1

L เป็นอักขรตัวที่ 2

○ เป็นอักษรตัวที่ 3

W เป็นอักษรตัวที่ 4

E เป็นอักษรตัวที่ 5

R เป็นอักษรตัวที่ 6

ให้หา

- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- 3) $P(3 < X < 6)$

[illegible]

- [illegible]

ใบงานที่ 2.4

เฉลย

เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนตัวอักษรบนบัตรที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ในคำว่า FLOWER โดย

F เป็นอักษรตัวที่ 1

L เป็นอักษรตัวที่ 2

O เป็นอักษรตัวที่ 3

W เป็นอักษรตัวที่ 4

E เป็นอักษรตัวที่ 5

R เป็นอักษรตัวที่ 6

ให้หา

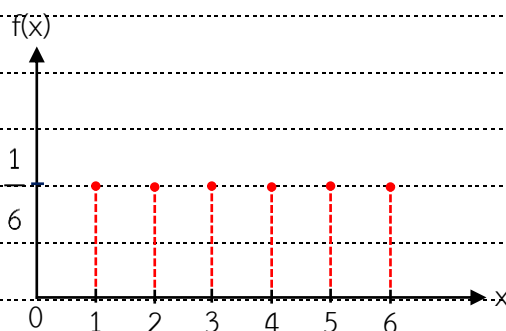
- ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- $P(3 < X < 6)$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนตัวอักษรบนบัตรที่ได้จากการสุ่มหยิบบัตรตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ในคำว่า FLOWER

จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

กราฟของฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นดังนี้



2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 7 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $1 \leq x < 2$ จะได้ $F(x) = f(1) = \frac{1}{6}$

กรณีที่ 3 $2 \leq x < 3$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

กรณีที่ 4 $3 \leq x < 4$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

กรณีที่ 5 $4 \leq x < 5$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

กรณีที่ 6 $5 \leq x < 6$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \frac{5}{6}$

กรณีที่ 7 $x \geq 6$ จะได้ $F(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 1$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{3} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2} & \text{เมื่อ } 3 \leq x < 4 \\ \frac{2}{3} & \text{เมื่อ } 4 \leq x < 5 \\ \frac{5}{6} & \text{เมื่อ } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 6 \end{cases}$$

3) จาก $P(a < X < b) = F(b) - F(a) - P(X = b)$

จะได้ $P(3 < X < 6) = F(6) - F(3) - P(X = 6)$

$$= 1 - \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

ดังนั้น $P(3 < X < 6) = \frac{1}{3}$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อยจากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 3 เหรียญ 1 ครั้ง ให้หา

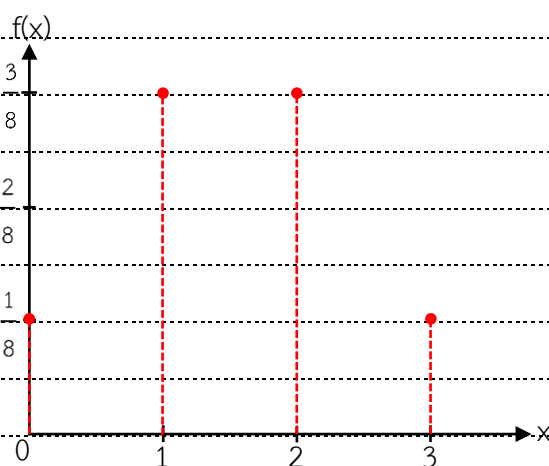
- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X พร้อมทั้งเขียนกราฟ
- 2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- 3) $P(1 < X \leq 3)$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อยจากการโยนเหรียญเที่ยงตรง 3 เหรียญ 1 ครั้ง

จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{3}{x}}{8} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

กราฟของฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นดังนี้



2) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 5 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 0$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $0 \leq x < 1$ จะได้ $F(x) = f(0) = \frac{1}{8}$

กรณีที่ 3 $1 \leq x < 2$ จะได้ $F(x) = f(0) + f(1) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

กรณีที่ 4 $2 \leq x < 3$ จะได้ $F(x) = f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

กรณีที่ 5 $x \geq 3$ จะได้ $F(x) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 1$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ \frac{1}{8} & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{8} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 3 \end{cases}$$

3) จาก $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(1 < X \leq 3) = F(3) - F(1)$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ดังนั้น $P(1 < X \leq 3) = \frac{1}{2}$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้	
• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	
• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์	
• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))	
• ปัญหา/อุปสรรค	
• แนวทางการแก้ไข	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 18) อธิบายความหมายของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ (K)
- 19) แสดงวิธีหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 20) เขียนกราฟของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 21) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 22) นำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

สมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับจำนวนจริง a และ b โดยที่ $a < b$ จะได้

$$P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
15. ความสามารถในการสื่อสาร 16. ความสามารถในการคิด 23) ทักษะการคิดคล่อง 24) ทักษะการระบุ 25) ทักษะการเชื่อมโยง 26) ทักษะการคิดวิเคราะห์ 17. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (probability distribution of continuous random variables) คำนวณหาความน่าจะเป็นได้โดยการหาพื้นที่ซึ่งปิดล้อมด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ และจากสมบัติของการหาปริพันธ์ จะได้ว่า

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

บทนิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X สำหรับแต่ละค่า x ที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$3. P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

ชั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

76. ครุยกตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 152-153 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

77. จากตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียน ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็นกี่กรณี

(แนวตอบ 3 กรณี)

- การหาความน่าจะเป็นของตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างจากการหาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียน ค่า $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$ แต่การหาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ค่า $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) + P(X = a)$)

- $P(-1 \leq X \leq 1)$ เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ จาก $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(-1 \leq X \leq 1) = F(1) - F(-1)$

$$= 1 - \left(\frac{(-1)^2}{8} + \frac{(-1)}{2} + \frac{3}{8} \right)$$

$$= 1$$

78. ครุยกตัวอย่าง พร้อมอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x+3) & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

- 1) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X
- 2) $P(0 < X < 1)$

วิธีทำ 1) การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $1 \leq x \leq 2$

$$\text{จะได้ } F(x) = \int_1^x f(t) dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_1^x \frac{2}{9}(t+3)dt \\
 &= \frac{2}{9} \int_1^x (t+3)dt \\
 &= \frac{2}{9} \left(\frac{t^2}{2} + 3t \right) \Big|_1^x \\
 &= \frac{2}{9} \left[\left(\frac{x^2}{2} + 3x \right) - \left(\frac{1}{2} + 3 \right) \right] \\
 &= \frac{2}{9} \left[\left(\frac{x^2}{2} + 3x \right) - \frac{7}{2} \right] \\
 &= \frac{2}{9} \left(\frac{x^2 + 6x - 7}{2} \right) \\
 &= \frac{x^2 + 6x - 7}{9}
 \end{aligned}$$

กรณีที่ 3 $x > 2$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad F(x) &= \int_1^2 f(t)dt + \int_2^x f(t)dt \\
 &= \int_1^2 \frac{2}{9}(t+3)dt + \int_2^x 0dt \\
 &= \frac{2}{9} \int_1^2 (t+3)dt + 0 \\
 &= \frac{2}{9} \left(\frac{t^2}{2} + 3t \right) \Big|_1^2 \\
 &= \frac{2}{9} \left[\left(\frac{2^2}{2} + 3(2) \right) - \left(\frac{1}{2} + 3(1) \right) \right] \\
 &= \frac{2}{9} \left(\frac{4 + 12 - 1 - 6}{2} \right) \\
 &= \frac{2}{9} \left(\frac{9}{2} \right) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{x^2 + 6x - 7}{9} & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

2) จาก $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(0 < X < 1) = F(1) - F(0)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1^2 + 6(1) - 7}{9} \right) - \left(\frac{0^2 + 6(0) - 7}{9} \right) \\ &= 0 + \frac{7}{9} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

ตอบ

79. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็นกี่กรณี

(แนวตอบ 3 กรณี)

- การหาความน่าจะเป็นของตัวอย่างที่ 1 เหมือนหรือต่างจากการหาความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 ค่า $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$ แต่การแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ค่า $P(a < X < b) = F(b) - F(a) - P(X = a)$)

- จากตัวอย่างที่ 1 ข้างต้น และตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน คือ การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี และค่า $P(a \leq X \leq b) = P(a < X < b) = F(b) - F(a)$)

80. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างข้างต้น จะเป็นไปตามบทนิยามของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

81. ครุถามนักเรียนจากบทนิยามว่า การหา $F(x)$ ของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีความแตกต่างจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหาจากการอินทิเกรต $f(t)$ แต่ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องหาจากผลรวมของ $f(t)$)

82. ครูให้นักเรียนศึกษาสมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 152

83. ครุถามนักเรียนว่า จากสมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ค่า $P(a \leq X \leq b)$, $P(a \leq X < b)$, $P(a < X \leq b)$ และ $P(a < X < b)$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

(แนวตอบ มีค่าเท่ากัน โดยมีค่าเท่ากับ $F(b) - F(a)$)

84. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหา และสุ่มนักเรียนให้อธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ

85. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 154 ข้อ 2-3 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

86. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

87. ครูยกตัวอย่าง พร้อมทั้งอธิบาย ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x - x^2}{9} & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

2) $P(X < 1.5)$

วิธีทำ 1) การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 0$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $0 \leq x \leq 3$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } F(x) &= \int_0^x f(t) dt \\ &= \int_0^x \frac{4t - t^2}{9} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{9} \int_0^x (4t - t^2) dt \\
 &= \frac{1}{9} \left(2t^2 - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^x \\
 &= \frac{1}{9} \left[\left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) - \left(2(0)^2 - \frac{(0)^3}{3} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{9} \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left(\frac{6x^2 - x^3}{3} \right) \\
 &= \frac{6x^2 - x^3}{27}
 \end{aligned}$$

กรณีที่ 3 $x > 3$

จะได้

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_0^3 f(t) dt + \int_3^x f(t) dt \\
 &= \int_0^3 \frac{1}{9} (4t - t^2) dt + \int_3^x 0 dt \\
 &= \frac{1}{9} \int_0^3 (4t - t^2) dt + 0 \\
 &= \frac{1}{9} \left(2t^2 - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^3 \\
 &= \frac{1}{9} \left[\left(2(3)^2 - \frac{(3)^3}{3} \right) - \left(2(0)^2 - \frac{(0)^3}{3} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{9} \left(\frac{54 - 27}{3} \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left(\frac{27}{3} \right) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ \frac{6x^2 - x^3}{27} & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$$

2) จาก $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(0 < X < 1.5) = F(1.5) - F(0)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{6(1.5)^2 - (1.5)^3}{27} \right) - \left(\frac{6(0)^2 - (0)^3}{27} \right) \\ &= \frac{13.5 - 3.375}{27} \\ &= \frac{10.125}{27} \\ &= 0.375 \end{aligned}$$

ตอบ

88. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 155 ข้อ 5
89. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้
- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น
 - ให้ F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับทุกจำนวนจริง x

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

- สมบัติของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี F เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X สำหรับจำนวนจริง a และ b โดยที่ $a < b$ จะได้

$$P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

- ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 C ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 20) ฟังก์ชันการ แจกแจงสะสมของ ตัวแปรสุ่มชนิด ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.5 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ค - ตรวจ Exercise 2.1 C	- ใบงานที่ 2.5 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ค - Exercise 2.1 C	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
21) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
22) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
23) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
24) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.5 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- ใบงานที่ 2.5 เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 13) ห้องเรียน
- 14) ห้องสมุด
- 15) อินเทอร์เน็ต

4. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x^2 + 1) & \text{เมื่อ } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

[illegible]

ใบงานที่ 2.5

เฉลย

เรื่อง ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

- 1) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

2) $P\left(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4}\right)$

วิธีทำ 1) การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x \leq 0$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $0 < x < 1$

จะได้ $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

$$= \int_0^x 2(1-t) dt$$

$$= 2 \int_0^x (1-t) dt$$

$$= 2 \left[t - \frac{t^2}{2} \right]_0^x$$

$$= 2 \left[\left(x - \frac{x^2}{2} \right) - \left(0 - \frac{0^2}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \left(\frac{2x - x^2}{2} \right)$$

$$= 2x - x^2$$

กรณีที่ 3 $x \geq 1$

จะได้ $F(x) = \int_0^1 f(t)dt + \int_1^x f(t)dt$

$$= \int_0^1 2(1-t)dt + \int_1^x 0dt$$

$$= 2 \int_0^1 (1-t)dt + 0$$

$$= 2 \left(t - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1$$

$$= 2 \left[\left(1 - \frac{1^2}{2} \right) - \left(0 - \frac{0^2}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$= 1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x \leq 0 \\ 2x - x^2 & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

2) จาก $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P\left(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4}\right) = F(1.5) - F(0)$

$$= \left(2\left(\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \right) - \left(2\left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right)$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{16} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{2}{2} - \frac{8}{16}$$

$$= \frac{1}{2}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+1) & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

2) $P(X < 2.1)$

วิธีทำ 1) การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < 1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $1 \leq x \leq 3$

จะได้ $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

$$= \int_1^x \frac{1}{6}(t+1) dt$$

$$= \frac{1}{6} \int_1^x (t+1) dt$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{t^2}{2} + t \right) \Big|_1^x$$

$$= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{x^2}{2} + x \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{2} \right)$$

$$= \frac{x^2 + 2x - 3}{12}$$

กรณีที่ 3 $x > 3$

จะได้

$$F(x) = \int_1^3 f(t)dt + \int_3^x f(t)dt$$

$$= \int_1^3 \frac{1}{6}(t+1)dt + \int_3^x 0dt$$

$$= \frac{1}{6} \int_1^3 (t+1)dt + 0$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{t^2}{2} + t \right) \Big|_1^3$$

$$= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{12}{2} \right)$$

$$= 1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{x^2 + 2x - 3}{12} & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$$

2) จาก $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(1 \leq X < 2.1) = F(2.1) - F(1)$

$$= \left(\frac{(2.1)^2 + 2(2.1) - 3}{12} \right) - \left(\frac{1^2 + 2(1) - 3}{12} \right)$$

$$= \frac{5.61}{12} - 0$$

$$= 0.4675$$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{6} & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

2) $P(0 < X < 1)$

วิธีทำ 1) การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x < -1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $-1 \leq x < 1$

จะได้ $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$

$$= \int_{-1}^x \frac{2t+3}{6} dt$$

$$= \frac{1}{6} \int_{-1}^x (2t+3) dt$$

$$= \frac{1}{6} (t^2 + 3t) \Big|_{-1}^x$$

$$= \frac{1}{6} [(x^2 + 3x) - ((-1)^2 + 3(-1))]]$$

$$= \frac{1}{6} (x^2 + 3x + 2)$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{6}$$

กรณีที่ 3 $x \geq 1$

จะได้ $F(x) = \int_{-1}^1 f(t) dt + \int_1^x f(t) dt$

$$= \int_{-1}^1 \frac{2t+3}{6} dt + \int_1^x 0 dt$$

$$= \frac{1}{6} \int_{-1}^1 (2t+3) dt + 0$$

$$= \frac{1}{6} (t^2 + 3t) \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{6} \{ [1^2 + 3(1)] - [(-1)^2 + 3(-1)] \}$$

$$= \frac{1}{6} (1 + 3 - 1 + 3)$$

$$= \frac{1}{6} (6)$$

$$= 1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x < -1 \\ \frac{x^2 + 3x + 2}{6} & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 1 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

2) จาก $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$

จะได้ $P(0 < X < 1) = F(1) - F(0)$

$$= \left(\frac{1^2 + 3(1) + 2}{6} \right) - \left(\frac{0^2 + 3(0) + 2}{6} \right)$$

$$= \frac{1 + 3 + 2 - 2}{6}$$

$$= \frac{4}{6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

4. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x^2 + 1) & \text{เมื่อ } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ การหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $x \leq -1$ จะได้ $F(x) = 0$

กรณีที่ 2 $-1 < x < 1$

จะได้ $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$

$$= \int_{-1}^x \frac{3}{8}(t^2 + 1) dt$$

$$= \frac{3}{8} \int_{-1}^x (t^2 + 1) dt$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) \Big|_{-1}^x$$

$$= \frac{3}{8} \left[\left(\frac{x^3}{3} + x \right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + (-1) \right) \right]$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{x^3 + 3x + 1 + 3}{3} \right)$$

$$= \frac{x^3 + 3x + 4}{8}$$

กรณีที่ 3 $x \geq 1$

จะได้ $F(x) = \int_{-1}^1 f(t) dt + \int_1^x f(t) dt$

$$= \int_{-1}^1 \frac{3}{8}(t^2 + 1) dt + \int_1^x 0 dt$$

$$= \frac{3}{8} \int_{-1}^1 (t^2 + 1) dt + 0$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{3}{8} \left[\left(\frac{1^3}{3} + 1 \right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + (-1) \right) \right]$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{1+3+1+3}{3} \right)$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{8}{3} \right)$$

$$= 1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x \leq -1 \\ \frac{x^3 + 3x + 4}{8} & \text{เมื่อ } -1 < x < 1 \\ 1 & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 23) อธิบายความหมายของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ (K)
- 24) แสดงวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 25) นำความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่าคาดหวังอาจเรียกได้ว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ ตามบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_X คือ

$$E(X) = \mu_X = \sum_{x \in X} xf(x)$$

สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น จะได้ $E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$

จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$$1) E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$$

เมื่อ $a = 0$ จะได้ $E(b) = b$

$b = 0$ จะได้ $E(aX) = aE(X)$

$$2) E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)]$$

เมื่อ $g(X)$ และ $h(X)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
18. ความสามารถในการสื่อสาร 19. ความสามารถในการคิด 27) ทักษะการระบุ 28) ทักษะการคิดคล่อง 29) ทักษะการวิเคราะห์ 20. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และให้นักเรียนร่วมกันพิจารณารูปภาพในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 155 จากนั้นถามคำถาม ดังนี้
 - รูปภาพดังกล่าว เป็นรูปอะไร
(แนวตอบ วงล้อเสี่ยงโชคเพื่อการกุศล)
 - วงล้อเสี่ยงโชคเพื่อการกุศล มีการแบ่งพื้นที่อย่างไร
(แนวตอบ แบ่งพื้นที่ออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน)
 - จากข้อมูลที่ให้ วงล้อเสี่ยงโชคเพื่อการกุศลมีกติกาในการเสี่ยงโชคอย่างไรบ้าง
(แนวตอบ ผู้เล่นจะต้องจ่ายเงิน 10 บาท สำหรับหมุนวงล้อในแต่ละครั้ง และผู้เล่นจะได้รับเงิน 20 บาท เมื่อลูกศรชี้ที่ช่องตัวเลข 1 โดยที่เส้นแบ่งช่องตัวเลขไม่นับเป็นส่วนใดส่วนหนึ่งของช่องแบ่งตัวเลขแต่ละช่อง)
 - นักเรียนคิดว่า ผู้เล่นจะได้รับผลตอบแทนคุ้มค่างบเงินที่เสียไปหรือไม่
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)
 - นักเรียนมีวิธีการอย่างไรในการหาว่า ผู้เล่นจะได้รับผลตอบแทนคุ้มค่างบเงินที่เสียไปหรือไม่
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้)
- ครูอธิบายว่า เราสามารถใช้ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในการคำนวณว่า ผู้เล่นจะได้รับผลตอบแทนคุ้มค่างบเงินที่เสียไปหรือไม่

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

90. ครูถามนักเรียนว่า การคำนวณหาว่าผู้เล่นจะได้รับผลตอบแทนคุ้มค่ากับเงินที่เสียไปกับการเล่นวงล้อเสี่ยงโชคเพื่อการกุศล เป็นการหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เพราะเหตุใด
(แนวตอบ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เพราะค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มของวงล้อเสี่ยงโชคเพื่อการกุศลนั้นเป็นจำนวนเต็ม จึงเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง)

91. ครูอธิบายว่า ค่าคาดหวังอาจเรียกได้ว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้น ๆ ตามบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_X คือ

$$E(x) = \mu_X = \sum_{x \in X} xf(x)$$

92. ครูยกตัวอย่างที่ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 156 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

93. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้หาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนลูกบอลสีแดงที่ได้จากการหยิบลูกบอล 3 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง จากกล่องที่มีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีเขียว 4 ลูก โดยที่ลูกบอลแต่ละลูกแตกต่างกัน

วิธีทำ เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนลูกบอลสีแดงที่ได้จากการหยิบลูกบอล 3 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง จากกล่องที่มีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีเขียว 4 ลูก โดยที่ลูกบอลแต่ละลูกแตกต่างกัน จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{5}{30}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{1}{30}$

จะเห็นว่า $f(x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} xf(x) = 1$

จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad E(X) &= (0)f(0) + (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3) \\
 &= (0)\left(\frac{5}{30}\right) + (1)\left(\frac{15}{30}\right) + (2)\left(\frac{9}{30}\right) + (3)\left(\frac{1}{30}\right) \\
 &= \frac{36}{30} \\
 &= \frac{6}{5}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{6}{5}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ให้หาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{26} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

วิธีทำ จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{2}{26}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{8}{26}$	$\frac{11}{26}$

$$\text{จาก} \quad E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad E(X) &= (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3) + (4)f(4) \\
 &= (1)\left(\frac{2}{26}\right) + (2)\left(\frac{5}{26}\right) + (3)\left(\frac{8}{26}\right) + (4)\left(\frac{11}{26}\right) \\
 &= \frac{2 + 10 + 24 + 44}{26} \\
 &= \frac{80}{26} \\
 &= \frac{40}{13}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{40}{13}$

ตอบ

94. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 156 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
95. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหา และสุ่มนักเรียนให้อธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ
96. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ค ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 168 ข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

97. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
98. ครูยกตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 157-158 โดยอธิบาย อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
99. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 158 ว่า “จากตัวอย่างที่ 12 จะเห็นว่า ร้านค้าได้รับเงินเฉลี่ย $\frac{23}{8}$ บาท ในขณะที่ผู้เสี่ยงโชคเสียเงินเฉลี่ย $\frac{23}{8}$ บาท ต่อการจับสลากหนึ่งครั้ง ซึ่งมีความสมเหตุสมผล นั่นคือ ถ้าฝ่ายใดฝ่ายหนึ่งได้ประโยชน์อีกฝ่ายก็จะเสียประโยชน์เป็นจำนวนเท่า ๆ กัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์เช่นนี้จะเรียกว่า เกมผลรวมศูนย์ (zero-sumgame)”
100. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 158 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
101. ครูให้นักเรียนศึกษาสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 160
102. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 3** กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{26}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{10}{26}$	$\frac{10}{26}$

ให้หา 1) $E(X)$

2) $E\left(\frac{2}{5}X\right)$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$
 จะได้ $E(X) = (0)f(0) + (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3)$

$$= (0)\left(\frac{1}{26}\right) + (1)\left(\frac{5}{26}\right) + (2)\left(\frac{10}{26}\right) + (3)\left(\frac{10}{26}\right)$$

$$= \frac{0 + 5 + 20 + 30}{26}$$

$$= \frac{55}{26}$$

2) จาก $E(aX) = aE(X)$
 จะได้ $E\left(\frac{2}{5}X\right) = \frac{2}{5}E(X)$

$$= \frac{2}{5}\left(\frac{55}{26}\right)$$

$$= \frac{11}{13}$$

ตอบ

103. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 14 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 160-161 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
104. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 161 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
105. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 168 ข้อ 4
106. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิด 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.6 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

- ค่าคาดหวังอาจเรียกได้ว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้น ๆ ตามบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \sum_{x \in X} xf(x)$$

- สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

$$\text{จะได้ } E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$$

- จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$$1) E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$$

เมื่อ $a = 0$ จะได้ $E(b) = b$

$$b = 0 \text{ จะได้ } E(aX) = aE(X)$$

$$2) E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)]$$

เมื่อ $g(X)$ และ $h(X)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม

12. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 D ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 25) ค่า คาดหวังของ ตัวแปรสุ่ม ชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.6 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.6 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
26) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงาน กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงานกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
27) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
28) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
29) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.6 สื่อการเรียนรู้

- 16) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 17) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 18) ใบงานที่ 2.6 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 16) ห้องเรียน
- 17) ห้องสมุด
- 18) อินเทอร์เน็ต

3. ให้หาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนตัวอักษรตัว E ที่ได้จากการหยิบตัวอักษร 2 ตัว พร้อมกัน 1 ครั้ง จากกล่องบรรจุตัวอักษรคำว่า EXPECTED โดยที่ตัวอักษรแต่ละตัวแตกต่างกัน

[illegible]

4. กิจกรรมการกุศลได้นำลูกปิงปองเสี่ยงโชคมาขายให้ลูกค้า เพื่อนำเงินรายได้บริจาคให้เด็กยากไร้ โดยลูกปิงปอง 1 กล่อง ประกอบไปด้วยลูกปิงปองจำนวน 100 ลูก ที่มีขนาดเท่า ๆ กัน ซึ่งแบ่งเป็นลูกปิงปองที่ไม่ได้เงิน 70 ลูก ลูกปิงปองที่ได้เงิน 10 บาท จำนวน 15 ลูก ลูกปิงปองที่ได้เงิน 20 บาท จำนวน 10 ลูก และลูกปิงปองที่ได้เงิน 40 บาท จำนวน 5 ลูก ถ้าราคาลูกปิงปองลูกละ 5 บาท อยากทราบว่าระหว่างเจ้าของกิจกรรมการกุศลกับผู้เล่นเสี่ยงโชค ใครจะได้รับผลประโยชน์มากกว่ากัน

[illegible]

ใบงานที่ 2.6

เฉลย

เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{6} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	1	2	3
f(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

จะได้ $E(X) = (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3)$

$$= (1)\left(\frac{1}{6}\right) + (2)\left(\frac{2}{6}\right) + (3)\left(\frac{3}{6}\right)$$

$$= \frac{1 + 4 + 9}{6}$$

$$= \frac{14}{6}$$

$$= \frac{7}{3}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{7}{3}$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{15} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X

2) $E(3X - 1)$

วิธีทำ 1) จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$

จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

จะได้ $E(X) = (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3) + (4)f(4) + (5)f(5)$

$$= (1)\left(\frac{1}{15}\right) + (2)\left(\frac{2}{15}\right) + (3)\left(\frac{3}{15}\right) + (4)\left(\frac{4}{15}\right) + (5)\left(\frac{5}{15}\right)$$

$$= \frac{55}{15}$$

$$= \frac{11}{3}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{11}{3}$

2) จาก $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$

$$E(3X - 1) = 3E(X) - 1$$

$$= 3\left(\frac{11}{3}\right) - 1$$

$$= 10$$

ดังนั้น $E(3X - 1)$ เท่ากับ 10

3. ให้หาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนตัวอักษรตัว E ที่ได้จากการหยิบตัวอักษร 2 ตัว พร้อมกัน 1 ครั้ง จากกล่องบรรจุตัวอักษรคำว่า EXPECTED โดยที่ตัวอักษรแต่ละตัวแตกต่างกัน

วิธีทำ เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนตัวอักษรตัว E ที่ได้จากการหยิบตัวอักษร 2 ตัว พร้อมกัน 1 ครั้ง จากกล่องบรรจุตัวอักษรคำว่า EXPECTED โดยที่ตัวอักษรแต่ละตัวแตกต่างกัน จะได้ ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

จะเห็นว่า $f(x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} f(x) = 1$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

จะได้ $E(X) = (0)f(0) + (1)f(1) + (2)f(2)$

$$= (0)\left(\frac{10}{28}\right) + (1)\left(\frac{15}{28}\right) + (2)\left(\frac{3}{28}\right)$$

$$= \frac{21}{28}$$

$$= \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{3}{4}$

4. กิจกรรมการกุศลได้นำลูกปิงปองเสี่ยงโชคมาขายให้ลูกค้า เพื่อนำเงินรายได้บริจาคให้เด็กยากไร้ โดยลูกปิงปอง 1 กล่อง ประกอบไปด้วยลูกปิงปองจำนวน 100 ลูก ที่มีขนาดเท่า ๆ กัน ซึ่งแบ่งเป็นลูกปิงปองที่ไม่ได้เงิน 70 ลูก ลูกปิงปองที่ได้เงิน 10 บาท จำนวน 15 ลูก ลูกปิงปองที่ได้เงิน 20 บาท จำนวน 10 ลูก และลูกปิงปองที่ได้เงิน 40 บาท จำนวน 5 ลูก ถ้าราคาลูกปิงปองลูกละ 5 บาท อยากทราบว่าระหว่างเจ้าของกิจกรรมการกุศลกับผู้เสี่ยงโชค ใครจะได้รับผลประโยชน์มากกว่ากัน

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนเงินที่เจ้าของกิจกรรมการกุศลได้รับหลังจากที่ผู้เสี่ยงโชคจับลูกปิงปอง

Y เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนเงินที่ผู้เสี่ยงโชคได้รับหลังจากจับลูกปิงปอง

จาก X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนเงินที่เจ้าของกิจกรรมการกุศลได้รับหลังจากที่ผู้เสี่ยงโชคจับลูกปิงปอง

จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{70}{100} & \text{เมื่อ } x = 5 \\ \frac{15}{100} & \text{เมื่อ } x = -5 \\ \frac{10}{100} & \text{เมื่อ } x = -15 \\ \frac{5}{100} & \text{เมื่อ } x = -35 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะเห็นว่า $f(x) \geq 0$ และ $\sum_{x \in X} f(x) = 1$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

จาก
$$E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$$

จะได้
$$E(X) = (5)f(5) + (-5)f(-5) + (-15)f(-15) + (-35)f(-35)$$

$$= (5)\left(\frac{70}{100}\right) + (-5)\left(\frac{15}{100}\right) + (-15)\left(\frac{10}{100}\right) + (-35)\left(\frac{5}{100}\right)$$

$$= \frac{-50}{100}$$

$$= -0.5$$

ดังนั้น จำนวนเงินเฉลี่ยที่เจ้าของกิจกรรมการกุศลได้รับหลังจากที่ผู้เสี่ยงโชคจับลูกปิงปองเท่ากับ -0.5 บาท

จาก Y เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนเงินที่ผู้เสี่ยงโชคได้รับหลังจากจับลูกปิงปอง
จะได้ ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$g(y) = \begin{cases} \frac{70}{100} & \text{เมื่อ } y = -5 \\ \frac{15}{100} & \text{เมื่อ } y = 5 \\ \frac{10}{100} & \text{เมื่อ } y = 15 \\ \frac{5}{100} & \text{เมื่อ } y = 35 \\ 0 & \text{เมื่อ } y \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะเห็นว่า $g(y) \geq 0$ และ $\sum_{y \in Y} g(y) = 1$

ดังนั้น g เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

จาก $E(Y) = \sum_{y \in Y} yg(y)$

จะได้ $E(Y) = (-5)f(-5) + (5)f(5) + (15)f(15) + (35)f(35)$

$$\begin{aligned} &= (-5)\left(\frac{70}{100}\right) + (5)\left(\frac{15}{100}\right) + (15)\left(\frac{10}{100}\right) + (35)\left(\frac{5}{100}\right) \\ &= \frac{50}{100} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนเงินเฉลี่ยที่ผู้เสี่ยงโชคได้รับหลังจากจับลูกปิงปองเท่ากับ 0.5 บาท

จะเห็นว่า $E(X) < E(Y)$

นั่นคือ ผู้เสี่ยงโชคได้รับผลประโยชน์มากกว่าเจ้าของกิจกรรมการกุศล

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ
(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้
.....
.....
 - ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
.....
.....
 - ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
.....
.....
 - ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์
.....
.....
 - ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))
.....
.....
- ปัญหา/อุปสรรค
.....
.....
 - แนวทางการแก้ไข
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 26) อธิบายความหมายของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ (K)
- 27) แสดงวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 28) นำความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น
ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

$$\text{จะได้ } E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$

จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$$1) E(aX \pm b) = aE(X) \pm b \text{ เมื่อ } a = 0 \text{ จะได้ } E(b) = b$$

$$b = 0 \text{ จะได้ } E(aX) = aE(X)$$

$$2) E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)] \text{ เมื่อ } g(X) \text{ และ } h(X) \text{ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม}$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
21. ความสามารถในการสื่อสาร 22. ความสามารถในการคิด 30) ทักษะการคิดคล่อง 31) ทักษะการระบุ 32) ทักษะการเชื่อมโยง 33) ทักษะการวิเคราะห์ 23. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนเกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยใช้คำถาม ดังนี้

- ค่าคาดหวังเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าอะไร
(แนวตอบ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้น ๆ)
- การหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง มีวิธีการอย่างไร
(แนวตอบ หาได้จากผลรวมของผลคูณของค่าที่เป็นไปได้กับความน่าจะเป็นของค่านั้น ๆ)
- นักเรียนคิดว่า การหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีวิธีการเหมือนกันหรือไม่
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

107. ครูบอกนักเรียนว่า สำหรับตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องก็สามารถหาค่าคาดหวังได้ทำนองเดียวกัน แต่เปลี่ยนจากการหาผลบวกไปใช้การอินทิเกรตแทน ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

108. ครุยกตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 159 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

109. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}(2-x) & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา $E(X)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

จะได้ $E(X) = \int_0^1 x \left(\frac{2}{3}(2-x) \right) dx$

$$= \frac{2}{3} \int_0^1 (2x - x^2) dx$$

$$= \frac{2}{3} \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{2}{3} \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right) - 0 \right]$$

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$= \frac{4}{9}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}(x^2 + 2) & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา $E(X)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

จะได้ $E(X) = \int_{-1}^2 x \left(\frac{1}{9}(x^2 + 2) \right) dx$

$$= \frac{1}{9} \int_{-1}^2 (x^3 + 2x) dx$$

$$= \frac{1}{9} \left(\frac{x^4}{4} + x^2 \right) \Big|_{-1}^2$$

$$= \frac{1}{9} \left[\left(\frac{2^4}{4} + 2^2 \right) - \left(\frac{(-1)^4}{4} + (-1)^2 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{9} \left(\frac{15}{4} + 3 \right)$$

$$= \frac{1}{9} \left(\frac{27}{4} \right)$$

$$= \frac{3}{4}$$

ตอบ

110. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 159 จากนั้นให้นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
111. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหา และส่มนักเรียนให้อธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ
112. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 168 ข้อ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

113. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นให้นักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
114. ครูให้นักเรียนศึกษาสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 160
115. ครูยกตัวอย่างที่ 15 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 161-162 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

116. ครุยยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x+3) & \text{เมื่อ } 1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $E[(X-2)^2]$

วิธีทำ 1) จาก

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

จะได้

$$E(X) = \int_1^2 x \left(\frac{2}{9}(x+3) \right) dx$$

$$= \frac{2}{9} \int_1^2 (x^2 + 3x) dx$$

$$= \frac{2}{9} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_1^2$$

$$= \frac{2}{9} \left[\left(\frac{2^3}{3} + \frac{3(2)^2}{2} \right) - \left(\frac{1^3}{3} + \frac{3(1)^2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{9} \left(\frac{8-1}{3} + \frac{12-3}{2} \right)$$

$$= \frac{2}{9} \left(\frac{7}{3} + \frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{2}{9} \left(\frac{14+27}{3} \right)$$

$$= \frac{2}{9} \left(\frac{41}{3} \right)$$

$$= \frac{41}{27}$$

2) จาก $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^2 x^2 \left(\frac{2}{9}(x+3) \right) dx \\ &= \frac{2}{9} \int_{-1}^2 (x^3 + 3x^2) dx \\ &= \frac{2}{9} \left(\frac{x^4}{4} + x^3 \right) \Big|_{-1}^2 \\ &= \frac{2}{9} \left[\left(\frac{2^4}{4} + 2^3 \right) - \left(\frac{1^4}{4} + 1^3 \right) \right] \\ &= \frac{2}{9} \left(\frac{15}{4} + 7 \right) \\ &= \frac{2}{9} \left(\frac{43}{4} \right) \\ &= \frac{43}{18} \end{aligned}$$

3) จาก $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$ และ $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้
$$\begin{aligned} E[(X-2)^2] &= E(X^2 - 4X + 4) \\ &= E(X^2) - E(4X) + E(4) \\ &= E(X^2) - 4E(X) + E(4) \\ &= \frac{43}{18} - 4 \left(\frac{41}{27} \right) + 4 \\ &= \frac{129 - 328 + 216}{54} \\ &= \frac{17}{54} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x - x^2}{9} & \text{เมื่อ } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $E[(X - 1)^2]$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^3 x \left(\frac{4x - x^2}{9} \right) dx \\ &= \frac{1}{9} \int_0^3 (4x^2 - x^3) dx \\ &= \frac{1}{9} \left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \bigg|_0^3 \\ &= \frac{1}{9} \left[\left(\frac{4(3)^3}{3} - \frac{3^4}{4} \right) - 0 \right] \\ &= \frac{1}{9} \left(36 - \frac{81}{4} \right) \\ &= \frac{1}{9} \left(\frac{63}{4} \right) \\ &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

2) จาก $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_0^3 x^2 \left(\frac{4x - x^2}{9} \right) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{9} \int_0^3 (4x^3 - x^4) dx \\
 &= \frac{1}{9} \left(x^4 - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 \\
 &= \frac{1}{9} \left[\left(3^4 - \frac{3^5}{5} \right) - 0 \right] \\
 &= \frac{1}{9} \left(\frac{162}{5} \right) \\
 &= \frac{18}{5}
 \end{aligned}$$

3) จาก $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$ และ $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } E[(X - 1)^2] &= E(X^2 - 2X + 1) \\
 &= E(X^2) - E(2X) + E(1) \\
 &= E(X^2) - 2E(X) + E(1) \\
 &= \frac{18}{5} - 2\left(\frac{7}{4}\right) + 1 \\
 &= \frac{36 - 35 + 10}{10} \\
 &= \frac{11}{10}
 \end{aligned}$$

ตอบ

117. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 162 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
118. ครูให้นักเรียนจับคู่ทบทวนเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 159-162 แล้วร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
119. ครูให้นักเรียนคู่เดิมทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 169 ข้อ 6 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

120. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม 4 คน (ทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิด 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.7 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

13. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

- **บทนิยาม** กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

- สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
 - กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น จะได้ $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$
 - จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$$1) E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$$

เมื่อ $a = 0$ จะได้ $E(b) = b$

$$b = 0 \text{ จะได้ } E(aX) = aE(X)$$

$$2) E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)]$$

เมื่อ $g(X)$ และ $h(X)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม

14. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 D ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 30) ค่า คาดหวังของ ตัวแปรสุ่ม ชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.7 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.7 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
31) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
32) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
33) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
34) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.7 สื่อการเรียนรู้

- 19) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 20) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 21) ใบงานที่ 2.7 เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 19) ห้องเรียน
- 20) ห้องสมุด
- 21) อินเทอร์เน็ต

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x^2 + 1) & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $E[(X - 1)^2]$

[illegible]

ใบงานที่ 2.7

เฉลย

เรื่อง ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา $E(X)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

จะได้ $E(X) = \int_0^1 x [2(1-x)] dx$

$$= 2 \int_0^1 (x - x^2) dx$$

$$= 2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

$$= 2 \left[\left(\frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3} \right) - 0 \right]$$

$$= 2 \left(\frac{1}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{3}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{6} & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา $E(X)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

จะได้ $E(X) = \int_{-1}^1 x \left(\frac{2x+3}{6} \right) dx$

$$= \frac{1}{6} \int_{-1}^1 (2x^2 + 3x) dx$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Bigg|_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{2(1)^3}{3} + \frac{3(1)^2}{2} \right) - \left(\frac{2(-1)^3}{3} + \frac{3(-1)^2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{4}{3} \right)$$

$$= \frac{2}{9}$$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x^2 + 1) & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $E[(X - 1)^2]$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

จะได้ $E(X) = \int_0^1 x \left(\frac{3}{8}(x^2 + 1) \right) dx$

$$= \frac{3}{8} \int_0^1 (x^3 + x) dx$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{3}{8} \left[\left(\frac{1^4}{4} + \frac{1^2}{2} \right) - 0 \right]$$

$$= \frac{3}{8} \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$= \frac{9}{32}$$

2) จาก $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้ $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$

$$= \int_0^1 x^2 \left(\frac{3}{8}(x^2 + 1) \right) dx$$

$$= \frac{3}{8} \int_0^1 (x^4 + x^2) dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{8} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 \\
 &= \frac{3}{8} \left[\left(\frac{1^5}{5} + \frac{1^3}{3} \right) - 0 \right] \\
 &= \frac{3}{8} \left(\frac{8}{15} \right) \\
 &= \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

3) จาก $E(aX + b) = aE(X) + b$ และ $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้ $E[(X - 1)^2] = E(X^2 - 2X + 1)$

$$= E(X^2) - E(2X) + E(1)$$

$$= E(X^2) - 2E(X) + E(1)$$

$$= \frac{1}{5} - 2 \left(\frac{9}{32} \right) + 1$$

$$= \frac{16 - 45 + 80}{80}$$

$$= \frac{51}{80}$$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ

ลงชื่อ

()

ตำแหน่ง

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้	
• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	
• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์	
• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))	
• ปัญหา/อุปสรรค	
• แนวทางการแก้ไข	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 29) อธิบายความหมายของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ (K)
 30) แสดงวิธีหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
 31) นำความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม โดยมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

สมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม จะได้ $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จากสมบัติของความแปรปรวน จะได้ว่า

1) $V(a) = 0$

2) $V(aX) = a^2 V(X)$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
24. ความสามารถในการสื่อสาร 25. ความสามารถในการคิด 34) ทักษะการระบุ 35) ทักษะการคิดคล่อง 36) ทักษะการเชื่อมโยง 37) ทักษะการวิเคราะห์ 26. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนเกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้
 ค่าคาดหวังอาจเรียกได้ว่าเป็นค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ ตามบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น
 ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \sum_{x \in X} xf(x)$$

สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง มีดังนี้

- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น จะได้ $E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$
- จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า
 - 1) $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$
 เมื่อ $a = 0$ จะได้ $E(b) = b$
 เมื่อ $b = 0$ จะได้ $E(aX) = aE(X)$
 - 2) $E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)]$
 เมื่อ $g(X)$ และ $h(X)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

121. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ความแปรปรวนของข้อมูลคืออะไร

(แนวตอบ กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งเป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูล)

- ความแปรปรวนมีประโยชน์อย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน เช่น นำไปคำนวณการกระจายของข้อมูล)

- นักเรียนคิดว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มมีการคำนวณเช่นเดียวกับข้อมูลทั่วไปหรือไม่

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

122. ครูอธิบายว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม โดยมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

123. ครูให้นักเรียนศึกษาทฤษฎีบท 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 163 จากนั้นสรุปร่วมกัน ดังนี้

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$$

124. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 163 ดังนี้

$E[E(X)] = E(X)$ เพราะว่า $E(X)$ เป็นค่าคงตัว

125. ครูยกตัวอย่างที่ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 164 อธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

126. ครุยยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

x	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

ให้หา 1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $V(X)$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X) &= (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3) + (4)f(4) \\ &= (1)\left(\frac{1}{10}\right) + (2)\left(\frac{1}{5}\right) + (3)\left(\frac{3}{10}\right) + (4)\left(\frac{2}{5}\right) \\ &= \frac{1}{10} + \frac{2}{5} + \frac{9}{10} + \frac{8}{5} \\ &= \frac{1+4+9+16}{10} \\ &= \frac{30}{10} \\ &= 3 \end{aligned}$$

2) จาก $E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x \in X} x^2 f(x) \\ &= (1^2)f(1) + (2^2)f(2) + (3^2)f(3) + (4^2)f(4) \\ &= (1^2)\left(\frac{1}{10}\right) + (2^2)\left(\frac{1}{5}\right) + (3^2)\left(\frac{3}{10}\right) + (4^2)\left(\frac{2}{5}\right) \\ &= \frac{1}{10} + \frac{4}{5} + \frac{27}{10} + \frac{32}{5} \\ &= \frac{1+8+27+64}{10} \\ &= \frac{100}{10} \\ &= 10 \end{aligned}$$

3) จาก $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

จะได้
$$\begin{aligned} V(X) &= 10 - (3)^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ตอบ

127. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 165 จากนั้นให้นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

128. ครูกยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{2}{x}}{4} & \text{เมื่อ } 0, 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม

วิธีทำ จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X) &= (0)f(0) + (1)f(1) + (2)f(2) \\ &= (0)\left(\frac{1}{4}\right) + (1)\left(\frac{2}{4}\right) + (2)\left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{0 + 2 + 2}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

จาก $E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x \in X} x^2 f(x) \\ &= (0^2)f(0) + (1^2)f(1) + (2^2)f(2) \\ &= (0^2)\left(\frac{1}{4}\right) + (1^2)\left(\frac{2}{4}\right) + (2^2)\left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{0 + 2 + 4}{4} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

จาก $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

จะได้
$$\begin{aligned} V(X) &= \frac{3}{2} - 1^2 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเท่ากับ $\frac{1}{2}$

ตอบ

129. ครูให้นักเรียนจับคู่ทบทวนเนื้อหา จากนั้นสุ่มนักเรียนให้อธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ
130. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
- ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มใช้บอกอะไรได้บ้าง
(แนวตอบ ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด)
 - ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึงอะไร
(แนวตอบ ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม)
 - ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร
(แนวตอบ σ_x^2 หรือ $V(X)$)
 - จากบทนิยาม ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X มีสูตรว่าอย่างไร
(แนวตอบ $\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$)
 - จากทฤษฎีบท 1 ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X มีสูตรว่าอย่างไร
(แนวตอบ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$)
 - เพราะเหตุใด $E[E(X)] = E(X)$
(แนวตอบ เพราะ $E(X)$ เป็นค่าคงตัว)

ชั่วโมงที่ 2

131. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
132. ครูให้นักเรียนศึกษา “สมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 166
133. ครูอธิบายว่า จากสมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม จะได้ว่า
- 1) $V(a) = 0$
 - 2) $V(aX) = a^2V(X)$
134. ครูยกตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 166-167 โดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
135. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 3** กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = 5$ ให้หา
- 1) $V(30)$
 - 2) $V(X - 8)$
 - 2) $V(3X)$
 - 4) $V(2X - 7)$
- วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$
จะได้ $V(30) = 0$

$$2) \text{ จาก } V(aX \pm b) = a^2V(X)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } V(X - 8) &= V(X) \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$3) \text{ จาก } V(aX) = a^2V(X)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } V(3X) &= 3^2V(X) \\ &= 9(5) \\ &= 45 \end{aligned}$$

$$4) \text{ จาก } V(aX \pm b) = a^2V(X)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } V(2X - 7) &= 2^2V(X) \\ &= 4(5) \\ &= 20 \end{aligned}$$

ตอบ

136. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 167 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
137. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 168-169 ข้อ 3 และข้อ 5
138. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิด 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 169 ข้อ 7 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดของแบบฝึกทักษะ 2-3 กลุ่ม จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้
- ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.8 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

15. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

- ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม โดยมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

- สมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม จะได้

$$V(aX \pm b) = a^2 V(X) \text{ เมื่อ } a \text{ และ } b \text{ เป็นจำนวนจริงใด ๆ}$$

- จากสมบัติของความแปรปรวน จะได้ว่า

$$1) V(a) = 0$$

$$2) V(aX) = a^2 V(X)$$

16. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 D ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็น การบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 35) ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.8 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.8 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
36) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
37) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
38) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
39) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.8 สื่อการเรียนรู้

- 22) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 23) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 24) ใบงานที่ 2.8 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 22) ห้องเรียน
- 23) ห้องสมุด
- 24) อินเทอร์เน็ต

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = 9$ ให้หา

1) $V(30)$

$$2) V(X - 3)$$

3) $V(2X)$

$$4) \quad V\left(\frac{2X+6}{3}\right)$$

[illegible]

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = 6$ ให้หา

- 1) $V(17)$ 2) $V(X + 9)$ 3) $V(3X)$ 4) $V(8X - 3)$

[illegible]

ใบงานที่ 2.8

เฉลย

เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ดังนี้

x	1	2	3
f(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

ให้หา 1) $E(X)$ 2) $E(X^2)$ 3) $V(X)$ วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } E(X) &= (1)f(1) + (2)f(2) + (3)f(3) \\
 &= (1)\left(\frac{1}{6}\right) + (2)\left(\frac{1}{3}\right) + (3)\left(\frac{1}{2}\right) \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \\
 &= \frac{7}{3}
 \end{aligned}$$

2) จาก $E[g(X)] = \sum_{x \in X} g(x)f(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } E(X^2) &= \sum_{x \in X} x^2 f(x) \\
 &= (1^2)f(1) + (2^2)f(2) + (3^2)f(3) \\
 &= (1^2)\left(\frac{1}{6}\right) + (2^2)\left(\frac{1}{3}\right) + (3^2)\left(\frac{1}{2}\right) \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{4}{3} + \frac{9}{2} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

3) จาก $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$$\text{จะได้ } V(X) = 6 - \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = 9$ ให้หา

1) $V(30)$

2) $V(X - 3)$

3) $V(2X)$

4) $V\left(\frac{2X+6}{3}\right)$

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$

จะได้ $V(30) = 0$

2) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(X - 3) = V(X)$

$= 9$

3) จาก $V(aX) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(2X) = 2^2 V(X)$

$= 4(9)$

$= 36$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$

จะได้ $V\left(\frac{2X+6}{3}\right) = V\left(\frac{2X}{3} + 2\right)$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 V(X)$

$= \left(\frac{4}{9}\right)(9)$

$= 4$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มี $V(X) = 6$ ให้หา

1) $V(17)$

2) $V(X + 9)$

3) $V(3X)$

4) $V(8X - 3)$

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$

จะได้ $V(17) = 0$

2) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(X + 9) = V(X)$

$= 6$

3) จาก $V(aX) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(3X) = 3^2 V(X)$

$= 9(6)$

$= 54$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(8X - 3) = 8^2 V(X)$

$= 64(6)$

$= 384$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้

.....

.....

- ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

.....

.....

- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

.....

- ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์

.....

.....

- ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

.....

.....

- ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

- แนวทางการแก้ไข

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 32) อธิบายความหมายของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ (K)
- 33) แสดงวิธีหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 34) นำความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงความน่าจะเป็น	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม โดยมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

สมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม จะได้ $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จากสมบัติของความแปรปรวน จะได้ว่า

$$1) V(a) = 0$$

$$2) V(aX) = a^2 V(X)$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
27. ความสามารถในการสื่อสาร 28. ความสามารถในการคิด 38) ทักษะการระบุ 39) ทักษะการคิดคล่อง 40) ทักษะการเชื่อมโยง 41) ทักษะการวิเคราะห์ 29. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนเกี่ยวกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้

- ค่าคาดหวังอาจเรียกได้ว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มที่เกิดขึ้น ๆ ตามบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x คือ

$$E(x) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

- สมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีดังนี้

- กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี f เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

$$\text{จะได้ } E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$

- จากสมบัติของค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$$1) E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$$

เมื่อ $a = 0$ จะได้ $E(b) = b$

$b = 0$ จะได้ $E(aX) = aE(X)$

$$2) E[g(X) \pm h(X)] = E[g(X)] \pm E[h(X)]$$

เมื่อ $g(X)$ และ $h(X)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของตัวแปรสุ่ม

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

139. ครูถามนักเรียนว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง มีสูตรในการหาอย่างไร

$$(แนวตอบ \sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2)$$

140. ครูให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 165 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนว่า เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง)

141. ครูยกตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 165-166 โดยอธิบาย อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

142. ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 17 การหาความแปรปรวนเหมือนหรือแตกต่างจากการหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน โดยใช้สูตรการหาความแปรปรวนเหมือนกัน คือ $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$)

143. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{4}(2-x) & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา 1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $V(X)$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

จะได้
$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^2 x \left[\frac{3x^2}{4}(2-x) \right] dx \\ &= \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^3 - x^4) dx \\ &= \frac{3}{4} \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \bigg|_0^2 \\ &= \frac{3}{4} \left[\left(\frac{2^4}{2} - \frac{2^5}{5} \right) - 0 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{4} \left(\frac{8}{5} \right) \\
 &= \frac{6}{5} \\
 2) \text{ จาก } E[g(X)] &= \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx \\
 \text{จะได้ } E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx \\
 &= \int_0^2 x^2 \left[\frac{3x^2}{4} (2-x) \right] dx \\
 &= \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^4 - x^5) dx \\
 &= \frac{3}{4} \left(\frac{2x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^2 \\
 &= \frac{3}{4} \left[\left(\frac{2(2^5)}{5} - \frac{2^6}{6} \right) - 0 \right] \\
 &= \frac{3}{4} \left(\frac{32}{5} \right) \\
 &= \frac{8}{5} \\
 3) \text{ จาก } V(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\
 \text{จะได้ } V(X) &= \frac{8}{5} - \left(\frac{6}{5} \right)^2 \\
 &= \frac{4}{25}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{2} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา 1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $V(X)$

วิธีทำ 1) จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

จะได้ $E(X) = \int_2^4 x \left[\frac{x-2}{2} \right] dx$

$$= \frac{1}{2} \int_2^4 (x^2 - 2x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^4$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{4^3}{3} - 4^2 \right) - \left(\frac{2^3}{3} - 2^2 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{56}{3} - 12 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{20}{3} \right)$$

$$= \frac{10}{3}$$

2) จาก $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้ $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$

$$= \int_2^4 x^2 \left[\frac{x-2}{2} \right] dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_2^4 (x^3 - 2x^2) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_2^4$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{4^4}{4} - \frac{2(4^3)}{3} \right) - \left(\frac{2^4}{4} - \frac{2(2^3)}{3} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{240}{4} - \frac{112}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{68}{3} \right)$$

$$= \frac{34}{3}$$

3) จาก $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

จะได้ $V(X) = \frac{34}{3} - \left(\frac{10}{3} \right)^2$

$$= \frac{2}{9}$$

ตอบ

144. ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 การหาความแปรปรวนเหมือนหรือแตกต่างจากการหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน โดยใช้สูตรการหาความแปรปรวนเหมือนกัน คือ $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$)

- การหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องเหมือนหรือต่างจากการหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

(แนวตอบ เหมือนกัน)

145. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 166 จากนั้นให้นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

146. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหาในหนังสือเรียน จากนั้นให้นักเรียนออกมาอธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ

147. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม ดังนี้

- ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อย หมายถึงผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีบทนิยามและทฤษฎีบท ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

ชั่วโมงที่ 2

148. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

149. ครูถามนักเรียนว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง มีสมบัติอย่างไร

(แนวตอบ กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม จะได้ $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ)

150. ครูยกตัวอย่างที่ 19 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 167 โดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

151. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = 7$ ให้หา

- | | |
|------------|----------------|
| 1) $V(2)$ | 2) $V(X + 12)$ |
| 2) $V(3X)$ | 4) $V(2X - 1)$ |

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$
จะได้ $V(2) = 0$

2) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$
จะได้ $V(X + 12) = V(X)$
 $= 7$

3) จาก $V(aX) = a^2 V(X)$
จะได้ $V(3X) = 3^2 V(X)$
 $= 9(7)$
 $= 63$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$
จะได้ $V(2X - 1) = 2^2 V(X)$
 $= 4(7)$
 $= 28$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = \frac{3}{5}$ ให้หา

- | | |
|-------------|-------------------------------------|
| 1) $V(13)$ | 2) $V\left(\frac{X}{3} + 1\right)$ |
| 2) $V(20X)$ | 4) $V\left(\frac{5X - 1}{3}\right)$ |

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$

จะได้ $V(13) = 0$

2) จาก $V(aX \pm b) = a^2V(X)$

จะได้
$$V\left(\frac{X}{3} + 1\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 V(X)$$

$$= \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{1}{15}$$

3) จาก $V(aX) = a^2V(X)$

จะได้
$$V(20X) = 20^2V(X)$$

$$= (400)\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$= 240$$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2V(X)$

จะได้
$$V\left(\frac{5X - 1}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^2 V(X)$$

$$= \left(\frac{25}{9}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{5}{3}$$

ตอบ

152. ครุถามนักเรียน จากตัวอย่างที่ 3 และตัวอย่างที่ 4 ใช้สมบัติของความแปรปรวนเหมือนหรือแตกต่างจาก สมบัติความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องอย่างไร

(แนวตอบ เหมือนกัน ใช้สมบัติความแปรปรวน คือ $V(aX \pm b) = a^2V(X)$)

153. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างที่ 19 ในหนังสือเรียน และตัวอย่างที่ 3-4 จะเห็นว่า ใช้สมบัติเดียวกันกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง ดังนั้น สมบัติความแปรปรวนใช้ได้ทั้งกรณีที่ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

154. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 168 จากนั้น ขออาสาสมัครนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกัน ตรวจสอบความถูกต้อง

155. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 169
ข้อ 6

156. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิด 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิม ทำแบบฝึกทักษะ 2.1 ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 169 ข้อ 8 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดของแบบฝึกทักษะ 2-3 กลุ่ม จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้
- ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.9 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง ดังนี้
 - ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเป็นสิ่งที่ใช้บอกการกระจายของตัวแปรสุ่มว่า แนวโน้มที่ผลลัพธ์จากการทดลองจะออกห่างจากค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ถ้าตัวแปรสุ่มมีความแปรปรวนน้อยหมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองจะใกล้เคียงกับค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม โดยมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x^2 หรือ $V(X)$ คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2]$$

ทฤษฎีบท 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\sigma_x^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

- สมบัติของความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
 - กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่ม จะได้

$$V(aX \pm b) = a^2 V(X) \text{ เมื่อ } a \text{ และ } b \text{ เป็นจำนวนจริงใด ๆ}$$
 - จากสมบัติของความแปรปรวน จะได้ว่า
 - $V(a) = 0$
 - $V(aX) = a^2 V(X)$
- ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.1 D ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 40) ความ แปรปรวน ของตัวแปรสุ่ม ชนิดต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.9 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.1 ง - ตรวจ Exercise 2.1 D	- ใบงานที่ 2.9 - แบบฝึกทักษะ 2.1 ง - Exercise 2.1 D	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
41) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
42) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
43) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
44) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.9 สื่อการเรียนรู้

- 25) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 26) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 27) ใบงานที่ 2.9 เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 25) ห้องเรียน
- 26) ห้องสมุด
- 27) อินเทอร์เน็ต

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{6} & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

- 3) $V(X)$

[illegible]

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible]

4. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = 3$ ให้หา

- 1) $V(1)$ 2) $V(7X)$ 3) $V(X - 1)$ 4) $V(2X + 3)$

[illegible]

ใบงานที่ 2.9

เฉลย

เรื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2}{27}(3-x) & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $V(X)$

วิธีทำ

1) จาก

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

จะได้

$$E(X) = \int_0^3 x \left[\frac{4x^2}{27}(3-x) \right] dx$$

$$= \frac{4}{27} \int_0^3 (3x^3 - x^4) dx$$

$$= \frac{4}{27} \left(\frac{3x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \right) \Bigg|_0^3$$

$$= \frac{4}{27} \left[\left(\frac{3(3^4)}{4} - \frac{3^5}{5} \right) - 0 \right]$$

$$= \frac{4}{27} \left(\frac{243}{5} \right)$$

$$= \frac{9}{5}$$

2) จาก $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

จะได้ $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$

$$= \int_0^3 x^2 \left[\frac{4x^2}{27} (3-x) \right] dx$$

$$= \frac{4}{27} \int_0^3 (3x^4 - x^5) dx$$

$$= \frac{4}{27} \left(\frac{3x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^3$$

$$= \frac{4}{27} \left[\left(\frac{3(3^5)}{5} - \frac{3^6}{6} \right) - 0 \right]$$

$$= \frac{4}{27} \left(\frac{243}{10} \right)$$

$$= \frac{18}{5}$$

3) จาก $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

จะได้ $V(X) = \frac{18}{5} - \left(\frac{9}{5} \right)^2$

$$= \frac{9}{25}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{6} & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

ให้หา

1) $E(X)$

2) $E(X^2)$

3) $V(X)$

วิธีทำ

1) จาก

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

จะได้

$$E(X) = \int_{-1}^1 x \left[\frac{2x+3}{6} \right] dx$$

$$= \frac{1}{6} \int_{-1}^1 (2x^2 + 3x) dx$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{2(1)^3}{3} + \frac{3(1)^2}{2} \right) - \left(\frac{2(-1)^3}{3} + \frac{3(-1)^2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{4}{3} \right)$$

$$= \frac{2}{9}$$

2) จาก

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx$$

จะได้

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$$

$$= \int_{-1}^1 x^2 \left[\frac{2x+3}{6} \right] dx$$

$$= \frac{1}{6} \int_{-1}^1 (2x^3 + 3x^2) dx$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{x^4}{2} + x^3 \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{6} \left[\left(\frac{1^4}{2} + 1^3 \right) - \left(\frac{(-1)^4}{2} + (-1)^3 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} (2)$$

$$= \frac{1}{3}$$

3) จาก $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

จะได้ $V(X) = \frac{1}{3} - \left(\frac{2}{9} \right)^2$

$$= \frac{23}{81}$$

3. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = 15$ ให้หา

1) $V(6)$

2) $V(X + 7)$

3) $V(5X)$

4) $V(2X + 3)$

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$

จะได้ $V(6) = 0$

2) จาก $V(aX \pm b) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(X + 7) = V(X)$

$$= 15$$

3) จาก $V(aX) = a^2 V(X)$

จะได้ $V(5X) = 5^2 V(X)$

$$= 25(15)$$

$$= 375$$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2V(X)$

จะได้ $V(2X + 3) = 2^2V(X)$

$= 4(15)$

$= 60$

4. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มี $V(X) = 3$ ให้หา

1) $V(1)$

2) $V(7X)$

3) $V(X - 1)$

4) $V(2X + 3)$

วิธีทำ 1) จาก $V(a) = 0$

จะได้ $V(1) = 0$

2) จาก $V(aX) = a^2V(X)$

จะได้ $V(7X) = 7^2V(X)$

$= 49(3)$

$= 147$

3) จาก $V(aX \pm b) = a^2V(X)$

จะได้ $V(X - 1) = V(X)$

$= 3$

4) จาก $V(aX \pm b) = a^2V(X)$

จะได้ $V(2X + 3) = 2^2V(X)$

$= 4(3)$

$= 12$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 35) อธิบายความหมายของการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องได้ (K)
- 36) ตรวจสอบได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มหรือไม่ (K)
- 37) แสดงวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 38) แสดงวิธีหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 39) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 40) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงเอกรูป	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete Uniform Distribution) เป็นการแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $U(k)$ มีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(k)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; k) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{เมื่อ } x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม $X \sim U(k)$ ทำได้โดยให้ $f(x) = \frac{1}{k}$ จะได้ผลลัพธ์ดังทฤษฎีบทต่อไปนี

ทฤษฎีบท 2 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง $U(k)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$$

ในกรณีที่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่กันจาก a ถึง b จะได้

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
30. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
31. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
42) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
43) ทักษะการคิดคล่อง	
44) ทักษะการเชื่อมโยง	
45) ทักษะการวิเคราะห์	
32. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

5. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม ดังนี้
 - ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง
 - ตัวแปรสุ่มแบ่งเป็น 2 ชนิด ดังนี้
 - 1) ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นสับเซตของจำนวนเต็ม
 - 2) ตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (continuous random variable) ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของ X เป็นช่วงหรือยูเนียนของช่วง
6. ครูชี้แจงกับนักเรียนว่า นักเรียนทราบถึงความหมายของตัวแปรสุ่มแล้ว และในหัวข้อนี้ นักเรียนจะได้ศึกษารูปแบบการแจกแจงชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีลักษณะเฉพาะมากยิ่งขึ้น ซึ่งตัวแปรสุ่มเหล่านี้ส่วนใหญ่มีความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เช่น การโยนเหรียญ การทอดลูกเต๋า โดยในระดับชั้นนี้ จะกล่าวถึงเฉพาะการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง และการแจกแจงทวินาม

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

157. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 170 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้
 - จากตัวอย่าง ตัวแปรสุ่มดังกล่าวเกิดจากการทดลองกี่ครั้ง
(แนวตอบ 1 ครั้ง)
 - จากตัวอย่าง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร
(แนวตอบ $X \sim U(\text{จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด})$)
158. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 170 จากนั้นถามนักเรียน ดังนี้
 - การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง คืออะไร
(แนวตอบ การแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน)

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร

(แนวตอบ $X \sim U(k)$)

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง มีบทนิยามว่าอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(k)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; k) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{เมื่อ } x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

159. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 170 ว่า “การเขียน $f(x; k)$ แทน $f(x)$ เพื่อแสดงให้เห็นว่าการแจกแจงชนิดนี้ขึ้นอยู่กับค่าของ k ด้วย”

160. ครูถามคำถามนักเรียนว่า ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่นักเรียนได้เรียนผ่านมา มีสูตรในการหาอย่างไร

(แนวตอบ ค่าคาดหวัง $E(X) = \sum_{x \in X} xf(x)$ และความแปรปรวน $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$)

161. ครูยกตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 171 โดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

162. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 สลากชุดหนึ่งมี 5 ใบ มีหมายเลข 1, 2, 3, 6 และ 8 ตามลำดับ กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขที่อยู่บนสลากที่หยิบได้ ให้หา

1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $x = \{1, 2, 3, 6, 8\}$ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากแต่ละหมายเลขมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $X \sim U(5)$ และมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น คือ

$$f(x; 5) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 6, 8 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2) E(X) &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \\ &= \frac{1}{5} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ &= \frac{1}{5} (1 + 2 + 3 + 6 + 8) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V(X) &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2 \\
 &= \frac{1}{5} [(x_1 - E(X))^2 + (x_2 - E(X))^2 + (x_3 - E(X))^2 + (x_4 - E(X))^2 + (x_5 - E(X))^2] \\
 &= \frac{1}{5} [(1-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (6-4)^2 + (8-4)^2] \\
 &= \frac{1}{5} (9 + 4 + 1 + 4 + 16) \\
 &= \frac{34}{5}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ 4 และ $\frac{34}{5}$ ตามลำดับ **ตอบ**

163. จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน กรุณาคำถามนักเรียน ดังนี้

- ค่าของตัวแปรสุ่ม X จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างกันอย่างไร
(แนวตอบ เหมือนกัน คือ เป็นจำนวนเต็มเหมือนกัน และต่างกัน คือ ตัวอย่างที่ 1 เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เรียงกัน ส่วนตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน เป็นจำนวนเต็มที่เรียงกัน)
- การหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ การหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 1 ใช้สูตร $E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$ ส่วนการหา

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน ใช้สูตร $E(X) = \frac{b+a}{2}$)

- การหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ การหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 1 ใช้สูตร $V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$

ส่วนการหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มในตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน ใช้สูตร $V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$)

164. ครูอธิบายว่า จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียน เมื่อหาค่าคาดหวังและความ

แปรปรวนของตัวแปรสุ่ม $X \sim U(k)$ ทำได้โดยให้ $f(x) = \frac{1}{k}$ จะได้ผลลัพธ์ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง $U(k)$

แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$$

ในกรณีที่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่กันจาก a ถึง b จะได้

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

165. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 172

จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 2-3 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

166. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete Uniform Distribution) เป็นการแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $U(k)$

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(k)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; k) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{เมื่อ } x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

- เมื่อหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม $X \sim U(k)$ ทำได้โดยให้ $f(x) = \frac{1}{k}$ จะได้ผลลัพธ์ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง $U(k)$

แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$$

ในกรณีที่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่กันจาก a ถึง b จะได้

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

ชั่วโมงที่ 2

167. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

168. ครูทบทวนนักเรียนโดยยกตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 171 อีกครั้ง และอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

จากตัวอย่างที่ 20 การทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 1 ลูก 1 ครั้ง สามารถเขียนฮิสโทแกรมแสดงฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น ของการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องได้ ดังแสดงในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 172

169. ครูให้นักเรียนเขียนฮิสโทแกรมแสดงฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง จาก “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 172 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเขียนฮิสโทแกรม 2-3 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

170. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 172-173 จากนั้นถามนักเรียนว่า จากทฤษฎีบท 2 การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนใช้สูตรใด เพราะเหตุใด

(แนวตอบ $E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$ และ $V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$ เพราะค่าของตัวแปรสุ่มเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เรียงกัน)

171. ครูยกตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 172 อธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

172. จากตัวอย่างที่ 21 ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- ให้หาความน่าจะเป็นที่ลูกศรตรงกับหมายเลขตั้งแต่ 6 ขึ้นไป

$$(แนวตอบ \quad P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 8) + P(X = 10) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5})$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรตรงกับหมายเลขตั้งแต่ 6 ขึ้นไป เท่ากับ $\frac{3}{5}$

- ให้หาความน่าจะเป็นที่ลูกศรตรงกับหมายเลขที่มี 4 เป็นตัวประกอบ

(แนวตอบ เนื่องจากหมายเลขที่มี 4 เป็นตัวประกอบ คือ 4 และ 8

$$\begin{aligned} P(\text{ลูกศรตรงกับหมายเลขที่มี 4 เป็นตัวประกอบ}) &= P(X = 4) + P(X = 8) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรตรงกับหมายเลขที่มี 4 เป็นตัวประกอบ เท่ากับ $\frac{2}{5}$

- ให้แสดงว่า $\sum_{i=1}^k f(x; k) = 1$

$$\begin{aligned} \text{(แนวตอบ)} \quad \sum_{i=1}^k f(x; k) &= \sum_{i=1}^5 f(x; 5) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \\ &= 1 \end{aligned}$$

173. ครุยยกตัวอย่างการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 นที่สุ่มหยิบบัตรตัวเลข 1 ใบ จากกล่องที่มีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง 5 กำกับไว้บนบัตรแต่ละใบ กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขที่สุ่มหยิบได้ ให้หา

- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
- 2) ความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบได้หมายเลขไม่น้อยกว่า 3
- 3) ความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบได้หมายเลขที่หารด้วย 2 ลงตัว
- 4) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หมายเลขแต่ละตัว มีค่าเท่ากัน ดังนั้น $X \sim U(6)$ และมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น คือ

$$f(x; 6) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$2) P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบได้หมายเลขไม่น้อยกว่า 3 เท่ากับ $\frac{1}{2}$

3) เนื่องจากหมายเลขที่หารด้วย 2 ลงตัว คือ 0, 2 และ 4

$$P(\text{สุ่มหยิบได้หมายเลขที่หารด้วย 2 ลงตัว}) = P(X = 0) + P(X = 2) + P(X = 4)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบได้หมายเลขที่หารด้วย 2 ลงตัว เท่ากับ $\frac{1}{2}$

- 4) เนื่องจากค่าที่เป็นไปได้เป็นจำนวนเต็มที่เรียงกันจาก 0 ถึง 5 ซึ่งจากทฤษฎีบท 2 จะได้ว่า $a = 0$ และ $b = 5$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } E(X) &= \frac{b+a}{2} \\ &= \frac{5+0}{2} \\ &= \frac{5}{2} \\ \text{และ } V(X) &= \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12} \\ &= \frac{(5-0+1)^2 - 1}{12} \\ &= \frac{35}{12} \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{5}{2}$ และ $\frac{35}{12}$ ตามลำดับ **ตอบ**

174. ครูให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 173 จากนั้นครูให้นักเรียนที่ทำเสร็จคู่แรกออกมานำเสนอวิธีคิด โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
175. ครูให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 170-173 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
176. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 174 ข้อ 1-2

ชั่วโมงที่ 3

177. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
178. ครูยกตัวอย่างการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 3** สลากชุดหนึ่งประกอบด้วยหมายเลข 2, 3, 5, 7, 9 และ 16 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขสลากที่สุ่มหยิบได้ ให้หา

1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $x = \{2, 3, 5, 7, 9, 16\}$ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากแต่ละหมายเลขมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $X \sim U(6)$ และมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น คือ

$$f(x; 6) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } x = 2, 3, 5, 7, 9, 16 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2) E(X) &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \\ &= \frac{1}{6} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\ &= \frac{1}{6} (2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 16) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2 \\ &= \frac{1}{6} [(x_1 - E(X))^2 + (x_2 - E(X))^2 + (x_3 - E(X))^2 + (x_4 - E(X))^2 + (x_5 - E(X))^2 + (x_6 - E(X))^2] \\ &= \frac{1}{6} [(2 - 7)^2 + (3 - 7)^2 + (5 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (9 - 7)^2 + (16 - 7)^2] \\ &= \frac{65}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ 7 และ $\frac{65}{3}$ ตามลำดับ **ตอบ**

179. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 174 ข้อ 3

180. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) แล้วร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิม ร่วมกันสร้างโจทย์เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง พร้อมทั้งแสดงวิธีคิด กลุ่มละ 2 ข้อ จากนั้นให้แต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนโจทย์กับเพื่อนกลุ่มอื่น โดยกลุ่มผู้คิดโจทย์เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

2. ครูนำโจทย์ที่น่าสนใจมานำเสนอและให้นักเรียนทำ 2-3 ข้อ จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ
3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.10 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เสร็จแล้วครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

19. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete Uniform Distribution) เป็นการแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $U(k)$

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(k)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; k) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{เมื่อ } x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- เมื่อหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม $X \sim U(k)$ ทำได้โดยให้ $f(x) = \frac{1}{k}$ จะได้ผลลัพธ์

ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง $U(k)$

แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \text{ และ } V(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2$$

ในกรณีที่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันจาก a ถึง b จะได้

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \text{ และ } V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

20. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.2 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 45) การแจกแจง เอกรูปไม่ต่อเนื่อง	- ตรวจใบงานที่ 2.10 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ก - ตรวจ Exercise 2.2 A	- ใบงานที่ 2.10 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ก - Exercise 2.2 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
46) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงาน กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงานกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
47) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
48) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
49) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.10 สื่อการเรียนรู้

- 28) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 29) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 30) ใบงานที่ 2.10 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 28) ห้องเรียน
- 29) ห้องสมุด
- 30) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.10

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. ทิวทัศน์ส้มหีบสลาก 1 ใบ จากกล่อง ซึ่งมีสลากหมายเลขละ 1 ใบ จำนวน 10 หมายเลข ตั้งแต่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขสลากที่หีบได้ ให้หา
 - 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
 - 2) ความน่าจะเป็นที่หีบได้สลากที่มีหมายเลขไม่เกิน 4
 - 3) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

2) ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากที่มีหมายเลขไม่เกิน 4

3) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. คุณแม่ซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลจำนวน 1 ใบ ถ้าคุณแม่สนใจเหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว และคุณแม่ไม่ซื้อเลขท้าย 00 โดยกำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนเลขท้าย 2 ตัวที่คุณแม่ซื้อ ซึ่งมีเลขท้ายตั้งแต่ 01 ถึง 99 ให้หา
- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
 - 2) ความน่าจะเป็นที่คุณแม่จะหยิบได้เลขท้าย 17 แต่ไม่เกิน 29
 - 3) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

[illegible]

ใบงานที่ 2.10

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปร่างไม่ต่อเนื่อง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. ทิวทัศน์สุ่มหยิบสลาก 1 ใบ จากกล่อง ซึ่งมีสลากหมายเลขละ 1 ใบ จำนวน 10 หมายเลข ตั้งแต่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนหมายเลขสลากที่หยิบได้ ให้หา
 - 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
 - 2) ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากที่มีหมายเลขไม่เกิน 4
 - 3) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากแต่ละหมายเลขมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $X \sim U(10)$ และมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น คือ

$$f(x; 10) = \begin{cases} \frac{1}{10} & \text{เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

$$2) P(X \leq 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{2}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากหมายเลขไม่เกิน 4 เท่ากับ $\frac{2}{5}$

3) เนื่องจากค่าที่เป็นไปได้เป็นจำนวนเต็มทีเรียงกันจาก 1 ถึง 10 ซึ่งจากทฤษฎีบท 2 จะได้ว่า $a = 1$ และ

$$b = 10$$

$$\text{ดังนั้น } E(X) = \frac{b+a}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\text{และ } V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12} = \frac{(10-1+1)^2 - 1}{12} = \frac{33}{4}$$

นั่นคือ ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ $\frac{11}{2}$ และ $\frac{33}{4}$ ตามลำดับ

2. คุณแม่ซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลจำนวน 1 ใบ ถ้าคุณแม่สนใจเหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว และคุณแม่ไม่ซื้อเลขท้าย 00 โดยกำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มแทนเลขท้าย 2 ตัวที่คุณแม่ซื้อ ซึ่งมีเลขท้ายตั้งแต่ 01 ถึง 99 ให้หา

- 1) ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
- 2) ความน่าจะเป็นที่คุณแม่จะหยิบได้เลขท้าย 17 แต่ไม่เกิน 29
- 3) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $x = \{01, 02, 03, \dots, 99\}$ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่คุณแม่จะซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลเลขท้าย 2 ตัว แต่ละหมายเลขมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $X \sim U(99)$ และมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น คือ

$$f(x; 99) = \begin{cases} \frac{1}{99} & \text{เมื่อ } x = 01, 02, 03, \dots, 99 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

$$2) P(17 \leq X \leq 29) = P(X = 17) + P(X = 18) + P(X = 19) + P(X = 20) + P(X = 21) + P(X = 22) +$$

$$P(X = 23) + P(X = 24) + P(X = 25) + P(X = 26) + P(X = 27) + P(X = 28) + P(X = 29)$$

$$= \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99} + \frac{1}{99}$$

$$= \frac{13}{99}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่คุณแม่จะหยิบได้เลขท้าย 17 แต่ไม่เกิน 29 เท่ากับ $\frac{13}{99}$

3) เนื่องจากค่าที่เป็นไปได้เป็นจำนวนเต็มที่อยู่กันจาก 1 ถึง 99 ซึ่งจากทฤษฎีบท 2 จะได้ว่า $a = 1$ และ $b = 99$

$$\text{ดังนั้น } E(X) = \frac{b + a}{2} = \frac{99 + 1}{2} = 50$$

$$\text{และ } V(X) = \frac{(b - a + 1)^2 - 1}{12} = \frac{(99 - 1 + 1)^2 - 1}{12} = \frac{2,450}{3}$$

นั่นคือ ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ 50 และ $\frac{2,450}{3}$ ตามลำดับ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

การแจกแจงทวินาม (1)

เวลา 4 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 41) อธิบายเกี่ยวกับการแจกแจงทวินามได้ (K)
- 42) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามได้ถูกต้อง (P)
- 43) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินามไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงทวินาม	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การทดลองทวินาม (binomial trial) เป็นการทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) ความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$ ในการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองทวินาม เป็นอิสระต่อกัน

การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ 2 ค่า คือ

- 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n)
- 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จแต่ละครั้ง (p)

ใช้สัญลักษณ์ $B(n, p)$ แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$

ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าจากฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามนั้นมีความยุ่งยาก จึงมีการสร้างตารางสำหรับหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม เมื่อ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$ ดังตารางที่ 1 ของภาคผนวก ซึ่งสัญลักษณ์ $B(r; n, p)$ แทนความน่าจะเป็นของการทดลองทวินามจำนวน n ครั้ง โดยจะเกิดความสำเร็จไม่เกิน r ครั้ง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้งคือ p ดังนั้น $B(r; n, p)$ เท่ากับ $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ โดยสามารถหาความน่าจะเป็นที่ค่าต่าง ๆ ได้

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
33. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
34. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
46) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
47) ทักษะการคิดคล่อง	
48) ทักษะการเชื่อมโยง	
49) ทักษะการวิเคราะห์	
35. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

กำหนดขอบเขตของปัญหา

7. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete Uniform Distribution) เป็นการแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $U(k)$
- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(k)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; k) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{เมื่อ } x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

8. ครูชี้แจงนักเรียนว่า ในหัวข้อนี้ นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม

9. ครูถามนักเรียนว่า การแจกแจงทวินามคืออะไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

ขั้นสอน

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

181. ครูอธิบายเกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม ดังนี้

- การทดลองทวินาม (binomial trial) เป็นการทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ เท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$ ในการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองทวินามเป็นอิสระต่อกัน กล่าวได้ว่า ผลลัพธ์ของการทดลองในแต่ละครั้งจะไม่ส่งผลต่อผลลัพธ์ของการทดลองครั้งอื่น ๆ
- การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ 2 ค่า คือ
 - 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n)

2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จแต่ละครั้ง (p)

- เราจะใช้สัญลักษณ์ $B(n, p)$ แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p ตัวอย่างเช่น
 - โยนลูกเต๋า 1 ลูก จำนวน 5 ครั้ง เมื่อการที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 6 เป็นความสำเร็จ จะได้ว่า การทดลองนี้เป็นการทดลองทวินามที่มี $n = 5$ และ $p = \frac{1}{6}$ เขียนแทนด้วย $B\left(5, \frac{1}{6}\right)$
 - สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก จำนวน 8 ครั้ง เมื่อการที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นความสำเร็จ จากกล่องที่บรรจุลูกบอล 6 ลูก ซึ่งมีสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 3 ลูก จะได้ว่า การทดลองนี้เป็นการทดลองทวินามที่มี $n = 8$ และ $p = 0.5$ เขียนแทนด้วย $B(8, 0.5)$

182. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 175-177 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

183. ครูให้นักเรียนจับคู่ ยกตัวอย่างการทดลองทวินาม พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์ คู่ละ 1 ตัวอย่าง โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

184. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 175-176 เกี่ยวกับพารามิเตอร์ (parameter) และการแจกแจงแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution)

185. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน ดังนี้

พิจารณาการทดลองทวินามข้อ 1) ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 175 เมื่อให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว ดังนั้น $X \sim B(10, 0.5)$ ถ้าสนใจความน่าจะเป็นที่จะโยนเหรียญขึ้นหัวทั้งหมด 5 ครั้ง กล่าวได้ว่า ให้หาค่าของ $P(X = 5)$ เนื่องจาก $B(10, 0.5)$ คือ การทดลองทวินามที่มีการทดลอง 10 ครั้ง และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในแต่ละครั้ง คือ 0.5 ซึ่งต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ 5 ครั้ง นั่นคือ จะเกิดความสำเร็จ 5 ครั้ง เราสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จทั้งหมด 5 ครั้งได้ ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ในการทดลอง 10 ครั้ง จะเกิดความสำเร็จทั้งหมด 5 ครั้ง มีวิธีทั้งหมด $\binom{10}{5}$ วิธี

ขั้นที่ 2 ในแต่ละวิธีมีการทดลองทวินาม 10 ครั้ง เกิดความสำเร็จด้วยความน่าจะเป็น 0.5 รวมทั้งหมด 5 ครั้ง และจะเกิดความสำเร็จด้วยความน่าจะเป็น 0.5 รวมทั้งหมด 5 ครั้ง เนื่องจากการทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน ได้ผลลัพธ์เป็น $(0.5)^5(0.5)^5$

ขั้นที่ 3 จากทั้ง 2 ขั้นตอน ความน่าจะเป็นที่จะโยนเหรียญขึ้นหัวทั้งหมด 5 ครั้ง เท่ากับ

$$P(X = x) = \binom{10}{5} (0.5)^5 (0.5)^5 \approx 0.246$$

186. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากการทดลองทวินามข้างต้น สามารถสรุปเป็นบทนิยามได้ ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$

ใช้ทฤษฎี หลักการ

- ครูให้นักเรียนแต่ละคู่หาความน่าจะเป็นของการทดลองทวินาม ดังนี้
 - จากการทดลองทวินามข้อ 3) ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 175 ถ้าสนใจความน่าจะเป็นที่จะซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว ทั้งหมด 2 ครั้ง
 - โยนลูกเต๋า 1 ลูก จำนวน 5 ครั้ง เมื่อการที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 6 เป็นความสำเร็จ ถ้าสนใจความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 6 ทั้งหมด 2 ครั้ง
 - สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก จำนวน 8 ครั้ง เมื่อการที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นความสำเร็จ จากกล่องที่บรรจุลูกบอล 6 ลูก ซึ่งมีสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 3 ลูก ถ้าสนใจความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงทั้งหมด 3 ครั้ง
- ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 5-6 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
 - การทดลองทวินามคืออะไร
(แนวตอบ การทดลองทวินามเป็นการทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้งจะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$)
 - ในการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองทวินามเป็นอิสระต่อกันมีความหมายว่าอย่างไร
(แนวตอบ ผลลัพธ์ของการทดลองในแต่ละครั้ง จะไม่ส่งผลต่อผลลัพธ์ของการทดลองครั้งอื่น ๆ)
 - การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่กี่ค่า อะไรบ้าง
(แนวตอบ 2 ค่า คือ 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n) และ 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จแต่ละครั้ง (p)
 - สัญลักษณ์แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p คืออะไร
(แนวตอบ $B(n, p)$)

- บทนิยามของการแจกแจงทวินาม กล่าวอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$)

ชั่วโมงที่ 2

- ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม
- ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 22 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 178-179 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
- ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในการหยิบบะม่วง 1 ผล ที่มีขนาดไม่ต่างกัน 6 ครั้ง หยิบแบบไม่ใส่คืน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงมันหรือมะม่วงเปรี้ยวเท่ากัน ให้หาความน่าจะเป็นที่จะหยิบ

- 1) ได้มะม่วงมัน 3 ครั้ง
- 2) ได้มะม่วงมันมากกว่า 4 ครั้ง
- 3) ได้มะม่วงมันมากกว่า 3 ครั้ง แต่ไม่เกิน 5 ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงมันในแต่ละครั้ง คือ เกิดความสำเร็จ

$$\text{จะได้ว่า } p = \frac{1}{2} \text{ และ } q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

และทำการหยิบบะม่วงทั้งหมด 6 ครั้ง จะได้ว่า $n = 6$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่หยิบได้มะม่วงมัน

$$\text{จะได้ว่า } x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ ดังนั้น } X \sim B\left(6, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{จาก } b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

1) ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงมัน 3 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= \binom{6}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-3} \\ &= \frac{6!}{(6-3)!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= 20 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$

2) ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงมันมากกว่า 4 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X > 4) &= P(X = 5) + P(X = 6) \\ &= \binom{6}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-5} + \binom{6}{6} \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-6} \\ &= \frac{6!}{(6-5)!5!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \frac{6!}{(6-6)!6!} \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ &= 6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= \frac{7}{64} \end{aligned}$$

3) ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงมันมากกว่า 3 ครั้ง แต่ไม่เกิน 5 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(3 < X \leq 5) &= P(X = 4) + P(X = 5) \\ &= \binom{6}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-4} + \binom{6}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-5} \\ &= \frac{6!}{(6-4)!4!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{6!}{(6-5)!5!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \\ &= 15 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + 6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= 21 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= \frac{21}{64} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 เจ้าของฟาร์มสุ่นซ์แห่งหนึ่ง นำสุ่นซ์เพศเมียไปอัลตราซาวด์ท้องที่โรงพยาบาลสัตว์ พบว่ามีลูกสุ่นซ์อยู่ในท้อง 8 ตัว ความน่าจะเป็นที่สุ่นซ์เพศเมียตัวนี้จะคลอดลูกสุ่นซ์เป็นเพศเมียหรือเพศผู้เท่ากัน ให้หาความน่าจะเป็นที่สุ่นซ์ตัวนี้จะคลอดลูกสุ่นซ์

- 1) เป็นเพศเมีย 4 ตัว
- 2) เป็นเพศเมียน้อยกว่า 3 ตัว
- 3) เป็นเพศเมียมากกว่า 2 ตัว แต่ไม่เกิน 4 ตัว

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกสุ่นซ์เป็นเพศเมียในแต่ละครั้ง คือ เกิดความสำเร็จ

$$\text{จะได้ว่า } p = \frac{1}{2} \text{ และ } q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

และมีลูกสุ่นซ์อยู่ในท้อง 8 ตัว จะได้ว่า $n = 8$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนลูกสุ่นซ์ที่เป็นเพศเมีย

$$\text{จะได้ว่า } x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \text{ ดังนั้น } X \sim B\left(8, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{จาก } b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- 1) ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกสุ่นซ์เป็นเพศเมีย 4 ตัว เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 4) &= \binom{8}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-4} \\ &= \frac{8!}{(8-4)!4!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ &= 70 \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\ &= \frac{35}{128} \end{aligned}$$

- 2) ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกสุ่นซ์เป็นเพศเมียน้อยกว่า 3 ตัว เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X < 3) &= P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) \\ &= \binom{8}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-2} + \binom{8}{1} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} + \binom{8}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-0} \\ &= \frac{8!}{(8-2)!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \frac{8!}{(8-1)!1!} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \frac{8!}{(8-0)!0!} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 28\left(\frac{1}{2}\right)^8 + 8\left(\frac{1}{2}\right)^8 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\
 &= 37\left(\frac{1}{2}\right)^8 \\
 &= \frac{37}{256}
 \end{aligned}$$

3) ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกสุนัขเป็นเพศเมียมากกว่า 2 ตัว แต่ไม่เกิน 4 ตัว เท่ากับ

$$\begin{aligned}
 P(2 < X \leq 4) &= P(X = 3) + P(X = 4) \\
 &= \binom{8}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{8-3} + \binom{8}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^{8-4} \\
 &= \frac{8!}{(8-3)!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{8!}{(8-4)!4!}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4 \\
 &= 56\left(\frac{1}{2}\right)^8 + 70\left(\frac{1}{2}\right)^8 \\
 &= 126\left(\frac{1}{2}\right)^8 \\
 &= \frac{63}{128}
 \end{aligned}$$

ตอบ

187. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 179 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียน 3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียน ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

188. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 18 ข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

189. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

1. ครูอธิบายว่า ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าจากฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามนั้นมีความยุ่งยาก จึงมีการสร้างตารางสำหรับหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม เมื่อ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$ ดังตารางที่ 1 ของภาคผนวก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 213-216 ซึ่งสัญลักษณ์ $B(r; n, p)$ แทนความน่าจะเป็นของการทดลองทวินามจำนวน n ครั้ง โดยจะเกิดความสำเร็จไม่เกิน r ครั้ง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้ง คือ p ดังนั้น $B(r; n, p)$ เท่ากับ $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ โดยสามารถหาความน่าจะเป็นที่ค่าต่าง ๆ ได้
2. ครูให้นักเรียนศึกษาการเปิดตารางหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม โดยสแกน QR Code จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 180
3. ครูยกตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 180 โดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
4. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียน ดังนี้
 - ให้หาความน่าจะเป็นที่จะพบสินค้าชำรุดมากกว่า 5 ครั้ง

(แนวตอบ ความน่าจะเป็นที่จะพบสินค้าชำรุดมากกว่า 5 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned}
 P(X > 5) &= \sum_{x=0}^8 b(x; 20, 0.2) - \sum_{x=0}^5 b(x; 20, 0.2) \\
 &= B(8; 20, 0.2) - B(5; 20, 0.2) \\
 &= 0.9900 - 0.8042 \\
 &= 0.1858
 \end{aligned}$$

- ให้หาความน่าจะเป็นที่จะพบสินค้าชำรุดเพียงครั้งเดียว

(แนวตอบ ความน่าจะเป็นที่จะพบสินค้าชำรุดเพียงครั้งเดียว เท่ากับ

$$\begin{aligned}
 P(X = 1) &= \sum_{x=0}^1 b(x; 20, 0.2) - \sum_{x=0}^0 b(x; 20, 0.2) \\
 &= B(1; 20, 0.2) - B(0; 20, 0.2) \\
 &= 0.0692 - 0.0115 \\
 &= 0.0577
 \end{aligned}$$

5. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กระทรวงพาณิชย์ต้องการตรวจสอบมาตรฐานการผลิตกระเป๋าน้ำแข็งเพื่อการส่งออก ถ้าความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งชำรุดในแต่ละครั้งเท่ากับ 0.25 ถ้าสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 15 ครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุด

- 1) ไม่เกิน 5 ครั้ง
- 2) 7 ครั้ง
- 3) 4 ถึง 9 ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุด คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.25$ และสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 15 ครั้ง จะได้ว่า $n = 15$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่พบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุด

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 15$ ดังนั้น $X \sim B(15, 0.25)$

- 1) ความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุดไม่เกิน 5 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X \leq 5) &= \sum_{x=0}^5 b(x; 15, 0.25) \\ &= B(5; 15, 0.25) \\ &= 0.8516 \end{aligned}$$

- 2) ความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุด 7 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 7) &= \sum_{x=0}^7 b(x; 15, 0.25) - \sum_{x=0}^6 b(x; 15, 0.25) \\ &= B(7; 15, 0.25) - B(6; 15, 0.25) \\ &= 0.9827 - 0.9434 \\ &= 0.0393 \end{aligned}$$

- 3) ความน่าจะเป็นที่จะพบกระเป๋าน้ำแข็งที่ชำรุด 4 ถึง 9 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(4 \leq X \leq 9) &= \sum_{x=0}^9 b(x; 15, 0.25) - \sum_{x=0}^3 b(x; 15, 0.25) \\ &= B(9; 15, 0.25) - B(3; 15, 0.25) \\ &= 0.9992 - 0.4613 \\ &= 0.5379 \end{aligned}$$

ตอบ

ใช้ทฤษฎี หลักการ

1. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 181 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน

2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม โดยใช้ตาราง ดังนี้
 - ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าจากฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามนั้นมีความยุ่งยาก จึงมีการสร้างตารางสำหรับหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม เมื่อ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$ ดังตารางที่ 1 ของภาคผนวก
 - สัญลักษณ์ $B(r ; n, p)$ แทนความน่าจะเป็นของการทดลองทวินามจำนวน n ครั้ง โดยจะเกิดความสำเร็จไม่เกิน r ครั้ง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้ง คือ p ดังนั้น $B(r ; n, p)$ เท่ากับ $\sum_{x=0}^r b(x ; n, p)$ โดยสามารถหาความน่าจะเป็นที่ค่าต่าง ๆ ได้
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 184 ข้อ 1 โดยการเปิดตาราง เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

4. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามโดยการเปิดตาราง จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
5. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 โรงพยาบาลแห่งหนึ่งต้องการตรวจสอบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก ถ้าความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปากในแต่ละครั้งเท่ากับ 0.7 ถ้าสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 25 ครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก

- 1) มากกว่า 20 ครั้ง
- 2) 22 ครั้ง
- 3) 18 ถึง 24 ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.7$ และสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 25 ครั้ง จะได้ว่า $n = 25$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่ไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 25$ ดังนั้น $X \sim B(25, 0.7)$

1) ความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปากมากกว่า 20 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X > 20) &= \sum_{x=0}^{25} b(x ; 25, 0.7) - \sum_{x=0}^{20} b(x ; 25, 0.7) \\ &= B(25 ; 25, 0.7) - B(20 ; 25, 0.7) \\ &= 1 - 0.9095 \\ &= 0.0905 \end{aligned}$$

2) ความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก 22 ครั้ง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 22) &= \sum_{x=0}^{22} b(x; 25, 0.7) - \sum_{x=0}^{21} b(x; 25, 0.7) \\ &= B(22; 25, 0.7) - B(21; 25, 0.7) \\ &= 0.9910 - 0.9668 \\ &= 0.0242 \end{aligned}$$

3) ความน่าจะเป็นที่จะไม่พบเด็กที่ติดโรคมือเท้าปาก 18 ถึง 24 ครั้ง มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} P(18 \leq X \leq 24) &= \sum_{x=0}^{24} b(x; 25, 0.7) - \sum_{x=0}^{17} b(x; 25, 0.7) \\ &= B(24; 25, 0.7) - B(17; 25, 0.7) \\ &= 0.9999 - 0.4882 \\ &= 0.5117 \end{aligned}$$

ตอบ

6. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 181-182 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
7. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 182 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
8. ครูสุ่มนักเรียน 1-2 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
9. ครูให้นักเรียนคู่เดิม ทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 184 ข้อ 3 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ตรวจสอบและสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้จากบทเรียน ดังนี้

- การทดลองทวินาม (binomial trial) เป็นการทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้งจะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure)
 - ความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$ ซึ่งการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองทวินามเป็นอิสระต่อกัน
 - การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ 2 ค่า คือ
 - 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n)
 - 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จแต่ละครั้ง (p)
- ใช้สัญลักษณ์ $B(n, p)$ แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p

- **บทนิยาม** ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$

- ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าจากฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นการแจกแจงทวินามนั้นมีความยุ่งยาก จึงมีการสร้างตารางสำหรับหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม เมื่อ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$ ดังตารางที่ 1 ของภาคผนวก ซึ่งสัญลักษณ์ $B(r; n, p)$ แทนความน่าจะเป็นของการทดลองทวินามจำนวน n ครั้ง โดยจะเกิดความสำเร็จไม่เกิน r ครั้ง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้ง คือ p ดังนั้น $B(r; n, p)$ เท่ากับ $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ โดยสามารถหาความน่าจะเป็นที่ค่าต่าง ๆ ได้

ฝึกปฏิบัติ

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.11 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (1) จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

21. ครูถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม ดังนี้

- การทดลองทวินามคืออะไร

(แนวตอบ การทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จเท่ากับ p และ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$)

- การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ที่ค่า อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ค่า คือ 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n) และ 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จแต่ละครั้ง (p)

- สัญลักษณ์แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p คืออะไร

(แนวตอบ $B(n, p)$)

- การแจกแจงทวินามมีนิยามว่าอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$)

- ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามอย่างไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

(แนวตอบ ใช้การเปิดตารางผลรวมความน่าจะเป็นแบบทวินาม $B(r; n, p) = \sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ โดยมีเงื่อนไข คือ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$)

22. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.2 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 50) การแจกแจงทวินาม (1)	- ตรวจใบงานที่ 2.11 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ข - ตรวจ Exercise 2.2 B	- ใบงานที่ 2.11 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ข - Exercise 2.2 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
51) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
52) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
53) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.11 สื่อการเรียนรู้

- 31) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 32) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 33) ใบงานที่ 2.11 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (1)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 31) ห้องเรียน
- 32) ห้องสมุด
- 33) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.11

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงทวินาม (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 5 คน ความน่าจะเป็นที่ได้บุตรชายหรือบุตรสาวเท่ากัน ให้หาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมี
 - 1) บุตรชาย 2 คน
 - 2) บุตรชายมากกว่า 3 คน
 - 3) บุตรชายมากกว่า 1 คน แต่ไม่เกิน 3 คน
 โดยใช้นิยาม

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้มีบุตรชาย คือ เกิดความสำเร็จ

$$\text{จะได้ว่า } p = \frac{1}{2} \text{ และ } q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

และมีบุตรทั้งหมด 5 คน จะได้ว่า $n = 5$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนบุตรชาย

$$\text{จะได้ว่า } x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ ดังนั้น } X \sim B\left(5, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{จาก } b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

- 1) ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้มีบุตรชาย 2 คน เท่ากับ

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}$$

$$= \frac{5!}{(5-2)!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= 10 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{5}{16}$$

2) ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรชายมากกว่า 3 คน เท่ากับ

$$P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5)$$

$$\begin{aligned} &= \binom{5}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} \\ &= \frac{5!}{(5-4)!4!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{5!}{(5-5)!5!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ &= 5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= 6 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{3}{16} \end{aligned}$$

3) ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรชายมากกว่า 1 คน แต่ไม่เกิน 3 คน เท่ากับ

$$P(1 < X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$\begin{aligned} &= \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} + \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} \\ &= \frac{5!}{(5-2)!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{5!}{(5-3)!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 10 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= 20 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

2. ในเมือง ๆ หนึ่งต้องการตรวจสอบการติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) ถ้าความน่าจะเป็นที่พบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) ในแต่ละครั้งเท่ากับ 0.1 ถ้าสุ่มตรวจสอบคนทั้งหมด 15 ครั้ง ให้หา ความน่าจะเป็นที่พบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19)

- 1) ไม่เกิน 4 ครั้ง
- 2) 5 ครั้ง
- 3) 5 ถึง 9 ครั้ง

โดยการเปิดตาราง

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่พบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.1$ และตรวจสอบคนทั้งหมด 15 ครั้ง จะได้ว่า $n = 15$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนครั้งที่ตรวจสอบพบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19)

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 15$ ดังนั้น $X \sim B(15, 0.1)$

1) ความน่าจะเป็นที่ตรวจสอบพบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) ไม่เกิน 4 ครั้ง เท่ากับ

$$P(X \leq 4) = \sum_{x=0}^4 b(x; 15, 0.1)$$

$$= B(4; 15, 0.1)$$

$$= 0.9873$$

2) ความน่าจะเป็นที่ตรวจสอบพบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) 5 ครั้ง เท่ากับ

$$P(X = 5) = \sum_{x=0}^5 b(x; 15, 0.1) - \sum_{x=0}^4 b(x; 15, 0.1)$$

$$= B(5; 15, 0.1) - B(4; 15, 0.1)$$

$$= 0.9978 - 0.9873$$

$$= 0.0105$$

3) ความน่าจะเป็นที่ตรวจสอบพบคนติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) 5 ถึง 9 ครั้ง เท่ากับ

$$P(5 \leq X \leq 9) = \sum_{x=0}^9 b(x; 15, 0.1) - \sum_{x=0}^4 b(x; 15, 0.1)$$

$$= B(9; 15, 0.1) - B(4; 15, 0.1)$$

$$= 1 - 0.9873$$

$$= 0.0127$$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

การแจกแจงทวินาม (2)

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 44) อธิบายเกี่ยวกับการแจกแจงทวินามได้ (K)
- 45) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามได้ถูกต้อง (P)
- 46) แสดงวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามได้ถูกต้อง (P)
- 47) แสดงวิธีหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามได้ถูกต้อง (P)
- 48) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินามไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงทวินาม	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การทดลองทวินาม (binomial trial) เป็นการทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) ความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$ ในการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองทวินาม เป็นอิสระต่อกัน

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$

ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าจากฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามนั้นมีความยุ่งยาก จึงมีการสร้างตารางสำหรับหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินาม เมื่อ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$ ดังตารางที่ 1 ของภาคผนวก ซึ่งสัญลักษณ์ $B(r; n, p)$ แทนความน่าจะเป็นของการทดลองทวินามจำนวน n ครั้ง โดยจะเกิดความสำเร็จไม่เกิน r ครั้ง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้งคือ p ดังนั้น $B(r; n, p)$ เท่ากับ $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ โดยสามารถหาความน่าจะเป็นที่ค่าต่าง ๆ ได้

การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินาม สรุปเป็นทฤษฎีบทไว้ ดังนี้

ทฤษฎีบท 3 ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = np \quad \text{และ} \quad V(X) = npq$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
36. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
37. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
50) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
51) ทักษะการคิดคล่อง	
52) ทักษะการเชื่อมโยง	
53) ทักษะการวิเคราะห์	
38. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- การทดลองทวินามคืออะไร

(แนวตอบ การทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ เท่ากับ p และ ความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$)

- การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ที่ค่า อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ค่า คือ 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n) และ 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จ แต่ละครั้ง (p)

- สัญลักษณ์แทนการทดลองทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ p คืออะไร

(แนวตอบ $B(n, p)$)

- การแจกแจงทวินามมีนิยามว่าอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$ ถ้าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$b(x ; n, p) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$ และ $q = 1 - p$)

- ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามทำอย่างไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

(แนวตอบ ใช้การเปิดตารางผลรวมความน่าจะเป็นแบบทวินาม $B(r ; n, p) = \sum_{x=0}^r b(x ; n, p)$

และมีเงื่อนไข คือ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

190. ครุยกตัวอย่างเกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม จากนั้นร่วมกันเฉลยกับนักเรียน ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 โรงงานผลิตตู้รับไฟฟ้าแห่งหนึ่ง เมื่อตรวจสอบพบว่า มีตู้รับไฟฟ้าคุณภาพดีอยู่ 65% ถ้าโรงงานสุ่มเลือกตู้รับไฟฟ้ามา 30 เครื่อง ให้หาความน่าจะเป็นที่ได้ตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพ

- 1) ดี 15 เครื่อง
- 2) ดีอย่างน้อย 12 เครื่อง
- 3) ไม่ดี 8 เครื่อง

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะตรวจสอบพบตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพดี คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.65$ และสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 30 เครื่อง จะได้ว่า $n = 30$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนตู้รับไฟฟ้าคุณภาพดี

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 30$ ดังนั้น $X \sim B(30, 0.65)$

- 1) ความน่าจะเป็นที่จะพบตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพดี 15 เครื่อง เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 15) &= \sum_{x=0}^{15} b(x; 30, 0.65) - \sum_{x=0}^{14} b(x; 30, 0.65) \\ &= B(15; 30, 0.65) - B(14; 30, 0.65) \\ &= 0.0652 - 0.0301 \\ &= 0.0351 \end{aligned}$$

- 2) ความน่าจะเป็นที่ได้ตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพดีอย่างน้อย 12 เครื่อง มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X \geq 12) &= \sum_{x=0}^{30} b(x; 30, 0.65) - \sum_{x=0}^{11} b(x; 30, 0.65) \\ &= B(30; 30, 0.65) - B(11; 30, 0.65) \\ &= 1 - 0.0014 \\ &= 0.9986 \end{aligned}$$

- 3) ความน่าจะเป็นที่ได้ตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพไม่ดี 8 เครื่อง เท่ากับความน่าจะเป็นที่ได้ตู้รับไฟฟ้าที่มีคุณภาพดี 22 เครื่อง

$$\begin{aligned} P(X = 22) &= \sum_{x=0}^{22} b(x; 30, 0.65) - \sum_{x=0}^{21} b(x; 30, 0.65) \\ &= B(22; 30, 0.65) - B(21; 30, 0.65) \\ &= 0.8762 - 0.7753 \\ &= 0.1009 \end{aligned}$$

ตอบ

191. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าการหาค่าความหมายและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินามเหมือนหรือแตกต่างจากตัวแปรสุ่มชนิดอื่น ๆ อย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

192. ครูกยกตัวอย่างการหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 โรงงานผลิตลู่ไฟฟ้าแห่งหนึ่ง เมื่อตรวจสอบพบว่าลู่ไฟฟ้าคุณภาพดีอยู่ 65% ถ้าโรงงานสุ่มเลือกลู่ไฟฟ้ามา 30 เครื่อง ให้หา

- 1) ค่าคาดหวังของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดี
- 2) ความแปรปรวนของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดี

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะตรวจสอบพบลู่ไฟฟ้าคุณภาพดี คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.65$ และสุ่มตรวจสอบทั้งหมด 30 เครื่อง จะได้ว่า $n = 30$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนลู่ไฟฟ้าคุณภาพดี

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 30$ ดังนั้น $X \sim B(30, 0.65)$

- 1) ค่าคาดหวังของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดี

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } E(X) &= np \\ &= 30(0.65) \\ &= 19.5\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดีเท่ากับ 19.5 ตัว

- 2) ความแปรปรวนของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดี

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } V(X) &= npq \\ &= 30(0.65)(0.35) \\ &= 6.825\end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของจำนวนลู่ไฟฟ้าที่สุ่มเลือกมาแล้วมีคุณภาพดีเท่ากับ 6.825 ตัว² **ตอบ**

193. ครูกยกตัวอย่างที่ 25 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 182-183 โดยอธิบายอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

194. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 25 ในหนังสือเรียน ว่า การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวน ของตัวแปรสุ่มทวินาม มีสูตรในการหาเหมือนหรือต่างจากตัวแปรสุ่มชนิดอื่น ๆ อย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ ค่าคาดหวัง $E(X) = np$ และความแปรปรวน $V(X) = npq$)

195. ครูอธิบายว่า การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินาม สามารถทำได้เช่นเดียวกับตัวแปรสุ่มชนิดอื่น ๆ แต่ขั้นตอนการคำนวณจะมีความยุ่งยากและซับซ้อนจึงละการพิสูจน์ไว้ และสรุปเป็นทฤษฎีบทไว้ ดังนี้

ทฤษฎีบท 3 ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = np \text{ และ } V(X) = npq$$

196. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 183 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

197. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทบทวนเนื้อหาในหนังสือเรียน จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาอธิบายเนื้อหาจากความเข้าใจ

198. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับค่าความหมายและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินาม ดังนี้

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = np \text{ และ } V(X) = npq$$

199. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 184 ข้อ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

200. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าความหมายและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินาม จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

201. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 ในการผ่าตัดรักษาผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารของโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง โอกาสที่คนไข้จะหายมี 45% ถ้าทำการผ่าตัดรักษาผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหาร 10 คน ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี 3 คน
- 2) ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดีอย่างมาก 7 คน
- 3) ค่าคาดหวังของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี
- 4) ความแปรปรวนของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี

วิธีทำ เนื่องจากความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารได้รับการผ่าตัดรักษาหายดี คือ ความสำเร็จจะได้ว่า $p = 0.45$

และทำการผ่าตัดรักษาผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหาร 10 คน จะได้ว่า $n = 10$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$ ดังนั้น $X \sim B(10, 0.45)$

- 1) ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี 3 คน เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= \sum_{x=0}^3 b(x; 10, 0.45) - \sum_{x=0}^2 b(x; 10, 0.45) \\ &= B(3; 10, 0.45) - B(2; 10, 0.45) \\ &= 0.2660 - 0.0996 \\ &= 0.1664 \end{aligned}$$

- 2) ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดีอย่างมาก 7 คน เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X \leq 7) &= \sum_{x=0}^7 b(x; 10, 0.45) \\ &= 0.9726 \end{aligned}$$

- 3) ค่าคาดหวังของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad E(X) &= np \\ &= 10(0.45) \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดีเท่ากับ 4.5 คน

- 4) ความแปรปรวนของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad V(X) &= npq \\ &= 10(0.45)(0.55) \\ &= 2.475 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนของจำนวนผู้ป่วยมะเร็งกระเพาะอาหารผ่าตัดรักษาหายดี

เท่ากับ 2.475 คน²

ตอบ

202. ครูให้นักเรียนแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 184 ข้อ 4 จากนั้นจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน

203. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมานำเสนอวิธีคิดและคำตอบ 3-4 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนคู่เดิมทำแบบฝึกทักษะ 2.2 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 184 ข้อ 5 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดและคำตอบ 2-3 คู่ จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้
- ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.12 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2) จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

23. ครูถามนักเรียนเพื่อสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงทวินาม ดังนี้
- การทดลองทวินามคืออะไร
(แนวตอบ การทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลองในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ เท่ากับ p และ ความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$)
 - การทดลองทวินามมีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ที่ค่า อะไรบ้าง
(แนวตอบ 2 ค่า คือ 1) จำนวนครั้งของการทดลอง (n) และ 2) ความน่าจะเป็นที่การทดลองจะสำเร็จ แต่ละครั้ง (p)
 - ในกรณีที่ n มีค่ามาก การหาค่าหาความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามอย่างไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง
(แนวตอบ ใช้การเปิดตารางผลรวมความน่าจะเป็นแบบทวินาม $B(r; n, p) = \sum_{x=0}^r b(x; n, p)$
และมีเงื่อนไข คือ $n = 5, 10, 15, \dots, 30$ และ $p = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.95$)
 - การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มทวินาม มีสูตรว่าอย่างไร
(แนวตอบ ค่าคาดหวัง $E(X) = np$ และความแปรปรวน $V(X) = npq$)
24. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.2 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 54) การแจกแจงทวินาม (2)	- ตรวจใบงานที่ 2.12 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.2 ข - ตรวจ Exercise 2.2 B	- ใบงานที่ 2.12 - แบบฝึกทักษะ 2.2 ข - Exercise 2.2 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
55) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
56) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
57) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.12 สื่อการเรียนรู้

- 34) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 35) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 36) ใบงานที่ 2.12 เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 34) ห้องเรียน
- 35) ห้องสมุด
- 36) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.12

เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

โรงงานผลิตขวดแก้วแห่งหนึ่ง ผลิตขวดแก้วแล้วใช้งานไม่ได้ 40% ถ้าสุ่มเลือกขวดแก้วมา 30 ขวด ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้ 5 ขวด
- 2) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้เกิน 10 ขวด
- 3) ค่าคาดหวังของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้
- 4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้

This image shows a full page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page, typical of notebook or composition paper. There are no margins, text, or other markings on the page.

ใบงานที่ 2.12

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงทวินาม (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

โรงงานผลิตขวดแก้วแห่งหนึ่ง ผลิตขวดแก้วแล้วใช้งานไม่ได้ 40% ถ้าสุ่มเลือกขวดแก้วมา 30 ขวด ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้ 5 ขวด
- 2) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้เกิน 10 ขวด
- 3) ค่าคาดหวังของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้
- 4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้

วิธีทำ กำหนดให้การสุ่มได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้ คือ ความสำเร็จ จะได้ว่า $p = 0.4$

และสุ่มเลือกขวดแก้วมา 30 ขวด จะได้ว่า $n = 30$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้

จะได้ว่า $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 30$ ดังนั้น $X \sim B(30, 0.4)$

1) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้ 5 ขวด เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X = 5) &= \sum_{x=0}^5 b(x; 30, 0.4) - \sum_{x=0}^4 b(x; 30, 0.4) \\ &= B(5; 30, 0.4) - B(4; 30, 0.4) \\ &= 0.0057 - 0.0015 \\ &= 0.0042 \end{aligned}$$

2) ความน่าจะเป็นที่ได้ขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้เกิน 10 ขวด เท่ากับ

$$\begin{aligned} P(X > 10) &= \sum_{x=0}^{30} b(x; 30, 0.4) - \sum_{x=0}^{10} b(x; 30, 0.4) \\ &= B(30; 30, 0.4) - B(10; 30, 0.4) \\ &= 1 - 0.2915 \\ &= 0.7085 \end{aligned}$$

3) ค่าคาดหวังของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad E(X) &= np \\ &= 30(0.4) \\ &= 12 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้เท่ากับ 12 ขวด

4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้

จะได้

$$V(X) = npq$$

$$= 30(0.4)(0.6)$$

$$= 7.2$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ $\sqrt{V(X)} = \sqrt{7.2} \approx 2.68$

นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนขวดแก้วที่ใช้งานไม่ได้ประมาณ 2.68 ขวด

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้	
• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	
• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์	
• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))	
• ปัญหา/อุปสรรค	
• แนวทางการแก้ไข	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)

เวลา 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 49) อธิบายความหมายของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ (K)
- 50) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 51) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงเอกรูป	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้

1) ถ้า x มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$

3) $P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx$ โดยที่ c และ d อยู่บนช่วง (a, b)

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
39. ความสามารถในการสื่อสาร 40. ความสามารถในการคิด 54) ทักษะการคิดคล่อง 55) ทักษะการระบุ 56) ทักษะการเชื่อมโยง 57) ทักษะการวิเคราะห์ 41. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดไม่ต่อเนื่องบางชนิด โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
 - การแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดไม่ต่อเนื่องบางชนิดที่เรียนมาแล้วมีอะไรบ้าง
(แนวตอบ การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง และการแจกแจงทวินาม)
 - การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องคืออะไร
(แนวตอบ การแจกแจงที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด k แบบ โดยที่ผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $U(k)$)
 - การทดลองทวินามคืออะไร
(แนวตอบ การทดลองสุ่มจำนวน n ครั้ง โดยผลลัพธ์จากการทดลอง ในแต่ละครั้ง จะมีเพียง 2 แบบ คือ ความสำเร็จ (success) หรือความไม่สำเร็จ (failure) โดยความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ เท่ากับ p และ ความน่าจะเป็นที่เกิดความไม่สำเร็จเท่ากับ q ซึ่ง $q = 1 - p$)
- ครูถามนักเรียนว่า ถ้าข้อมูลเป็นความสูงของนักเรียนหรือเวลาที่ใช้ในการใช้บริการสถานพยาบาล ข้อมูลเหล่านี้ควรเป็นข้อมูลแบบไม่ต่อเนื่องหรือไม่ เพราะเหตุใด
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

12. ครูชี้แจงกับนักเรียนว่า นักเรียนทราบถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดไม่ต่อเนื่องบางชนิดแล้ว ในหัวข้อนี้จะได้ศึกษารูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดต่อเนื่องบางชนิด ซึ่งเกิดจากตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง โดยจะกล่าวเฉพาะการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงปกติ

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

204. ครูยกตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 186-187 อธิบายบนกระดาน อย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
205. จากตัวอย่างที่ 26 ในหนังสือเรียน ครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้
- จากตัวอย่าง โจทย์กำหนดอะไรมาให้
(แนวตอบ กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปบนช่วง $(10, 25)$)
 - จากตัวอย่าง สิ่งแรกที่ต้องทำก่อนหาความน่าจะเป็นคืออะไร
(แนวตอบ เขียนฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X)
 - จากตัวอย่าง ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X หาได้อย่างไร
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)
206. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 185 จากนั้นถามคำถามนักเรียน ดังนี้
- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องคืออะไร
(แนวตอบ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน)
 - การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีบทนิยามว่าอย่างไร
(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

207. ครูเน้นย้ำจากบทนิยาม ดังนี้

- ถ้า x มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่ในช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$
- $P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx$ โดยที่ c และ d อยู่บนช่วง (a, b)

208. ครูให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความรู้ที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

209. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน
- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้

1) ถ้า X มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่ในช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$$

$$3) P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx \text{ โดยที่ } c \text{ และ } d \text{ อยู่บนช่วง } (a, b)$$

ชั่วโมงที่ 2

210. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

211. ครูทบทวนความรู้นักเรียนโดยยกตัวอย่างและอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปบนช่วง $(18, 30)$ ให้หา

- 1) $P(20 \leq X \leq 25)$
- 2) $P(X \leq 25)$
- 3) $P(X \geq 25)$
- 4) $P(X > 35)$

วิธีทำ จากบทนิยามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

$$f(x; 18, 30) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{เมื่อ } 18 < x < 30 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 1) \ P(20 \leq X \leq 25) &= \int_{20}^{25} f(x; 18, 30) dx \\
 &= \int_{20}^{25} \frac{1}{12} dx \\
 &= \frac{1}{12} x \Big|_{20}^{25} \\
 &= \frac{25 - 20}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \ P(X \leq 25) &= \int_{-\infty}^{25} f(x; 18, 30) dx \\
 &= \int_{18}^{25} \frac{1}{12} dx \\
 &= \frac{1}{12} x \Big|_{18}^{25} \\
 &= \frac{25 - 18}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \ P(X \geq 25) &= \int_{25}^{\infty} f(x; 18, 30) dx \\
 &= \int_{25}^{30} \frac{1}{12} dx \\
 &= \frac{1}{12} x \Big|_{25}^{30} \\
 &= \frac{30 - 25}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \ P(X > 35) &= \int_{35}^{\infty} f(x; 18, 30) dx \\
 &= \int_{35}^{\infty} 0 dx \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปบนช่วง $(11, 21)$ ให้หา

1) $P(14 \leq X \leq 18)$

2) $P(X \leq 18)$

3) $P(X \geq 18)$

4) $P(X > 25)$

วิธีทำ จากบทนิยามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

$$f(x; 11, 21) = \begin{cases} \frac{1}{10} & \text{เมื่อ } 11 < x < 21 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$1) P(14 \leq X \leq 18) = \int_{14}^{18} f(x; 11, 21) dx$$

$$= \int_{14}^{18} \frac{1}{10} dx$$

$$= \frac{1}{10} x \Big|_{14}^{18}$$

$$= \frac{18 - 14}{10}$$

$$= \frac{4}{10}$$

$$= \frac{2}{5}$$

$$2) P(X \leq 18) = \int_{-\infty}^{18} f(x; 11, 21) dx$$

$$= \int_{11}^{18} \frac{1}{10} dx$$

$$= \frac{1}{10} x \Big|_{11}^{18}$$

$$= \frac{18 - 11}{10}$$

$$= \frac{7}{10}$$

$$\begin{aligned}
 3) P(X \geq 18) &= \int_{18}^{\infty} f(x; 11, 21) dx \\
 &= \int_{18}^{21} \frac{1}{10} dx \\
 &= \frac{1}{10} x \Big|_{18}^{21} \\
 &= \frac{21 - 18}{10} \\
 &= \frac{3}{10} \\
 4) P(X > 25) &= \int_{25}^{\infty} f(x; 11, 21) dx \\
 &= \int_{25}^{\infty} 0 dx \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ตอบ

212. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 187 จากนั้น ให้นักเรียนจับคู่อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
213. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบลองทำดู 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
214. ครูให้นักเรียนคู่เดิมทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 191 ข้อ 1 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 2-3 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.13 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)
- ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

25. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกช่วงบน (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน
- การแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง บทนิยามดังนี้

ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$

ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้

1) ถ้า X มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$$

3) $P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx$ โดยที่ c และ d อยู่บนช่วง (a, b)

26. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.3 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 58) การแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง (1)	- ตรวจใบงานที่ 2.13 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ก - ตรวจ Exercise 2.3 A	- ใบงานที่ 2.13 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ก - Exercise 2.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
59) การนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมินการนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
60) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
61) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.13 สื่อการเรียนรู้

- 37) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 38) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 39) ใบงานที่ 2.13 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 37) ห้องเรียน
- 38) ห้องสมุด
- 39) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.13

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปบนช่วง $(5, 20)$ ให้หา
- 1) $P(10 \leq X \leq 15)$
 - 2) $P(X \leq 15)$
 - 3) $P(X \geq 15)$
 - 4) $P(X > 25)$

[illegible]

ใบงานที่ 2.13

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปบนช่วง (5, 20) ให้หา

- 1) $P(10 \leq X \leq 15)$
- 2) $P(X \leq 15)$
- 3) $P(X \geq 15)$
- 4) $P(X > 25)$

วิธีทำ จากบทนิยามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

$$f(x; 5, 20) = \begin{cases} \frac{1}{15} & \text{เมื่อ } 5 < x < 20 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$1) P(10 \leq X \leq 15) = \int_{10}^{15} f(x; 5, 20) dx$$

$$= \int_{10}^{15} \frac{1}{15} dx$$

$$= \frac{1}{15} x \Big|_{10}^{15}$$

$$= \frac{15 - 10}{15}$$

$$= \frac{5}{15}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$2) P(X \leq 15) = \int_{-\infty}^{15} f(x; 5, 20) dx$$

$$= \int_{5}^{15} \frac{1}{15} dx$$

$$= \frac{1}{15} x \Big|_5^{15}$$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูบบนช่วง (9, 22) ให้หา

1) $P(14 \leq X \leq 17)$

2) $P(X \leq 17)$

3) $P(X \geq 17)$

4) $P(X > 27)$

วิธีทำ จากบทนิยามการแจกแจงเอกรูบบนช่วง

$$f(x; 9, 22) = \begin{cases} \frac{1}{13} & \text{เมื่อ } 9 < x < 22 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$1) P(14 \leq X \leq 17) = \int_{14}^{17} f(x; 9, 22) dx$$

$$= \int_{14}^{17} \frac{1}{13} dx$$

$$= \frac{1}{13} x \Big|_{14}^{17}$$

$$= \frac{17 - 14}{13}$$

$$= \frac{3}{13}$$

$$2) P(X \leq 17) = \int_{-\infty}^{17} f(x; 9, 22) dx$$

$$= \int_{9}^{17} \frac{1}{13} dx$$

$$= \frac{1}{13} x \Big|_9^{17}$$

$$= \frac{17 - 9}{13}$$

$$= \frac{8}{13}$$

$$3) P(X \geq 17) = \int_{17}^{\infty} f(x; 9, 22) dx$$

$$= \int_{17}^{22} \frac{1}{13} dx$$

$$= \frac{1}{13} x \Big|_{17}^{22}$$

$$= \frac{22 - 17}{13}$$

$$= \frac{5}{13}$$

$$4) P(X > 27) = \int_{27}^{\infty} f(x; 9, 22) dx$$

$$= \int_{27}^{\infty} 0 dx$$

$$= 0$$

ข้อเสนอแนะ.....

ลงชื่อ _____

ตำแหน่ง _____

- ด้านความรู้

.....

- ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

.....

- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์

- ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

- ปัญหา/อุปสรรค

- แนวทางการแก้ไข

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)

เวลา 4 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 52) อธิบายความหมายของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ (K)
- 53) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 54) แสดงวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 55) แสดงวิธีหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องได้ถูกต้อง (P)
- 56) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงเอกรูป	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้

- 1) ถ้า x มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$$

$$3) P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx \text{ โดยที่ } c \text{ และ } d \text{ อยู่บนช่วง } (a, b)$$

ทฤษฎีบท 4 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง $U(a, b)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
42. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
43. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
58) ทักษะการคิดคล่อง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
59) ทักษะการระบุ	
60) ทักษะการเชื่อมโยง	
61) ทักษะการวิเคราะห์	
44. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน
- **บทนิยาม** ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้
 - 1) ถ้า X มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$
 - 2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b)dx = 1$
 - 3) $P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b)dx$ โดยที่ c และ d อยู่บนช่วง (a, b)
- 2. ครุถามคำถามนักเรียนเกี่ยวกับค่าคาดหวังและความแปรปรวน ดังนี้
 - ค่าคาดหวังเรียกอีกอย่างว่าอะไร
(แนวตอบ ค่าเฉลี่ย)
 - ความแปรปรวนคืออะไร
(แนวตอบ กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)
 - นักเรียนคิดว่าการหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีสูตรในการหาเหมือนกับการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องหรือไม่ อย่างไร
(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

215. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 27 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 188

จากนั้นครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

216. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 สุ่มเลือกจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนบนช่วง $(3, 7)$ ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 3.5 ถึง 5.5
- 2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือก

วิธีทำ ให้ X แทนตัวแปรสุ่มแทนจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนที่ถูกสุ่มเลือก

เนื่องจากทุก ๆ จุด มีโอกาสในการถูกสุ่มเลือกเท่า ๆ กัน

ดังนั้น X มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง $(3, 7)$

$$1) P(3.5 \leq X \leq 5.5) = \int_{3.5}^{5.5} f(x; 3, 7)dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{3.5}^{5.5} \frac{1}{4} dx \\
 &= \frac{1}{4} x \Big|_{3.5}^{5.5} \\
 &= \frac{5.5 - 3.5}{4} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 3.5 ถึง 5.5 เท่ากับ $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
 2) E(X) &= \frac{b+a}{2} \\
 &= \frac{3+7}{2} \\
 &= \frac{10}{2} \\
 &= 5 \\
 V(X) &= \frac{(b-a)^2}{12} \\
 &= \frac{(7-3)^2}{12} \\
 &= \frac{4^2}{12} \\
 &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือกเท่ากับ 5 และ $\frac{4}{3}$ ตามลำดับ

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 สุ่มเลือกจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนบนช่วง (9, 15) ให้หา

1) ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 10.25 ถึง 12.65

2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือก

วิธีทำ ให้ X แทนตัวแปรสุ่มแทนจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนที่ถูกสุ่มเลือก

เนื่องจากทุก ๆ จุดมีโอกาสในการถูกสุ่มเลือกเท่า ๆ กัน

ดังนั้น X มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (9, 15)

$$1) P(10.25 \leq X \leq 12.65) = \int_{10.25}^{12.65} f(x; 9, 15) dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{10.25}^{12.65} \frac{1}{6} dx \\
 &= \frac{1}{6} x \Big|_{10.25}^{12.65} \\
 &= \frac{12.65 - 10.25}{6} \\
 &= \frac{2.4}{6} \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 10.25 ถึง 12.65 เท่ากับ 0.4

$$\begin{aligned}
 2) \ E(X) &= \frac{b+a}{2} \\
 &= \frac{9+15}{2} \\
 &= \frac{24}{2} \\
 &= 12 \\
 V(X) &= \frac{(b-a)^2}{12} \\
 &= \frac{(15-9)^2}{12} \\
 &= \frac{6^2}{12} \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือกเท่ากับ 12 และ 3 ตามลำดับ **ตอบ**

217. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1-2 และตัวอย่างที่ 27 ว่า การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีสูตรในการหาเหมือนหรือต่างจากการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่องอย่างไร (แนวตอบ ต่างกัน คือ การหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องใช้สูตร ดังนี้

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \text{ และ } V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

218. ครูให้นักเรียนศึกษา “ทฤษฎีบท 4” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 186 จากนั้นร่วมกันสรุป ดังนี้

ทฤษฎีบท 4 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง $U(a, b)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

219. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย จากนั้นให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 188 จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

220. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ดังนี้

ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง $U(a, b)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของ

$$\text{ตัวแปรสุ่ม } X \text{ คือ } E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

ชั่วโมงที่ 2

221. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ค่าคาดหวัง และความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

222. ครูยกตัวอย่างที่ 28 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 189 โดยอธิบายบนกระดานอย่างละเอียด จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

223. ครูเน้นย้ำ “ข้อควรระวัง” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 189

224. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (a, b) โดยมีค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ 7 และ 3 ตามลำดับ ให้หา $P(X < 6)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \frac{b+a}{2}$

$$7 = \frac{b+a}{2}$$

จะได้ $b + a = 14$ (1)

และ $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

$$3 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

จะได้ $(b-a)^2 = 36$

$b - a = 6$ (2)

(1) + (2) จะได้ $2b = 20$

$$b = 10$$

แทน $b = 10$ ลงในสมการ (1)

จะได้ $10 + a = 14$

$$a = 4$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X เขียนได้ ดังนี้

จาก
$$f(x; 4, 10) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{เมื่อ } 4 < x < 10 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะได้
$$\begin{aligned} P(X < 6) &= \int_{-\infty}^6 f(x; 4, 10) dx \\ &= \int_4^6 \frac{1}{6} dx \\ &= \frac{1}{6} x \Big|_4^6 \\ &= \frac{6 - 4}{6} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น $P(X < 6) = \frac{1}{3}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (a, b) โดยมีค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ 14.55 และ 5.88 ตามลำดับ ให้หา $P(X < 13.95)$

วิธีทำ จาก
$$E(X) = \frac{b + a}{2}$$

$$14.55 = \frac{b + a}{2}$$

จะได้ $b + a = 29.1$ (1)

และ
$$V(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

$$5.88 = \frac{(b - a)^2}{12}$$

จะได้ $(b - a)^2 = 70.56$

$$b - a = 8.4 \quad \dots(2)$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } 2b = 37.5$$

$$b = 18.75$$

แทน $b = 18.75$ ลงในสมการ (1)

$$\text{จะได้ } 18.75 + a = 29.1$$

$$a = 10.35$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X เขียนได้ ดังนี้

$$\text{จาก } f(x ; 10.35, 18.75) = \begin{cases} \frac{1}{8.4} & \text{เมื่อ } 10.35 < x < 18.75 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(X < 13.95) &= \int_{-\infty}^{13.95} f(x ; 10.35, 18.75) dx \\ &= \int_{10.35}^{13.95} \frac{1}{8.4} dx \\ &= \frac{1}{8.4} x \Big|_{10.35}^{13.95} \\ &= \frac{13.95 - 10.35}{8.4} \\ &= \frac{3.6}{8.4} \\ &\approx 0.43 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } P(X < 13.95) \approx 0.43$$

ตอบ

225. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 185-189 จากนั้น ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
226. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 189 จากนั้น สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 3

227. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ค่าคาดหวัง และความแปรปรวนของการแจกแจง เอกรูปต่อเนื่อง

228. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 29 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 190 จากนั้นอธิบายบนกระดานอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

229. ครุยักตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 จากสถิติเกี่ยวกับน้ำหนักของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งหนึ่ง มีน้ำหนักตั้งแต่ 40 กิโลกรัม ถึง 130 กิโลกรัม ด้วยความน่าจะเป็นแบบเอกรูปต่อเนื่อง ถ้าธาราใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งนี้ ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่ธาราจะมีน้ำหนักน้อยกว่า 75 กิโลกรัม
- 2) น้ำหนักเฉลี่ยของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งนี้
- 3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งนี้

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์ ดังนั้น X มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง $(40, 130)$

$$\begin{aligned} 1) P(X < 75) &= \int_{40}^{75} \frac{1}{90} dx \\ &= \frac{1}{90} x \Big|_{40}^{75} \\ &= \frac{75 - 40}{90} \\ &= \frac{35}{90} \\ &= \frac{7}{18} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ธาราจะมีน้ำหนักน้อยกว่า 75 กิโลกรัม เท่ากับ $\frac{7}{18}$

$$\begin{aligned} 2) \text{ จาก } E(X) &= \frac{b + a}{2} \\ &= \frac{40 + 130}{2} \\ &= 85 \end{aligned}$$

ดังนั้น น้ำหนักเฉลี่ยของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งนี้ เท่ากับ 85 กิโลกรัม

$$\begin{aligned} 3) \text{ จาก } V(X) &= \frac{(b - a)^2}{12} \\ &= \frac{(130 - 40)^2}{12} \\ &= 675 \end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผู้ใช้บริการสถานที่กระโดดบันจี้จัมพ์แห่งนี้

$$\text{เท่ากับ } \sqrt{675} = 15\sqrt{3} \text{ กิโลกรัม}$$

ตอบ

230. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 191 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
231. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบลองทำดู 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
232. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 191 ข้อ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

233. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
234. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 191 ข้อ 3
235. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
236. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

6. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ก ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 191 ข้อ 4 จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ 2-3 กลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.14 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2) จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิด ข้อละ 1 คน โดยมีครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

27. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ดังนี้
- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน

- **บทนิยาม** ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- จากบทนิยาม มีข้อสังเกต ดังนี้

1) ถ้า X มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$

3) $P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx$ โดยที่ c และ d อยู่บนช่วง (a, b)

- **ทฤษฎีบท 4** ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง $U(a, b)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

28. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.3 A ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 62) การแจกแจง เอกรูปต่อเนื่อง (2)	- ตรวจใบงานที่ 2.14 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ก - ตรวจ Exercise 2.3 A	- ใบงานที่ 2.14 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ก - Exercise 2.3 A	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
63) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงาน กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำงานกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
64) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
65) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
66) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.14 สื่อการเรียนรู้

- 40) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 41) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 42) ใบงานที่ 2.14 เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 40) ห้องเรียน
- 41) ห้องสมุด
- 42) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.14

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. สุ่มเลือกจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนบนช่วง (2, 7) ให้หา
 - 1) ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 2.2 ถึง 4.7
 - 2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือก

[illegible]

-
-
2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (a, b) โดยมีค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ 5 และ 12 ตามลำดับ ให้หา $P(X < 5)$

.....

.....

3. จากสถิติเกี่ยวกับน้ำหนักของผู้เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งหนึ่ง มีน้ำหนักตั้งแต่ 50 กิโลกรัม ถึง 110 กิโลกรัม ด้วยความน่าจะเป็นแบบเอกรูปต่อเนื่อง ถ้าเรียรวัดน้ั้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้ ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่เรียรวัดน้ั้จะมีน้ำหนักมากกว่า 70 กิโลกรัม
- 2) น้ำหนักเฉลี่ยของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้
- 3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกาย

ใบงานที่ 2.14

เฉลย

เรื่อง การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. สุ่มเลือกจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนบนช่วง (2, 7) ให้หา
 - 1) ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 2.2 ถึง 4.7
 - 2) ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือก

วิธีทำ ให้ X แทนตัวแปรสุ่มแทนจุดใด ๆ ในเส้นจำนวนที่ถูกสุ่มเลือก

เนื่องจากทุก ๆ จุด มีโอกาสในการถูกสุ่มเลือกเท่า ๆ กัน

ดังนั้น X มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (2, 7)

$$1) P(2.2 \leq X \leq 4.7) = \int_{2.2}^{4.7} f(x; 2, 7) dx$$

$$= \int_{2.2}^{4.7} \frac{1}{5} dx$$

$$= \frac{1}{5} x \Big|_{2.2}^{4.7}$$

$$= \frac{4.7 - 2.2}{5}$$

$$= \frac{2.5}{5}$$

$$= 0.5$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จุดบนช่วง 2.2 ถึง 4.7 เท่ากับ 0.5

$$2) E(X) = \frac{b+a}{2} = \frac{2+7}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(7-2)^2}{12} = \frac{5^2}{12} = \frac{25}{12} \approx 2.08$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของการสุ่มเลือกเท่ากับ 4.5 และ 2.08 ตามลำดับ

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง (a, b) โดยมีค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ 5 และ 12 ตามลำดับ ให้หา $P(X < 5)$

วิธีทำ จาก $E(X) = \frac{b+a}{2}$

$$5 = \frac{b+a}{2}$$

จะได้ $b+a = 10 \dots (1)$

และ $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

$$12 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

จะได้ $(b-a)^2 = 144$

$$b-a = 12 \dots (2)$$

(1) + (2) จะได้ $2b = 22$

$$b = 11$$

แทน $b = 11$ ลงในสมการ (1)

จะได้ $11 + a = 10$

$$a = -1$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X เขียนได้ ดังนี้

$$\text{จาก } f(x; -1, 11) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{เมื่อ } -1 < x < 11 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

จะได้ $P(X < 5) = \int_{-1}^5 \frac{1}{12} dx$

$$= \frac{1}{12} x \Big|_{-1}^5$$

$$= \frac{5 - (-1)}{12}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= 0.5$$

ดังนั้น $P(X < 5)$ เท่ากับ 0.5

3. จากสถิติเกี่ยวกับน้ำหนักของผู้เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งหนึ่ง มีน้ำหนักตั้งแต่ 50 กิโลกรัม ถึง 110 กิโลกรัม ด้วยความน่าจะเป็นแบบเอกรูปต่อเนื่อง ถ้าเอียววัฒน์ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้ ให้หา
- 1) ความน่าจะเป็นที่เอียววัฒน์จะมีน้ำหนักมากกว่า 70 กิโลกรัม
 - 2) น้ำหนักเฉลี่ยของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้
 - 3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกาย

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกาย

ดังนั้น X มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องบนช่วง $(50, 110)$

$$1) P(X > 70) = \int_{70}^{110} \frac{1}{60} dx$$

$$= \frac{1}{60} x \Big|_{70}^{110}$$

$$= \frac{110 - 70}{60}$$

$$= \frac{40}{60}$$

$$= \frac{2}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เอียววัฒน์จะมีน้ำหนักมากกว่า 70 กิโลกรัม เท่ากับ $\frac{2}{3}$

$$2) \text{ จาก } E(X) = \frac{b + a}{2}$$

$$= \frac{110 + 50}{2}$$

$$= 80$$

ดังนั้น น้ำหนักเฉลี่ยของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้ เท่ากับ 80 กิโลกรัม

$$3) \text{ จาก } V(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

$$= \frac{(110 - 50)^2}{12}$$

$$= 300$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผู้ใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายแห่งนี้

เท่ากับ $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ กิโลกรัม

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

10. บันทึกผลหลังการสอน

• ด้านความรู้	
• ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	
• ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
• ด้านความสามารถด้านคณิตศาสตร์	
• ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))	
• ปัญหา/อุปสรรค	
• แนวทางการแก้ไข	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

การแจกแจงปกติ (1)

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 57) อธิบายความหมายของการแจกแจงปกติได้ (K)
- 58) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติได้ถูกต้อง (P)
- 59) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงปกติ	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

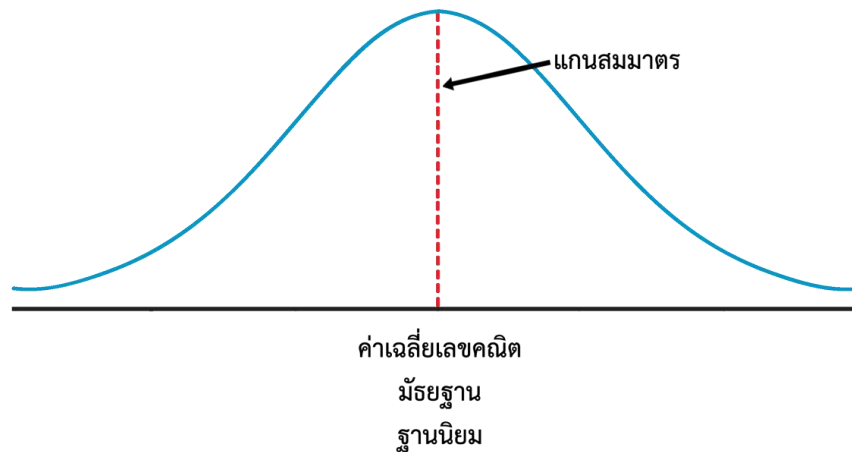
ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

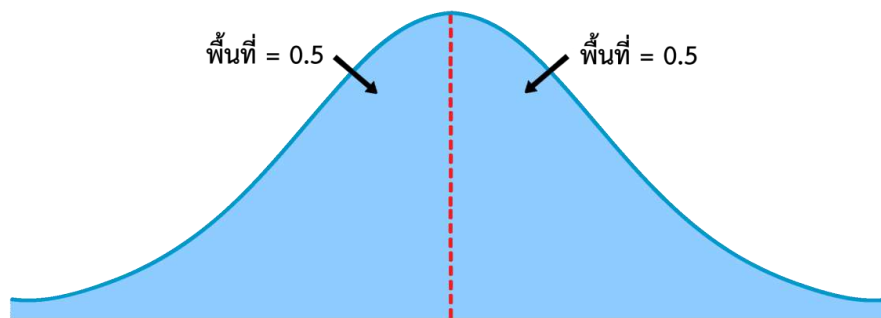
เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย

สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง



- 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน



- 3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน

ทฤษฎีบท 5 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

การหา $P(a < X < b)$ โดยหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$ เพื่อความสะดวกจึงทำการปรับตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ที่มีการแจกแจงปกติให้อยู่ในรูปตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0, 1)$ ซึ่งมีการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ด้วยความสัมพันธ์
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีลักษณะสมมาตรที่ $z = 0$ จึงทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน $-\infty < z < 0$ เท่ากับ $0 < z < \infty$ เขียนแทนด้วย $P(-\infty < z < 0) = P(0 < z < \infty) = 0.5$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
45. ความสามารถในการสื่อสาร 46. ความสามารถในการคิด 62) ทักษะการคิดคล่อง 63) ทักษะการระบุ 64) ทักษะการเชื่อมโยง 65) ทักษะการวิเคราะห์ 47. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deductive Method)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

กำหนดขอบเขตของปัญหา

13. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ดังนี้

- การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง คือ การแจกแจงที่มีตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าได้ทุกค่าบนช่วง (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a < b$ โดยทุกค่าของตัวแปรสุ่มมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน
- **บทนิยาม** ตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim U(a, b)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอื่น ๆ} \end{cases}$$

- จากบทนิยาม มีข้อสังเกตดังนี้

1) ถ้า X มีค่าอื่น ๆ ที่ไม่อยู่บนช่วง (a, b) จะได้ว่า $f(x; a, b) = 0$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b) dx = 1$$

$$3) P(c < X < d) = \int_c^d f(x; a, b) dx \text{ โดยที่ } c \text{ และ } d \text{ อยู่บนช่วง } (a, b)$$

- **ทฤษฎีบท 4** ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (a, b)$ มีการแจกแจงเอกรูปร่างต่อเนื่อง $U(a, b)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

14. ครูชี้แจงนักเรียนว่า ในหัวข้อนี้ นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ
15. ครูถามคำถามนักเรียนว่า การแจกแจงปกติคืออะไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน)

ขั้นสอน

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ดังนี้

ในทางสถิติ ข้อมูลที่เก็บมาเป็นจำนวนมาก เช่น ราคาหุ้นตัวหนึ่งที่เก็บข้อมูลทุกวันเป็นเวลา 10 ปี คณะนักวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั่วประเทศ พฤติกรรมของสิ่งมีชีวิตต่าง ๆ ส่วนใหญ่จะสมมติให้มีการแจกแจงแบบปกติ

2. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 192-193 จากนั้นถามนักเรียน ดังนี้

- การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญกี่ค่า อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2))

- การแจกแจงปกติมีบทนิยามว่าอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- กราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ เป็นเส้นโค้งรูประฆังคว่ำ)

3. ครูอธิบายว่า เนื่องจากฟังก์ชันของการแจกแจงปกติในข้อมูลแต่ละชุด อาจจะมี μ และ σ ต่างกันได้ จึงทำให้ได้เส้นโค้งปกติแตกต่างกัน

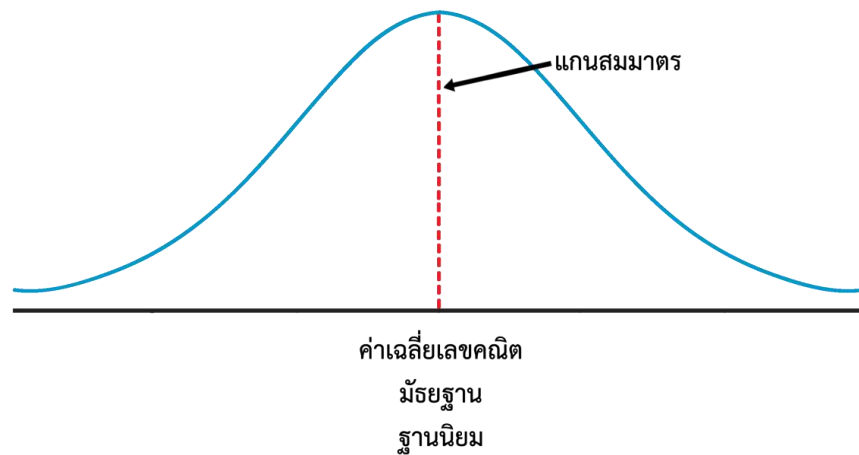
4. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 194 ดังนี้

เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย

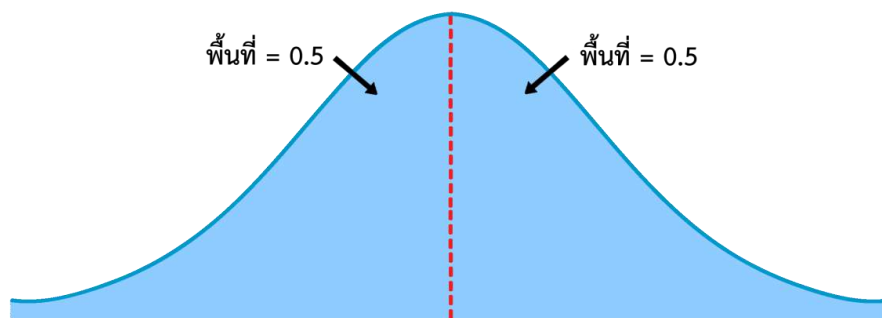
5. ครูให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 194 จากนั้น สรุปร่วมกัน ดังนี้

- สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง



2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน



3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน

- **ทฤษฎีบท 5** ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

6. ครูถามนักเรียนว่า เนื่องจาก $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง การหา $P(a < X < b)$ ทำอย่างไร
(แนวตอบ หาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$)

7. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการหา $P(a < X < b)$ โดยหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$

8. ครูอธิบายว่า การหา $P(a < X < b)$ ค่อนข้างยุ่งยาก เพราะนักเรียนยังไม่ได้เรียนเกี่ยวกับการหาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้น เพื่อความสะดวกจึงทำการปรับตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ที่มีการแจกแจงปกติให้อยู่ในรูปตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0, 1)$ ซึ่งมีการแจกแจงปกติมาตรฐานด้วยความสัมพันธ์
- $$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$
9. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับเส้นโค้งปกติมาตรฐาน และการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 195-196 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
10. ครูถามนักเรียน ดังนี้
- เส้นโค้งปกติจากฟังก์ชัน $f(Z)$ เรียกว่าอะไร
(แนวตอบ เส้นโค้งปกติมาตรฐาน)
 - พื้นที่ใต้เส้นโค้งหาได้จากอะไร
(แนวตอบ จากตารางที่ 2 ของภาคผนวก)
 - การหา $P(z_1 < Z < z_2)$ ทำอย่างไร
(แนวตอบ นำ $P(-\infty < Z < z_2)$ ลบด้วย $P(-\infty < Z < z_1)$)
11. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 196 ดังนี้
เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีลักษณะสมมาตรที่ $z = 0$ จึงทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน $-\infty < z < 0$ เท่ากับ $0 < z < \infty$ เขียนแทนด้วย $P(-\infty < z < 0) = P(0 < z < \infty) = 0.5$
12. ครูให้นักเรียนจับคู่กันอภิปรายเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาสรุปหน้าชั้นเรียน

ชั่วโมงที่ 2

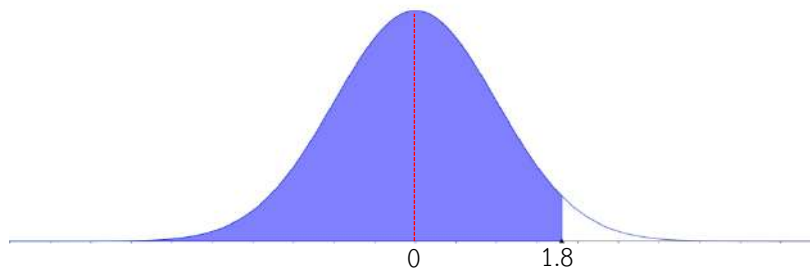
13. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ
14. ครูให้นักเรียนสแกน QR Code ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 197 เกี่ยวกับการเปิดตารางหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

ใช้ทักษะหลักการ

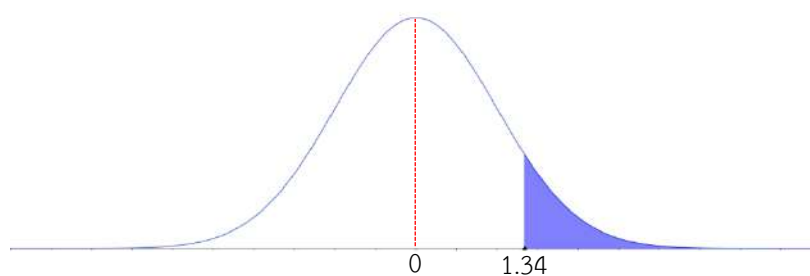
- ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 30 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 196-197 จากนั้นครูอธิบายโดยละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
 - ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนเปิดตารางที่ 2 ของภาคผนวกในหนังสือเรียน ทำไปพร้อม ๆ กัน ดังนี้
- ตัวอย่างที่ 1** กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ให้หา

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 1) $P(Z < 1.8)$ | 2) $P(Z > 1.34)$ |
| 3) $P(0.3 < Z < 1.6)$ | 4) $P(-2.15 < Z < 1.4)$ |

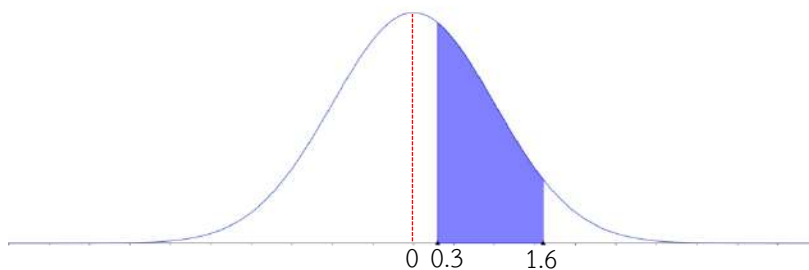
วิธีทำ 1) $P(Z < 1.8) = 0.9641$ (จากตารางที่ 2)



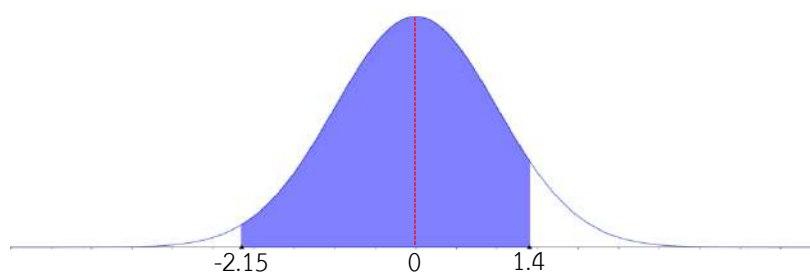
2) $P(Z > 1.34) = P(Z < -1.34)$
 $= 0.0901$ (จากตารางที่ 2)



3) $P(0.3 < Z < 1.6) = P(Z < 1.6) - P(Z < 0.3)$
 $= 0.9452 - 0.6179$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.3273$



4) $P(-2.15 < Z < 1.4) = P(Z < 1.4) - P(Z < -2.15)$
 $= 0.9192 - 0.0158$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.9034$

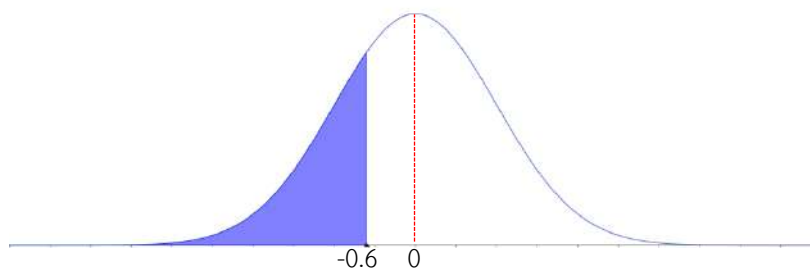


ตอบ

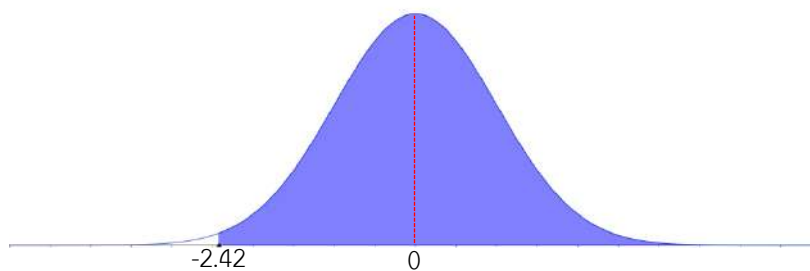
ตัวอย่างที่ 2 กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ให้หา

- 1) $P(Z < -0.6)$
- 2) $P(Z > -2.42)$
- 3) $P(-2.7 < Z < -0.6)$
- 4) $P(-1.85 < Z < 1.5)$

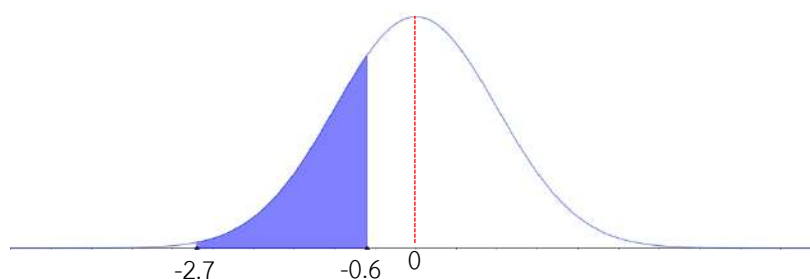
วิธีทำ 1) $P(Z < -0.6) = 0.2743$ (จากตารางที่ 2)



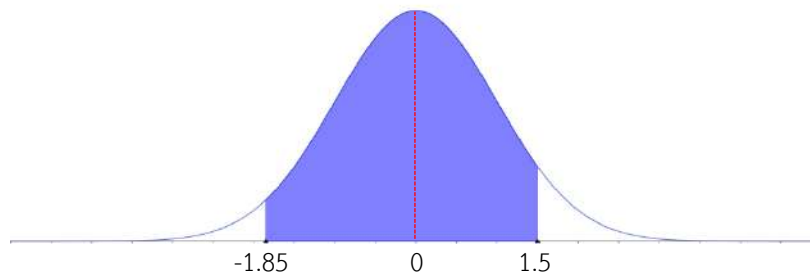
2) $P(Z > -2.42) = 1 - P(Z < -2.42)$
 $= 1 - 0.0078$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.9922$



3) $P(-2.7 < Z < -0.6) = P(Z < -0.6) - P(Z < -2.7)$
 $= 0.2743 - 0.0035$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.2708$



$$\begin{aligned}
 4) P(-1.85 < Z < 1.5) &= P(Z < 1.5) - P(Z < -1.85) \\
 &= 0.9332 - 0.0322 && \text{(จากตารางที่ 2)} \\
 &= 0.9010
 \end{aligned}$$



ตอบ

3. ครูถามนักเรียน ดังนี้

- $P(Z > 1.34)$ และ $P(Z < -1.34)$ เท่ากันหรือไม่

(แนวตอบ เท่ากัน)

- เพราะเหตุใด $P(Z > 1.34)$ และ $P(Z < -1.34)$ จึงมีค่าเท่ากัน

(แนวตอบ เพราะ $P(Z > 1.34)$ และ $P(Z < -1.34)$ ต่างจาก $z = 0$ เป็นระยะที่เท่ากัน จึงมีพื้นที่เท่ากัน)

- ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 197 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
- ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบลองทำดู 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 203 ข้อ 1-2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

- ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน
- ครูยกตัวอย่างที่ 31 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 198 จากนั้นครูอธิบายโดยละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
- ครูถามนักเรียนว่า ตัวอย่างที่ 31 ต่างจากที่นักเรียนเรียนเมื่อชั่วโมงที่แล้วหรือไม่ อย่างไร
(แนวตอบ ต่างกัน คือ โจทย์กำหนดค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาให้)

10. ครุยกติวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ เท่ากับ 20 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.4 ให้หา

1) $P(X < 13.52)$

2) $P(X < 22.16)$

3) $P(X > 16.76)$

4) $P(X > 23.96)$

วิธีทำ เนื่องจาก $X \sim N(20, 2.4^2)$

$$\begin{aligned} 1) P(X < 13.52) &= P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{13.52 - 20}{2.4}\right) \\ &= P(Z < -2.7) \\ &= 0.0035 \end{aligned} \quad \text{(จากตารางที่ 2)}$$

$$\begin{aligned} 2) P(X < 22.16) &= P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{22.16 - 20}{2.4}\right) \\ &= P(Z < 0.9) \\ &= 0.8159 \end{aligned} \quad \text{(จากตารางที่ 2)}$$

$$\begin{aligned} 3) P(X > 16.76) &= P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} > \frac{16.76 - 20}{2.4}\right) \\ &= P(Z > -1.35) \\ &= 1 - P(Z < -1.35) \\ &= 1 - 0.0885 \\ &= 0.9115 \end{aligned} \quad \text{(จากตารางที่ 2)}$$

$$\begin{aligned} 4) P(X > 23.96) &= P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} > \frac{23.96 - 20}{2.4}\right) \\ &= P(Z > 1.65) \\ &= P(Z < -1.65) \\ &= 0.0495 \end{aligned} \quad \text{(จากตารางที่ 2)}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ เท่ากับ 24 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.2 ให้หา

- 1) $P(21 < X < 22.2)$
- 2) $P(21.84 < X < 24.72)$
- 3) $P(25.8 < X < 27.36)$

วิธีทำ เนื่องจาก $X \sim N(24, 1.2^2)$

$$\begin{aligned} 1) P(21 < X < 22.2) &= P\left(\frac{21 - 24}{1.2} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{22.2 - 24}{1.2}\right) \\ &= P(-2.5 < Z < -1.5) \\ &= P(Z < -1.5) - P(Z < -2.5) \\ &= 0.0668 - 0.0062 \quad (\text{จากตารางที่ 2}) \\ &= 0.0606 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) P(21.84 < X < 24.72) &= P\left(\frac{21.84 - 24}{1.2} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{24.72 - 24}{1.2}\right) \\ &= P(-1.8 < Z < 0.6) \\ &= P(Z < 0.6) - P(Z < -1.8) \\ &= 0.7257 - 0.0359 \quad (\text{จากตารางที่ 2}) \\ &= 0.6898 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) P(25.8 < X < 27.36) &= P\left(\frac{25.8 - 24}{1.2} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{27.36 - 24}{1.2}\right) \\ &= P(1.5 < Z < 2.8) \\ &= P(Z < 2.8) - P(Z < 1.5) \\ &= 0.9974 - 0.9332 \quad (\text{จากตารางที่ 2}) \\ &= 0.0642 \end{aligned}$$

ตอบ

11. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 199 จากนั้น ให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
12. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบลองทำดู 2-3 คน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ตรวจสอบและสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบและสรุปความรู้ โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

- การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญกี่ค่า อะไรบ้าง

(แนวตอบ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2))

- การแจกแจงปกติมีบทนิยามว่าอย่างไร

(แนวตอบ ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- กราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติมีลักษณะอย่างไร

(แนวตอบ เป็นเส้นโค้งรูประฆังคว่ำ)

- สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีอะไรบ้าง

(แนวตอบ 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง

2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน)

ฝึกปฏิบัติ

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.15 เรื่อง การแจกแจงปกติ (1) จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดข้อละ 1 คน โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

29. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ดังนี้

- การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย
- สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้
 - 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง
 - 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน
 - 3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน

- **ทฤษฎีบท 5** ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

- การหา $P(a < X < b)$ โดยหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$ เพื่อความสะดวกจึงทำการปรับตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ที่มีการแจกแจงปกติให้อยู่ในรูปตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0, 1)$ ซึ่งมีการแจกแจง

$$\text{ปกติมาตรฐานด้วยความสัมพันธ์ } Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีลักษณะสมมาตรที่ $z = 0$ จึงทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน $-\infty < z < 0$ เท่ากับ $0 < z < \infty$ เขียนแทนด้วย $P(-\infty < z < 0) = P(0 < z < \infty) = 0.5$

30. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดทักษะ 2.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 204 ข้อ 3 และ Exercise 2.3 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจเป็นรายบุคคล

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
67) การแจกแจง ปกติ (1)	- ตรวจสอบงานที่ 2.15 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 2.3 ข - ตรวจสอบ Exercise 2.3 B	- ใบงานที่ 2.15 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ข - Exercise 2.3 B	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
68) การนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำ กิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
69) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
70) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.15 สื่อการเรียนรู้

- 43) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 44) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 45) ใบงานที่ 2.15 เรื่อง การแจกแจงปกติ (1)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 43) ห้องเรียน
- 44) ห้องสมุด
- 45) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.15

เรื่อง การแจกแจงปกติ (1)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ให้หา
- 1) $P(Z < 2.7)$
 - 2) $P(Z > 1.63)$
 - 3) $P(1.4 < Z < 2.2)$
 - 4) $P(-2.41 < Z < 3.3)$

[illegible]

ใบงานที่ 2.15

เรื่อง การแจกแจงปกติ (1)

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. กำหนด Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ให้หา

- 1) $P(Z < 2.7)$
- 2) $P(Z > 1.63)$
- 3) $P(1.4 < Z < 2.2)$
- 4) $P(-2.41 < Z < 3.3)$

วิธีทำ 1) $P(Z < 2.7) = 0.9965$ (จากตารางที่ 2)

2) $P(Z > 1.63) = P(Z < -1.63)$
 $= 0.0516$ (จากตารางที่ 2)

3) $P(1.4 < Z < 2.2) = P(Z < 2.2) - P(Z < 1.4)$
 $= 0.9861 - 0.9192$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.0669$

4) $P(-2.41 < Z < 3.3) = P(Z < 3.3) - P(Z < -2.41)$
 $= 0.9995 - 0.0080$ (จากตารางที่ 2)
 $= 0.9915$

2. กำหนด X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.5 ให้หา

- 1) $P(X < 10)$
- 2) $P(X > 22)$
- 3) $P(14 < X < 18)$
- 4) $P(18 < X < 21)$

วิธีทำ เนื่องจาก $X \sim N(15, 2.5^2)$

$$1) P(X < 10) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{10 - 15}{2.5}\right)$$

$$= P(Z < -2)$$

$$= 0.0228 \quad (\text{จากตารางที่ 2})$$

$$2) P(X > 22) = P\left(\frac{22 - 15}{2.5} < \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$= P(Z > 2.8)$$

$$= P(Z < -2.8)$$

$$= 0.0026 \quad (\text{จากตารางที่ 2})$$

$$3) P(14 < X < 18) = P\left(\frac{14 - 15}{2.5} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{18 - 15}{2.5}\right)$$

$$= P(-0.4 < Z < 1.2)$$

$$= P(Z < 1.2) - P(Z < -0.4)$$

$$= 0.8849 - 0.3446 \quad (\text{จากตารางที่ 2})$$

$$= 0.5403$$

$$4) P(18 < X < 21) = P\left(\frac{18 - 15}{2.5} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{21 - 15}{2.5}\right)$$

$$= P(1.2 < Z < 2.4)$$

$$= P(Z < 2.4) - P(Z < 1.2)$$

$$= 0.9918 - 0.8849 \quad (\text{จากตารางที่ 2})$$

$$= 0.1069$$

9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

ตำแหน่ง.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16

การแจกแจงปกติ (2)

เวลา 3 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 60) อธิบายความหมายของการแจกแจงปกติได้ (K)
- 61) แสดงวิธีหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติได้ถูกต้อง (P)
- 62) นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ (A)

3. สารการเรียนรู้

สารการเรียนรู้เพิ่มเติม	สารการเรียนรู้ท้องถิ่น
การแจกแจงปกติ	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

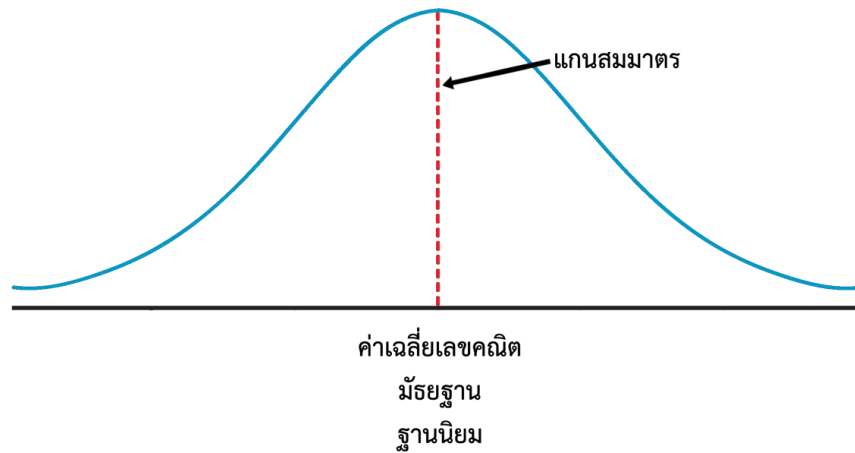
ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

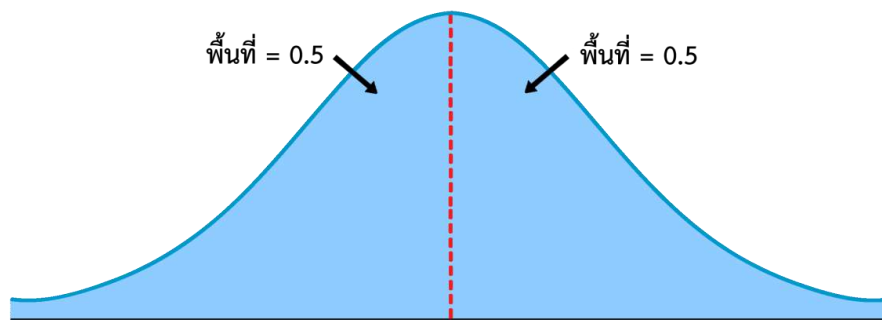
เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย

สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โค้งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง



- 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน



- 3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน

ทฤษฎีบท 5 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

การหา $P(a < X < b)$ โดยหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$ เพื่อความสะดวกจึงทำการปรับตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ที่มีการแจกแจงปกติให้อยู่ในรูปตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0, 1)$ ซึ่งมีการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ด้วยความสัมพันธ์
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีลักษณะสมมาตรที่ $z = 0$ จึงทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน $-\infty < z < 0$ เท่ากับ $0 < z < \infty$ เขียนแทนด้วย $P(-\infty < z < 0) = P(0 < z < \infty) = 0.5$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
48. ความสามารถในการสื่อสาร 49. ความสามารถในการคิด 66) ทักษะการคิดคล่อง 67) ทักษะการระบุ 68) ทักษะการเชื่อมโยง 69) ทักษะการวิเคราะห์ 70) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 50. ความสามารถในการแก้ปัญหา 51. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

ครูกล่าวทักทายนักเรียน และทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ดังนี้

- การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย

- สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้
 - 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง
 - 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน
 - 3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน
- ทฤษฎีบท 5 ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

ขั้นสอน

รู้และเข้าใจ (Knowing and Understanding)

15. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 32 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 199 จากนั้น ครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
16. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม พร้อมอธิบาย ดังนี้

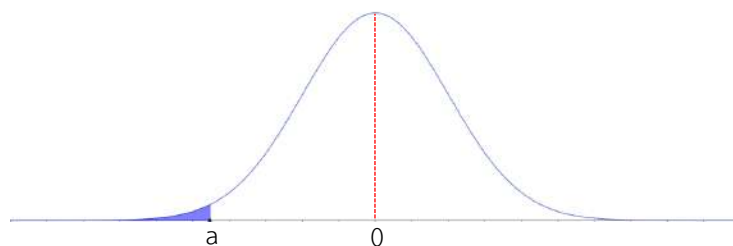
ตัวอย่างที่ 1 ให้หาค่า a ที่ทำให้

$$1) P(Z < a) = 0.0116$$

$$2) P(Z < a) = 0.0044$$

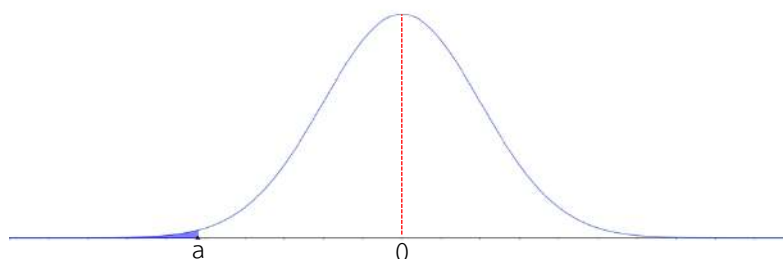
วิธีทำ 1) จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -2.27) = 0.0116$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.0116$ คือ -2.27



2) จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -2.62) = 0.0044$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.0044$ คือ -2.62



ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ให้หาค่า a ที่ทำให้

$$1) P(Z > a) = 0.9370$$

$$2) P(Z < a) = 0.9980$$

วิธีทำ 1) $P(Z > a) = 0.9370$

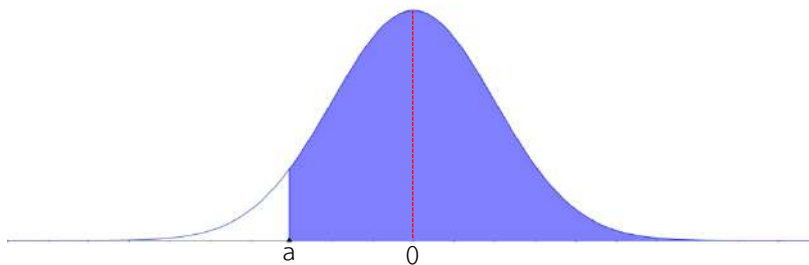
$$1 - P(Z < a) = 0.9370$$

$$P(Z < a) = 1 - 0.9370$$

$$= 0.0630$$

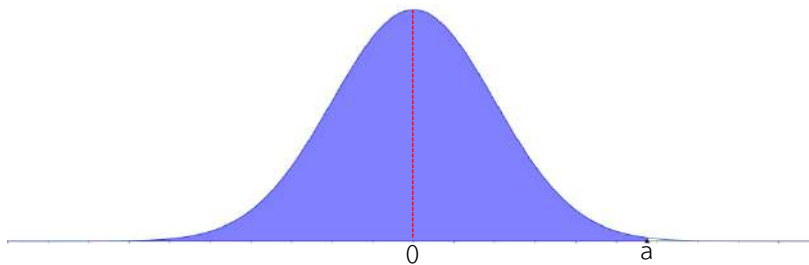
จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -1.53) = 0.0630$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z > a) = 0.9370$ คือ -1.53



2) จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < 2.88) = 0.9980$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.9979$ คือ 2.88



ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ให้หาค่า a ที่ทำให้

$$1) P(-2.48 < Z < a) = 0.0361$$

$$2) P(a < Z < 0.82) = 0.6668$$

วิธีทำ 1) จาก $P(-2.48 < Z < a) = 0.0361$

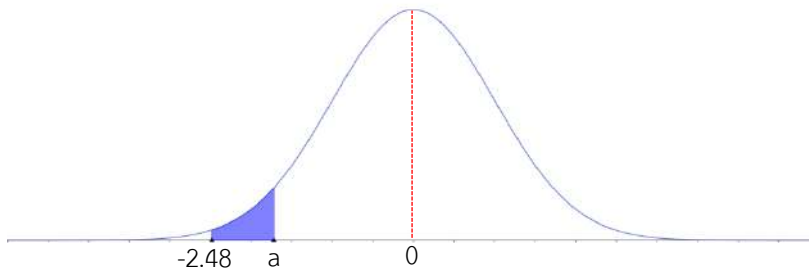
$$P(-2.48 < Z < a) = P(Z < a) - P(Z < -2.48)$$

จะได้ $0.0361 = P(Z < a) - 0.0066$ (จากตารางที่ 2)

จะได้ว่า $P(Z < a) = 0.0361 + 0.0066$
 $= 0.0427$

จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -1.72) = 0.0427$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(-2.48 < Z < a) = 0.0361$ คือ -1.72



1) จาก $P(a < Z < 0.82) = 0.6668$

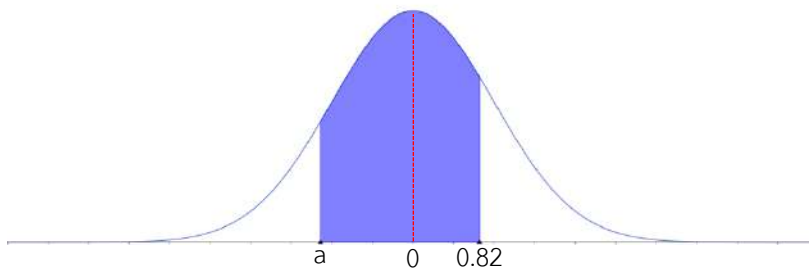
$$P(a < Z < 0.82) = P(Z < 0.82) - P(Z < a)$$

จะได้ $0.6668 = 0.7939 - P(Z < a)$ (จากตารางที่ 2)

จะได้ว่า $P(Z < a) = 0.7939 - 0.6668$
 $= 0.1271$

จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -1.14) = 0.1271$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(a < Z < 0.82) = 0.6668$ คือ -1.14



ตอบ

17. ครูถามนักเรียนจากตัวอย่างที่ 1-3 และตัวอย่างที่ 32 ในหนังสือเรียน เหมือนหรือต่างกับที่เคยเรียนมาแล้วอย่างไร

(แนวตอบ ต่างกัน คือ กำหนดค่าความน่าจะเป็นมาให้ แล้วให้หาค่า z)

18. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 199 จากนั้น ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

19. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับเส้นโค้งปกติมาตรฐาน และการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 195-199 จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

20. ครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่ได้หน้าชั้นเรียน โดยมีครูเป็นผู้แนะนำและตรวจสอบความถูกต้อง

21. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 204 ข้อ 4 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

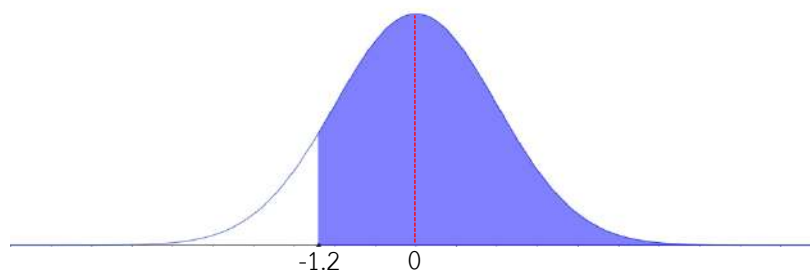
22. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน
23. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 33 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 200-201 จากนั้นครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
24. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม พร้อมทั้งอธิบาย ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 62 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน ให้หา

- 1) ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะสอบได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน
- 2) มีนักเรียนกี่เปอร์เซ็นต์ที่สอบได้คะแนนระหว่าง 46 ถึง 80 คะแนน
- 3) ถ้าครูผู้สอนให้เกรด 4 กับนักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงสุด 5% นักเรียนจะต้องทำคะแนนได้เท่าไรจึงจะได้เกรด 4

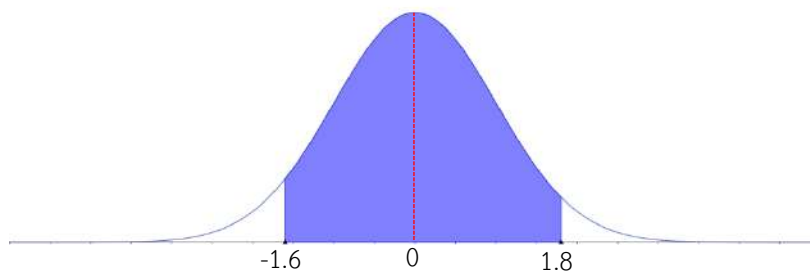
วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
เนื่องจาก $X \sim N(62, 10^2)$

$$\begin{aligned}
 1) P(X > 50) &= P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} > \frac{50 - 62}{10}\right) \\
 &= P(Z > -1.2) \\
 &= 1 - P(Z < -1.2) && \text{(จากตารางที่ 2)} \\
 &= 1 - 0.1151 \\
 &= 0.8849
 \end{aligned}$$



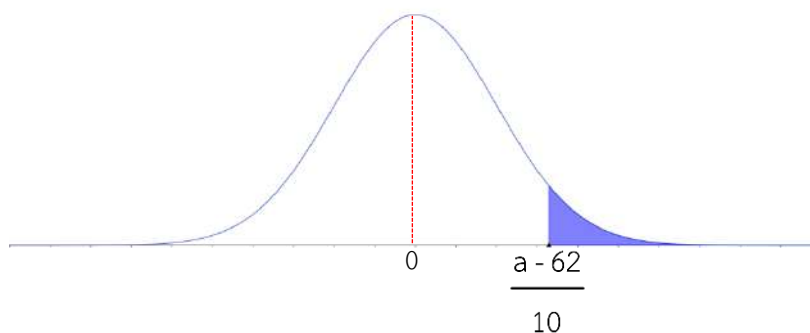
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะสอบได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน เท่ากับ 0.8849

$$\begin{aligned}
 2) P(46 < X < 80) &= P\left(\frac{46 - 62}{10} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{80 - 62}{10}\right) \\
 &= P(-1.6 < Z < 1.8) \\
 &= P(Z < 1.8) - P(Z < -1.6) \\
 &= 0.9641 - 0.0548 && \text{(จากตารางที่ 2)} \\
 &= 0.9093
 \end{aligned}$$



ดังนั้น มีนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง 46 ถึง 80 คะแนน อยู่ 90.93 %

3) ให้ a แทนคะแนนต่ำสุดของเกรด 4



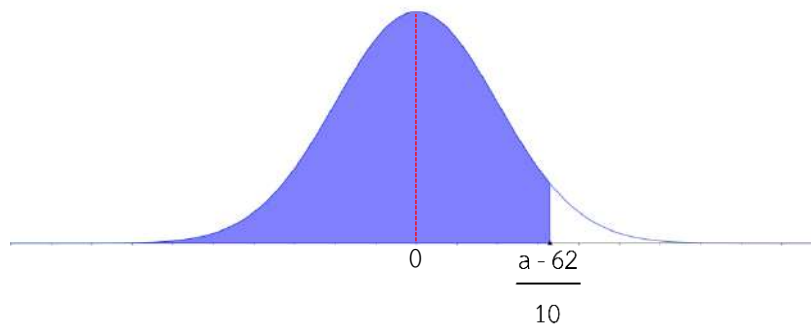
จะได้ว่า $P(X \geq a) = 0.05$

$$P\left(Z \geq \frac{a - 62}{10}\right) = 0.05$$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{a - 62}{10}\right) = 0.05$$

$$P\left(Z \leq \frac{a - 62}{10}\right) = 1 - 0.05$$

$$P\left(Z \leq \frac{a - 62}{10}\right) = 0.95$$



จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < 1.64) = 0.9495$ และ $P(Z < 1.65) = 0.9505$

เทียบบัญญัติไตรยางศ์หา $P\left(Z \leq \frac{a-62}{10}\right) = 0.95$

จะได้ว่า $\left[\frac{0.95 - 0.9495}{0.9505 - 0.9495} \times (1.65 - 1.64) \right] + 1.64 = 1.645$

ดังนั้น $\frac{a-62}{10} = 1.645$

$$a = 78.45$$

นั่นคือ นักเรียนจะต้องทำคะแนนได้น้อย 78.45 คะแนน จึงจะได้เกรด 4

ตอบ

25. ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 201 จากนั้นให้นักเรียนจับคู่อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
26. ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำและเฉลยคำตอบ 2-3 คู่ โดยครูและนักเรียนที่เหลือในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
27. ครูเน้นย้ำ “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 201 ว่า จากตัวอย่างที่ 33 ค่า Z ที่ได้จากการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ เป็นเพียงค่าประมาณเท่านั้น
28. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 204 ข้อ 5-6 เป็นกรบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

29. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยการบ้าน
30. ครูให้นักเรียนศึกษา “แนวข้อสอบ PAT 1” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 202-203 จากนั้นครูอธิบายซ้ำอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
31. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ตรวจสอบตนเอง” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 205 เพื่อให้ นักเรียนได้ประเมินระดับความสามารถของตนเองหลังจากเรียนจบหน่วย

32. ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษา “คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 206 และสนทนาเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

ลงมือทำ (Doing)

1. ครูให้จับกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 2.3 ข ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 205 ข้อ 8-9 เป็นการบ้าน
2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.16 เรื่อง การแจกแจงปกติ (2) จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ
3. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมทำชิ้นงานสรุปเนื้อหาที่เรียนเป็น “ผังมโนทัศน์สรุปเนื้อหาการแจกแจงความน่าจะเป็น” พร้อมยกตัวอย่างประกอบแต่ละหัวข้อ และนำเสนอด้วยการถ่ายคลิปวิดีโอ
4. ครูให้นักเรียนทำ “แบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2” หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 211-212 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

31. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ดังนี้
- การแจกแจงปกติมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 2 ค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือโด่งน้อยจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก แต่ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย
- สมบัติของเส้นโค้งปกติ มีดังนี้
 - 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง ซึ่งเส้นตรงลากผ่านจุดที่โด่งที่สุดของเส้นโค้งนั้นมาตั้งฉากกับแกนนอน โดยเส้นตั้งฉากนั้นเป็นแกนสมมาตรของเส้นโค้ง
 - 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ โดยมีแกนสมมาตรแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน
 - 3) เส้นโค้งปกติจะเข้าใกล้แกนนอน ณ ปลายทั้ง 2 ข้าง แต่ไม่ตัดแกนนอน
- **ทฤษฎีบท 5** ถ้าตัวแปรสุ่ม $X = (-\infty, \infty)$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ แล้วค่าคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$E(X) = \mu \text{ และ } V(X) = \sigma^2$$

- การหา $P(a < X < b)$ โดยหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$ เพื่อความสะดวกจึงทำการปรับตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ที่มีการแจกแจงปกติให้อยู่ในรูปตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0, 1)$ ซึ่งมีการแจกแจงปกติมาตรฐานด้วยความสัมพันธ์ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
 - เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีลักษณะสมมาตรที่ $z = 0$ จึงทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน $-\infty < z < 0$ เท่ากับ $0 < z < \infty$ เขียนแทนด้วย $P(-\infty < z < 0) = P(0 < z < \infty) = 0.5$
32. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จากสรุปแนวคิดหลักในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 2 หน้า 207-210 และขออาสาสมัครนักเรียนช่วยกันเขียนสรุป
33. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 2.3 B ในแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล
34. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน (รวบยอด)	- ตรวจชิ้นงาน “ผังมโนทัศน์ สรุปเนื้อหาการแจกแจง ความน่าจะเป็น”	- แบบประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
7.2 ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 71) การแจกแจงปกติ (2)	- ตรวจใบงานที่ 2.16 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 2.3 ข - ตรวจ Exercise 2.3 B - ตรวจแบบฝึกทักษะประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	- ใบงานที่ 2.16 - แบบฝึกทักษะ 2.3 ข - Exercise 2.3 B - แบบฝึกทักษะประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
72) การนำเสนอผลงาน/ ผลการทำกิจกรรม	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน/ผลการทำกิจกรรม	- แบบประเมิน การนำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
73) พฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
74) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
75) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
7.3 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจง ความน่าจะเป็น	- ตรวจสอบแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.16 สื่อการเรียนรู้

- 46) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 47) แบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็น
- 48) ใบงานที่ 2.16 เรื่อง การแจกแจงปกติ (2)

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 46) ห้องเรียน
- 47) ห้องสมุด
- 48) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 2.16

เรื่อง การแจกแจงปกติ (2)

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. ให้หาค่า a ที่ทำให้

$$1) P(Z > a) = 0.0409$$

$$2) P(Z < a) = 0.0228$$

[illegible]

2. คะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 65 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 18 คะแนน ถ้าครูผู้สอนให้เกรด 4 กับนักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงสุด 20% นักเรียนจะต้องทำคะแนนได้เท่าไรจึงจะได้เกรด 4

[illegible]

ใบงานที่ 2.16

เรื่อง การแจกแจงปกติ (2)

เฉลย

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีคิด

1. ให้หาค่า a ที่ทำให้

1) $P(Z > a) = 0.0409$

2) $P(Z < a) = 0.0228$

วิธีทำ 1) $P(Z > a) = 0.0409$

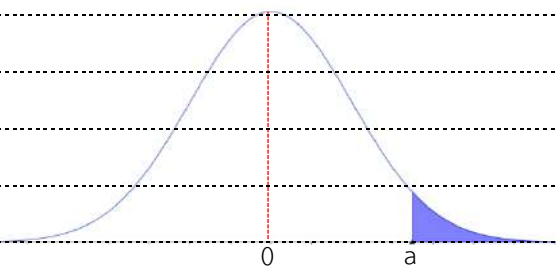
$1 - P(Z < a) = 0.0409$

$P(Z < a) = 1 - 0.0409$

$= 0.9591$

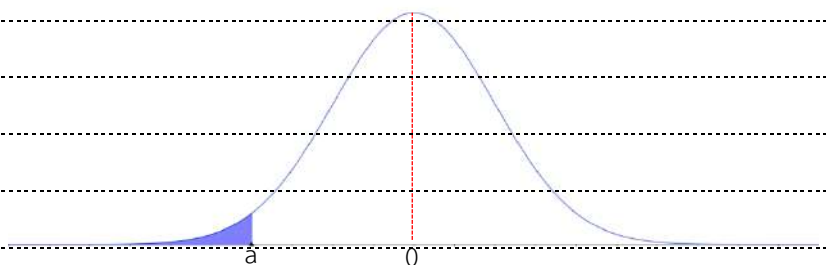
จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < 1.74) = 0.9591$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z > a) = 0.0409$ คือ 1.74



2) จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < -2) = 0.0228$

ดังนั้น ค่าของ a ที่ทำให้ $P(Z < a) = 0.0228$ คือ -2

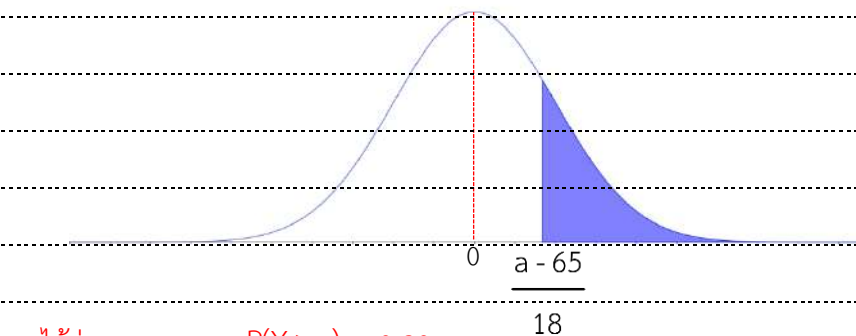


2. คะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 65 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 18 คะแนน ถ้าครูผู้สอนให้เกรด 4 กับนักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงสุด 20% นักเรียนจะต้องทำคะแนนได้เท่าไรจึงจะได้เกรด 4

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนคะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียน

..... เนื่องจาก $X \sim N(65, 18^2)$

..... ให้ a แทนคะแนนต่ำสุดของเกรด 4



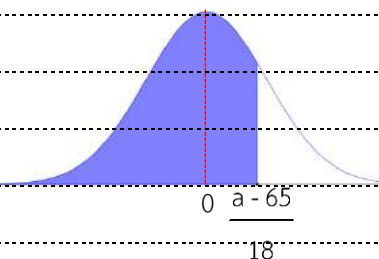
จะได้ว่า $P(X \geq a) = 0.20$

$$P\left(Z \geq \frac{a - 65}{18}\right) = 0.20$$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{a - 65}{18}\right) = 0.20$$

$$P\left(Z \leq \frac{a - 65}{18}\right) = 1 - 0.20$$

$$P\left(Z \leq \frac{a - 65}{18}\right) = 0.80$$



จากตารางที่ 2 จะได้ $P(Z < 0.84) = 0.7995$ และ $P(Z < 0.85) = 0.8023$

เทียบบัญญัติไตรยางศ์หา $P\left(Z \leq \frac{a - 65}{18}\right) = 0.80$

$$\text{จะได้ว่า } \left[\frac{0.80 - 0.7995}{0.8023 - 0.7995} \times (0.85 - 0.84) \right] + 0.84 \approx 0.8418$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{a - 65}{18} \approx 0.8418$$

$$a = 80.1524$$

นั่นคือ นักเรียนจะต้องทำคะแนนอย่างน้อยประมาณ 80.1524 คะแนน จึงจะได้เกรด 4

