

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้อหนึ่งกล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

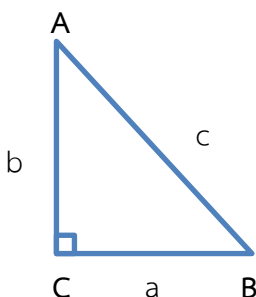
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี (A1)

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

พิจารณา รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $\hat{A}CB$ เป็นมุมฉาก



เรียก \overline{AB} ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก \overline{AC} และ \overline{BC} ว่า ด้านประกอบมุมฉาก

และ เมื่อกำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $\hat{A}CB$ เป็นมุมฉาก ดังรูปข้างต้น

โดยที่ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กล่าวว่า

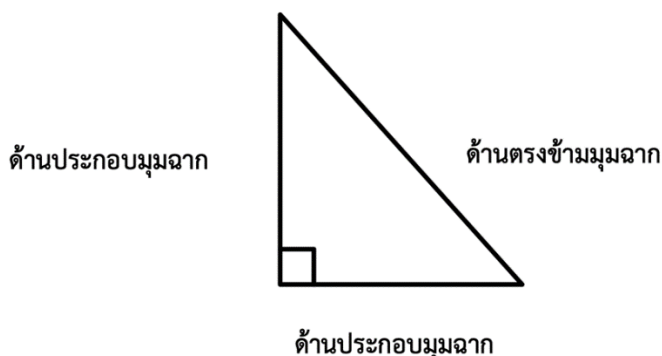
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนเรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมจากบัตรภาพ แล้วให้นักเรียนบอกว่ารูปใดบ้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และครูอธิบายส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

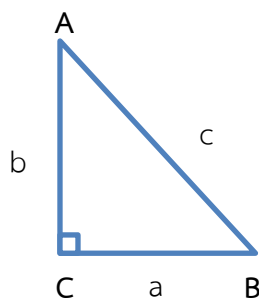
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมีขนาดมุม 90 องศา มีด้านตรงข้ามมุมฉาก เป็นด้านที่ยาวที่สุดและมีด้านอีกสองด้านที่เหลือเรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก



2. ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไร” ในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 หน้า 14-15 โดยให้นักเรียนวัดความยาวของด้านที่ยังไม่ทราบค่า ของรูปที่ 1-6 แล้วบันทึกผลลงในตารางที่กำหนดให้ให้สมบูรณ์

2.2 จากตาราง ผลที่ได้ในกิจกรรมข้างต้น เมื่อกำหนดให้ สามเหลี่ยม ABC เป็นรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม ACB เป็นมุมฉาก ดังรูป



c แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

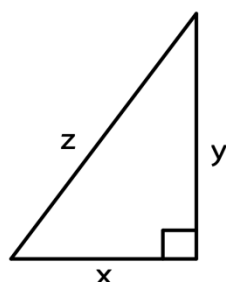
ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กล่าวได้ว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2.3 ครูยกตัวอย่างการใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสาม ดังตัวอย่างที่ 1

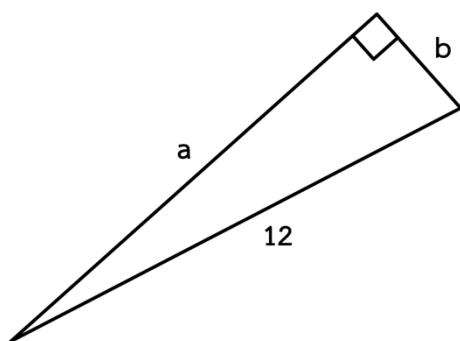
ตัวอย่างที่ 1 จงใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม

1)



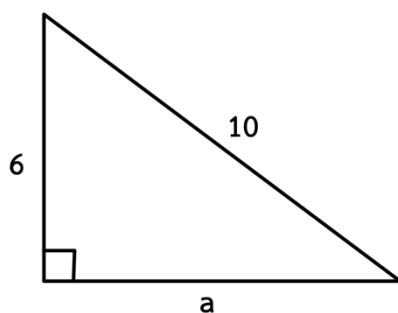
$$z^2 = x^2 + y^2$$

2)



$$12^2 = a^2 + b^2$$

3)



$$10^2 = a^2 + 6^2$$

3. ขั้นสรุป

ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก)
- ด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือด้านใด
(แนวตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉาก)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความ ยาวของด้านทั้งสาม ลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. บัตรภาพรูปสามเหลี่ยม
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
3. แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้		- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหน” - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	- แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)		- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)		- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

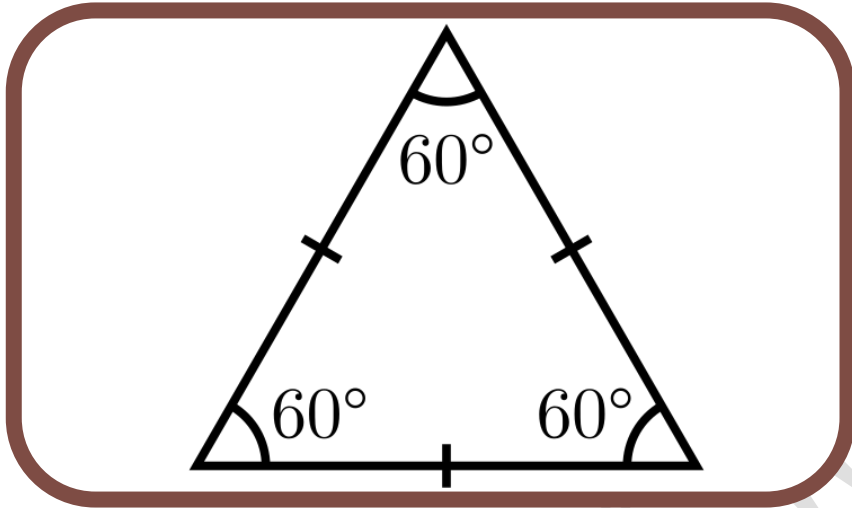
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

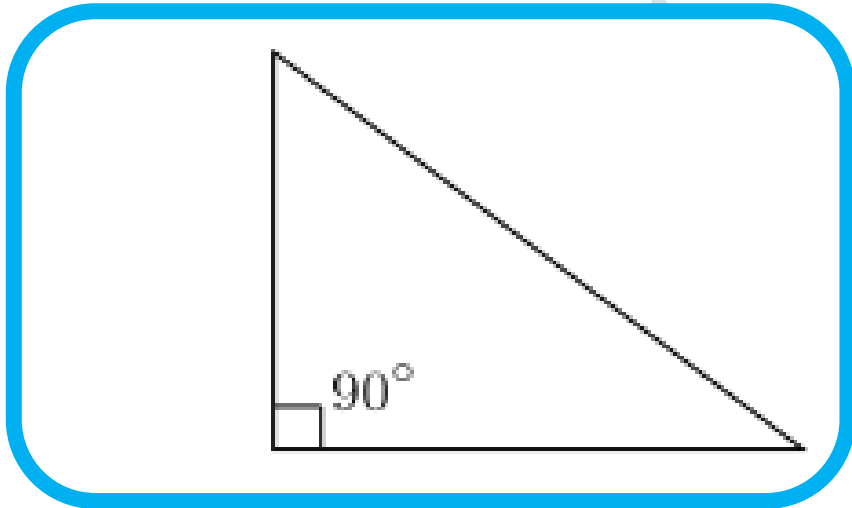
ภาคผนวก

ศิริราชพยาบาล

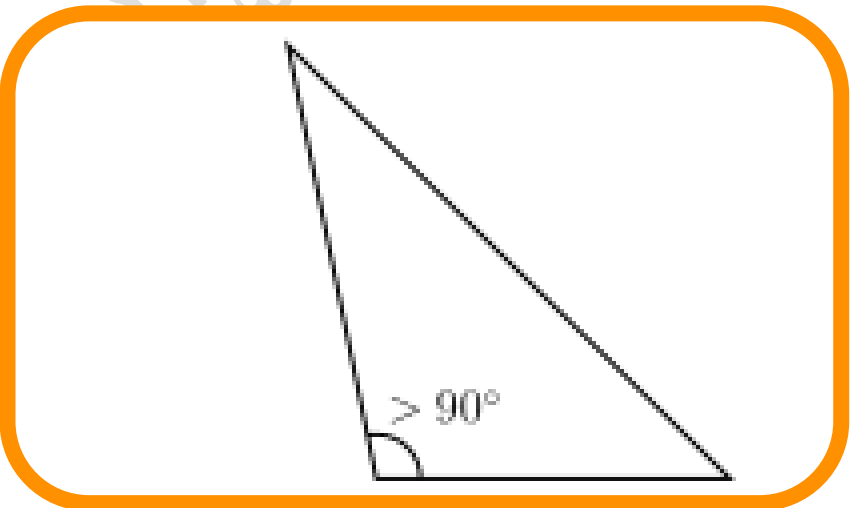
บัตรภาพรูปสามเหลี่ยม



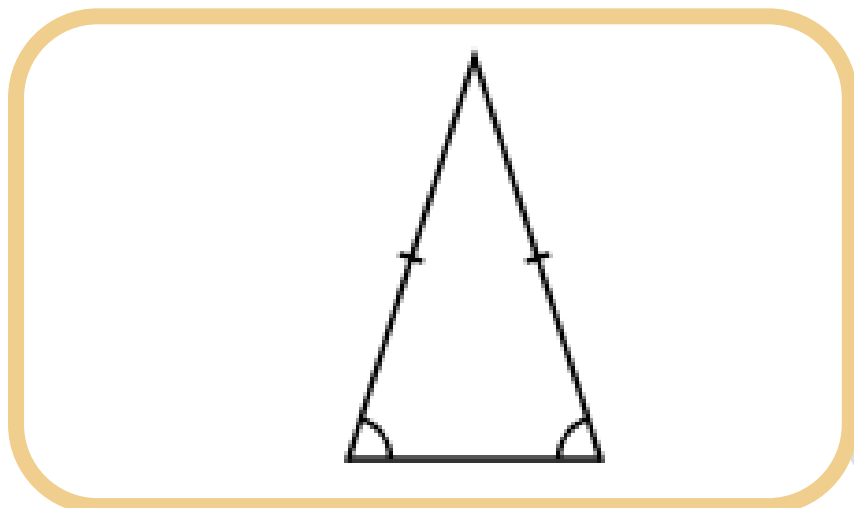
สามเหลี่ยมด้านเท่า



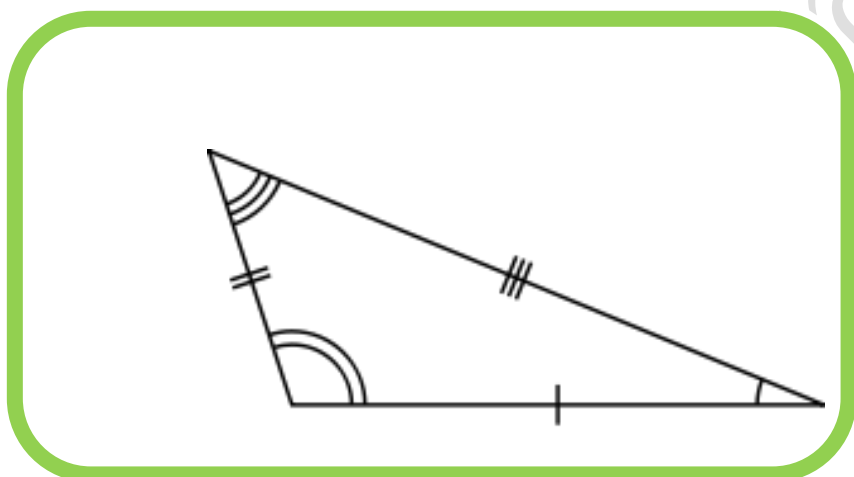
สามเหลี่ยมมุมฉาก



สามเหลี่ยมมุมป้าน



สามเหลี่ยมหน้าจั่ว



สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

คณิตศาสตร์

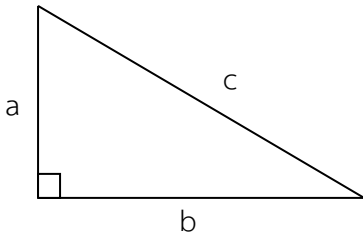
แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ ชั้น เลขที่

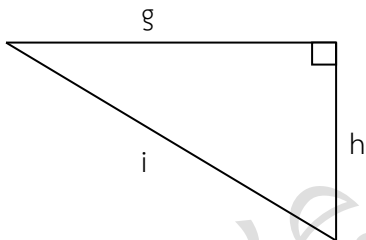
คำชี้แจง จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.



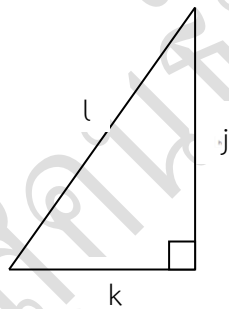
.....

2.



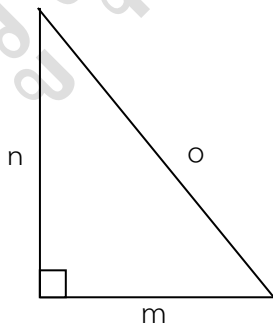
.....

3.



.....

4.



.....

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

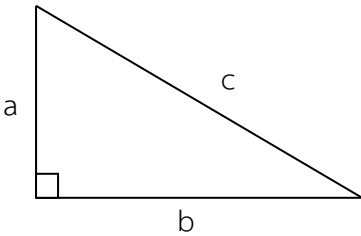
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ ชั้น เลขที่

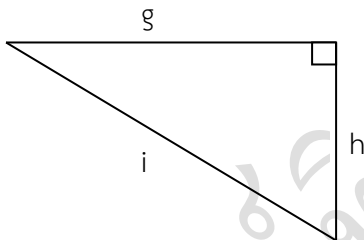
คำชี้แจง จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.



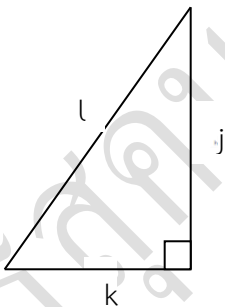
$$c^2 = a^2 + b^2$$

2.



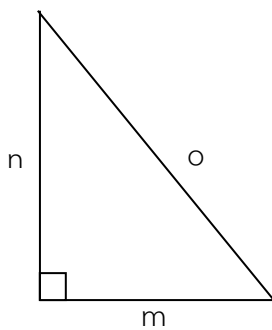
$$i^2 = g^2 + h^2$$

3.



$$l^2 = j^2 + k^2$$

4.



$$o^2 = m^2 + n^2$$

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง การหาความยาวของด้านที่ยังไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น สามารถทำได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของสมบัตินิรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

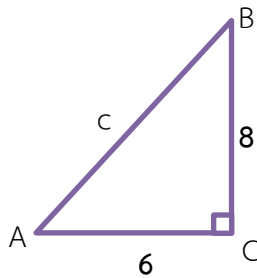
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

เราสามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้าน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ จงหาค่า c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad c^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ &= 10^2 \\ c &= 10 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้าน c ยาว 10 หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับเลขยกกำลัง โดยการอธิบาย ดังนี้

- เลขยกกำลังเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนจำนวนที่เกิดจากการคูณตัวเองซ้ำกันหลาย ๆ ตัว
เช่น $5^2 = 5 \times 5$ $8^2 = 8 \times 8$ $a^2 = a \times a$

1.2 ครูทบทวนเกี่ยวกับการหารากที่สองของจำนวนจริง โดยถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- บทนิยามของรากที่สองกล่าวไว้อย่างไร
(แนวตอบ ให้ a แทนจำนวนจริงใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a)
- รากที่สองที่เป็นบวกของ a ใช้สัญลักษณ์ใด
(แนวตอบ \sqrt{a})

- รากที่สองที่เป็นลบของ a ใช้สัญลักษณ์ใด

(แนวตอบ $-\sqrt{a}$)

- รากที่สองของ 36 คือจำนวนใด

(แนวตอบ 6 และ -6)

1.3 ครูแนะนำนักเรียนให้ไปศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับรากที่สองได้ที่

เว็บไซต์: <https://www.youtube.com/watch?v=31aRgqUp4s&t=465s>

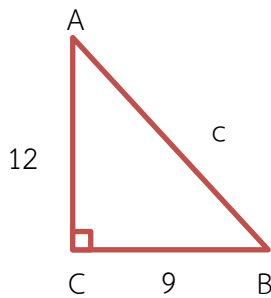
หรือสแกนที่ QR Code



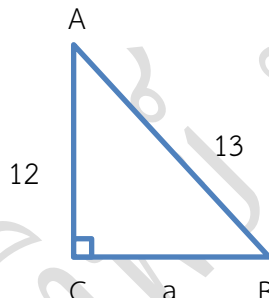
รากที่สอง



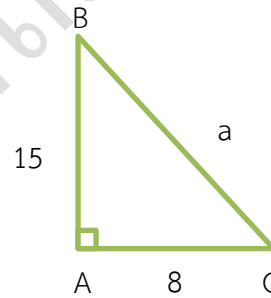
1.4 ครูและนักเรียนทบทวนการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม โดยครูมีรูปมาให้ดูแล้วให้นักเรียนตอบคำถาม (เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม ได้ดังนี้)



จะได้ $c^2 = 9^2 + 12^2$



จะได้ $13^2 = a^2 + 12^2$
หรือ $a^2 = 13^2 - 12^2$



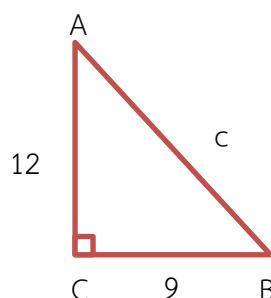
จะได้ $a^2 = 8^2 + 15^2$

2. ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่าจากการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามนั้น เราสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น

2.2 ครูยกตัวอย่างและให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน c

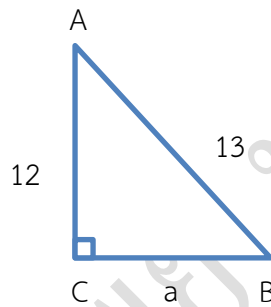


วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } c^2 &= a^2 + b^2 \\ &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \\ &= 15^2 \\ c &= 15 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้าน c ยาว 15 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน a

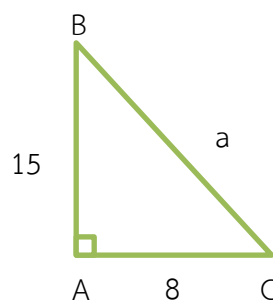


วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } c^2 &= a^2 + b^2 \\ 13^2 &= a^2 + 12^2 \\ a^2 &= 13^2 - 12^2 \\ &= 169 - 144 \\ &= 25 \\ &= 5^2 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้าน a ยาว 5 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน a



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad a^2 &= b^2 + c^2 \\ &= 8^2 + 15^2 \\ &= 64 + 225 \\ &= 289 \\ &= 17^2 \\ a &= 17 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้าน a ยาว 17 หน่วย

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้นสามารถทำได้อย่างไร
(แนวตอบ สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วกำหนดความยาว 2 ด้าน และใช้สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉากหาความยาวของด้านที่เหลือ พร้อมกับลองสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นลงในสมุด แล้วลองวัดความยาวของด้านที่เหลือว่าตรงกันหรือไม่

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
2. แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 		<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป 	<ul style="list-style-type: none"> - ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
<p>ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) :</p> <p>นักเรียนเกิดทักษะ</p> <ol style="list-style-type: none"> การแก้ปัญหา (P1) การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 		<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ / กระบวนการ 	<ul style="list-style-type: none"> - ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
<p>ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 		<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ 	<ul style="list-style-type: none"> - ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

วิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

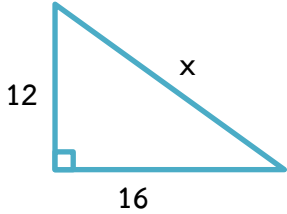
แบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

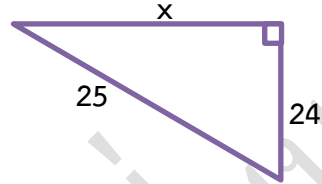
ชื่อ ชั้น เลขที่

ตอนที่ 1 เมื่อ x แทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่า x

1.



2.



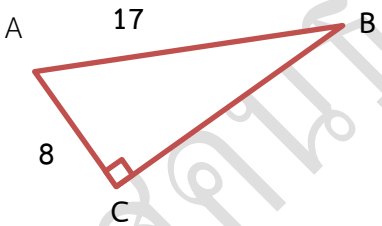
วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $x^2 =$
 $=$
 $=$
 $=$
 ดังนั้น $x =$
 ตอบ

.....

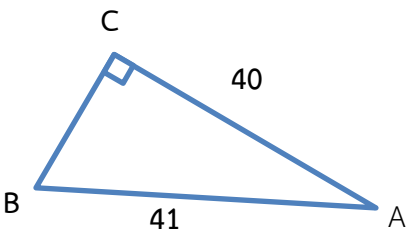
ตอนที่ 2 สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาความยาวรอบรูป $\triangle ABC$

1.



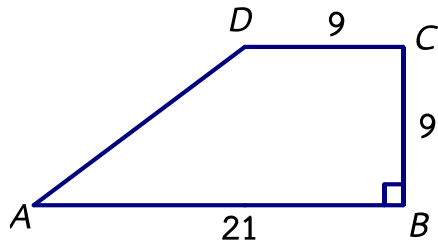
.....

2.



.....

ตอนที่ 3 จงหาความยาวของด้าน AD ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่กำหนดให้



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

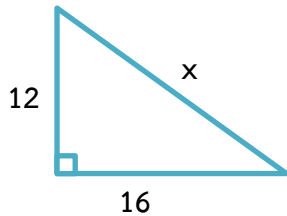
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ ชั้น เลขที่
วันที่ เดือน พ.ศ.

ตอนที่ 1 เมื่อ x แทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่า x

1.



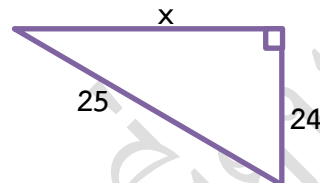
วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad x^2 &= 12^2 + 16^2 \\ &= 144 + 256 \\ &= 400 \\ &= 20^2 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 20$$

$$\text{ตอบ} \quad x = 20$$

2.



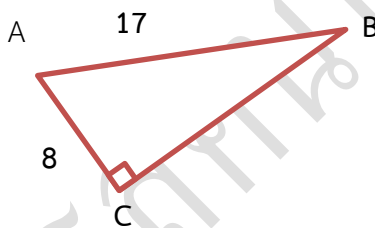
วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 25^2 &= x^2 + 24^2 \\ x^2 &= 25^2 - 24^2 \\ &= 625 - 576 \\ x^2 &= 49 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 7$$

ตอนที่ 2 สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาความยาวรอบรูป $\triangle ABC$

1.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

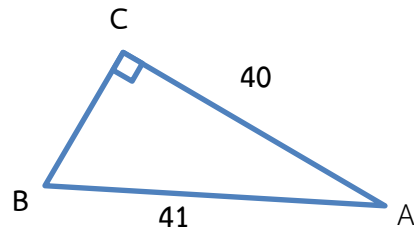
$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 17^2 &= BC^2 + 8^2 \\ BC^2 &= 17^2 - 8^2 \\ &= 289 - 64 \\ BC^2 &= 225 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad BC = 15$$

นั่นคือ ความยาวรอบรูป $\triangle ABC$ เท่ากับ

$$AC + AB + BC = 8 + 17 + 15 = 40 \text{ หน่วย}$$

2.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

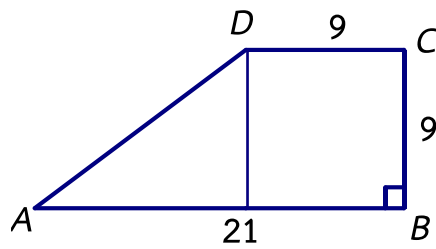
$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 41^2 &= BC^2 + 40^2 \\ BC^2 &= 41^2 - 40^2 \\ &= 1681 - 1600 \\ BC^2 &= 81 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad BC = 9$$

นั่นคือ ความยาวรอบรูป $\triangle ABC$ เท่ากับ

$$AC + AB + BC = 40 + 41 + 9 = 90 \text{ หน่วย}$$

ตอนที่ 3 จงหาความยาวของด้าน AD ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่กำหนดให้



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AD^2 = 9^2 + (21-9)^2$

$$AD^2 = 9^2 + 12^2$$

$$= 81 + 144$$

$$AD^2 = 225$$

ดังนั้น $AD = 15$

นั่นคือ AD ยาว 15 หน่วย

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

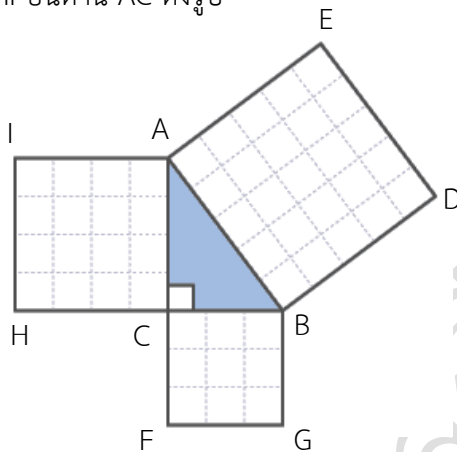
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

2. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก มี $AB = 5$ หน่วย, $BC = 3$ หน่วย และ $AC = 4$ หน่วย สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABDE$ บนด้าน AB รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCFG$ บนด้าน BC และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACHI$ บนด้าน AC ดังรูป



จะได้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABDE$ เท่ากับ $5^2 = 25$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCFG$ เท่ากับ $3^2 = 9$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACHI$ เท่ากับ $4^2 = 16$ ตารางหน่วย

$$\text{ซึ่ง } 25 = 9 + 16$$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABDE$ เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCFG$ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACHI$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

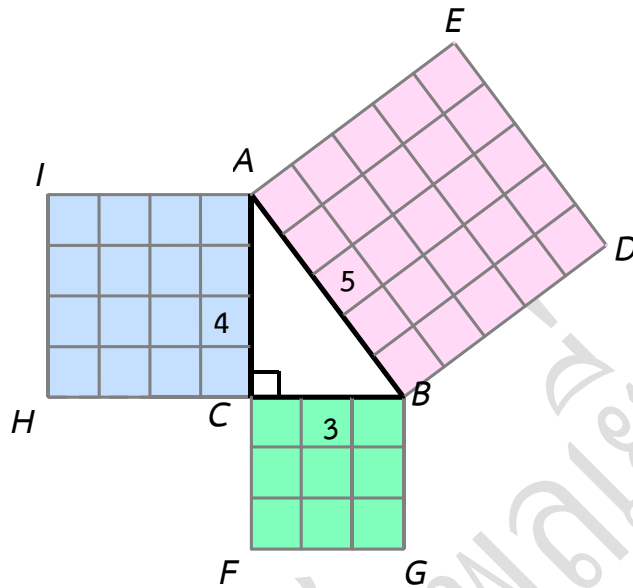
1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5-6 คน ครูติดกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อม กำหนด ความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เช่น $a, 3, 4$ และ $9, b, 15$ แล้วนักเรียนช่วยกันหา ความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและหาด้านที่เหลือว่ามีค่าเท่าใด ครูขอ อาสาสมัครจากนักเรียนออกมาแสดงวิธีการคิดบนกระดาน

2. ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูติดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังรูป



2.2 ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียน

1) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ $5 \times 5 = 25$ ตารางหน่วย)

2) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCED มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ $4 \times 4 = 16$ ตารางหน่วย)

3) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส AFGC มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ $3 \times 3 = 9$ ตารางหน่วย)

4) พื้นที่ของ ข+ค เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ $9 + 16 = 25$ ตารางหน่วย)

5) ข้อ 1) และ 4) มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

(พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

BCED และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส AFGC)

2.3 ครูทำการเปลี่ยนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังตัวอย่างข้างต้น และให้นักเรียนสังเกตถึงความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.4 ครูอธิบายว่าความสัมพันธ์ของพื้นที่ดังกล่าวเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเช่นกัน

3. ชั้นสรุป

3.1 ครูตั้งคำถามว่าถ้ากำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวของด้านบางด้านให้นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้หรือไม่ นักเรียนมีวิธีการอย่างไร

(แนวการตอบ หาได้จากความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

3.2 นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำงานกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุป

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำหนดความยาวแต่ละด้านแล้วแสดงว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่ ลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
4. แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเป็นไปตามทฤษฎีพีทาโกรัสได้</p>	<p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p>	<p>- แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป</p>
<p>ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) :</p> <p>นักเรียนเกิดทักษะ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 	<p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน</p>	<p>- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)</p>
<p>ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 	<p>- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการส่งงาน</p>	<p>-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)</p>

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

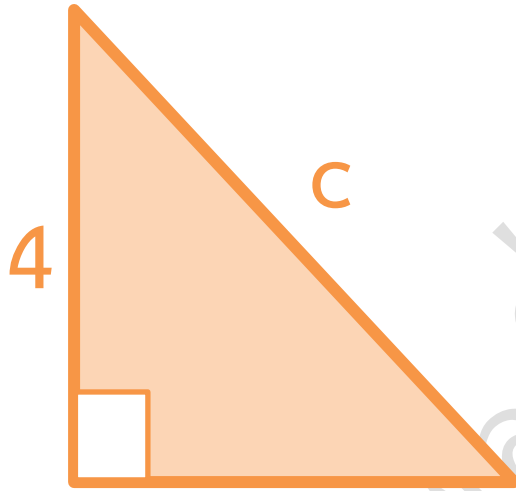
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

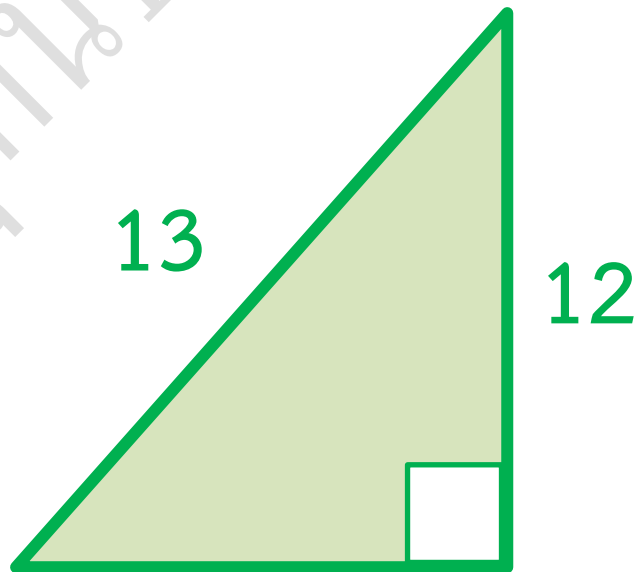
ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยแพทยศาสตร์

ภาคผนวก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

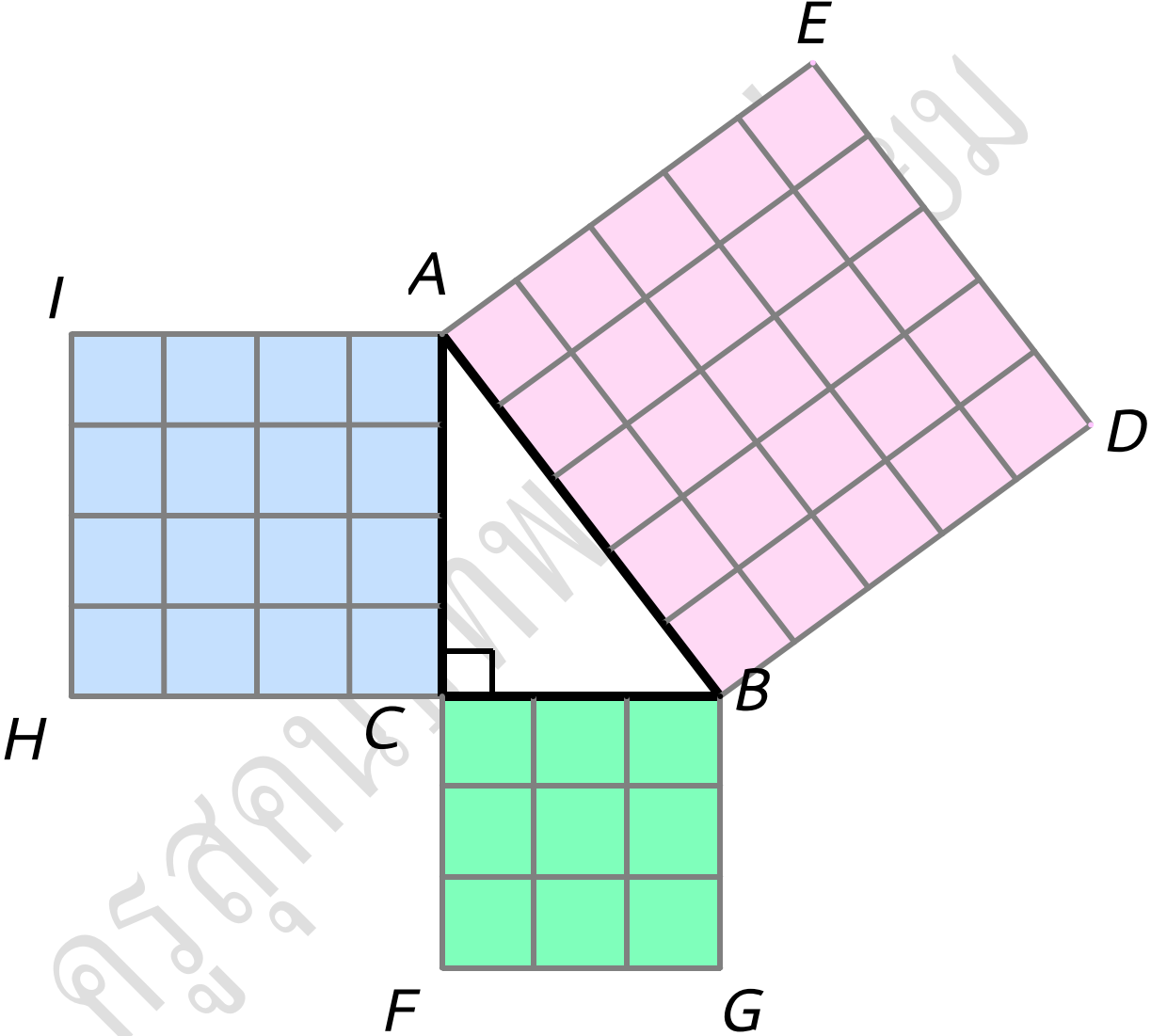


3



b

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

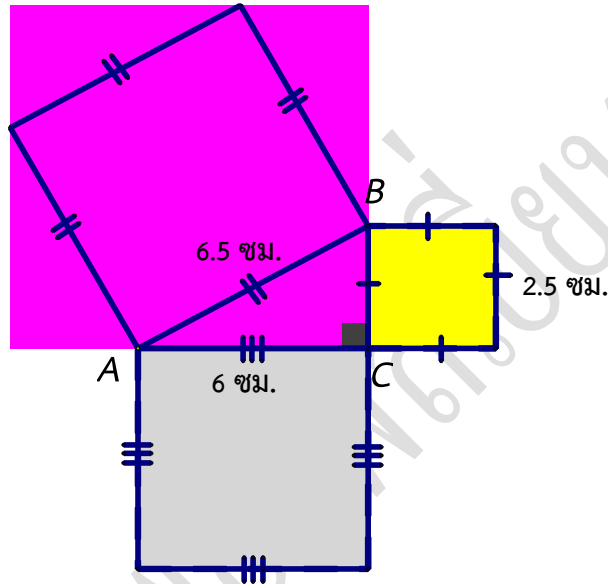


แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูรูปด้านล่าง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ (ใช้ความยาวตามที่ระบุในรูปด้านล่าง)



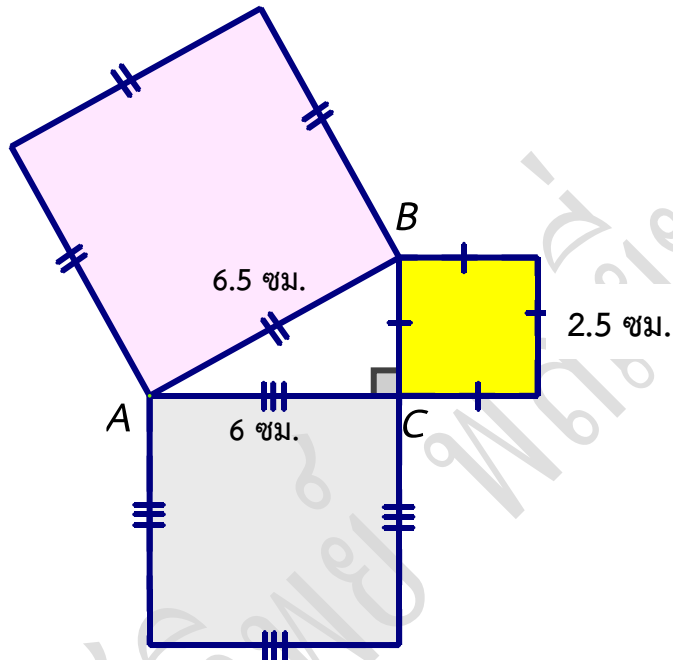
1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC มีพื้นที่เท่าไร
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC มีพื้นที่เท่าไร
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB มีพื้นที่เท่าไร
2. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
3. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากหรือไม่ อย่างไร
.....
.....
4. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
.....
.....
5. ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่
.....
.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูรูปด้านล่าง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ (ใช้ความยาวตามที่ระบุในรูปด้านล่าง)



1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC มีพื้นที่เท่าไร $6.5 \times 6.5 = 42.25$ ตารางเซนติเมตร
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน CB มีพื้นที่เท่าไร $2.5 \times 2.5 = 6.25$ ตารางเซนติเมตร
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB มีพื้นที่เท่าไร $6 \times 6 = 36$ ตารางเซนติเมตร
4. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
5. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากหรือไม่ อย่างไร

เท่ากัน จะเห็นได้ว่า $42.25 = 6.25 + 36$ ตารางเซนติเมตร

6. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมบนความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

จาก $42.25 = 6.25 + 36$

$$6.5^2 = 2.5^2 + 6^2$$

จะได้ $AB^2 = BC^2 + AC^2$

7. ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่

เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถทำได้โดย หาผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก จะเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

3. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

3. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการนำไปใช้

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็น \triangle มุมฉาก

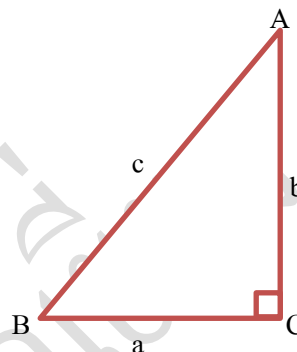
c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a, b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

และ $a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

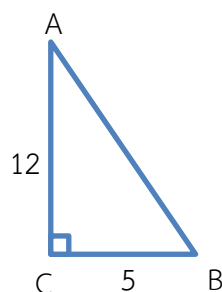
ครูทบทวนการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยติครูรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กำหนดความยาวด้านประกอบมุมฉาก 2 ด้าน คือ 6 หน่วยและ 8 หน่วย แล้วนักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านที่เหลือ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กล่องบรรจุนมสดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เซนติเมตร ยาว 5 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร ผู้ผลิตต้องการติดหลอดดูดชนิดตรงแนบกับกล่องโดย ไม่ให้หลอดดูดนั้นยาวพ้นกล่อง เขาจะใช้หลอดดูดได้ยาวที่สุดกี่เซนติเมตร

วิธีทำ



กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองของกล่องบรรจุนมสด โดยมี AB เป็นความยาวของหลอดดูด

$$\text{จะได้ว่า } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

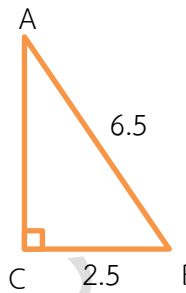
$$AB^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\begin{aligned} AB^2 &= 144 + 25 \\ AB^2 &= 169 \\ AB^2 &= 13 \times 13 \\ AB &= 13 \end{aligned}$$

ดังนั้น เขาใช้หลอดดูดได้ยาวที่สุด 13 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 บ้านโดยยาว 6.5 เมตร วางผังผนังตึกให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร อยากทราบว่าปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้นกี่เมตร

วิธีทำ



กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี AC เป็นระยะห่างจากปลายบนของบันไดถึงพื้น

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ (6.5)^2 &= AC^2 + (2.5)^2 \\ AC^2 &= (6.5)^2 - (2.5)^2 \\ AC^2 &= 42.25 - 6.25 \\ AC^2 &= 36 \\ AC^2 &= 6 \times 6 \\ AC &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้น 6 เมตร

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทางปัญหาสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นให้นำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อน

6. ชั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบงานและ
การทำแบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
3. แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ครูคุณนัทพัชร์ พลเยี่ยม

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทา โกรัสได้		- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบท พีทาโกรัส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ทฤษฎีบทพีทา โกรัส	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 70 ขึ้น ไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ (P2) 3. การเชื่อมโยง (P3)		- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วม กิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน สามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไป โดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์ แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 3. มีความมุ่งมั่นในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (A3)		- สังเกตพฤติกรรมการ ปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรม ด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

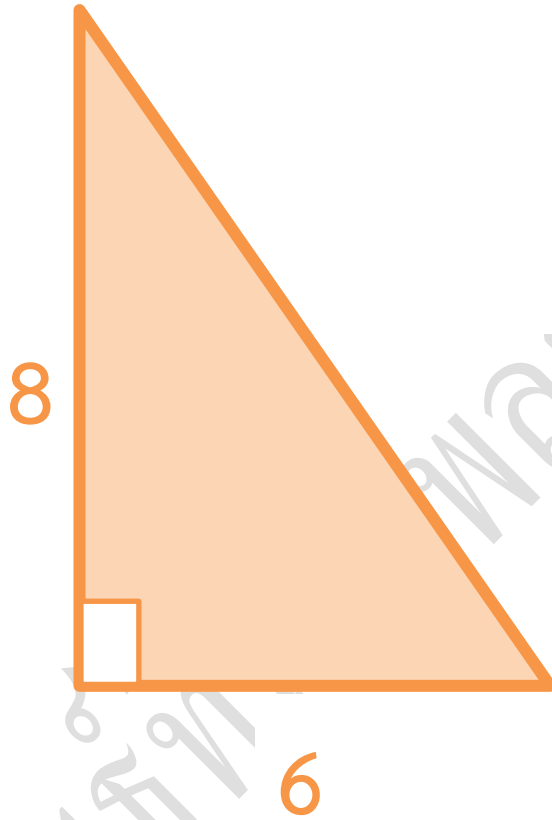
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ศิริราชพยาบาล วิทยาลัย

ภาคผนวก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.4

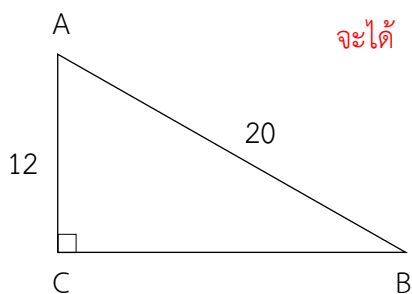
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เราใช้ความยาวของเส้นทแยงมุมของหน้าจอตริททัศน์ เพื่อบอกขนาดของ โทรทัศน์ โทรทัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอตริททัศน์ที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 20 นิ้ว ถ้าหน้าจอตริททัศน์สูง 12 นิ้ว จงหาว่าหน้าจอตริททัศน์ยาวเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองส่วนหนึ่งของหน้าจอตริททัศน์ โดยมี BC เป็นความยาวของหน้าจอตริททัศน์



จะได้

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$20^2 = 12^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 20^2 - 12^2$$

$$BC^2 = 400 - 144$$

$$BC^2 = 256$$

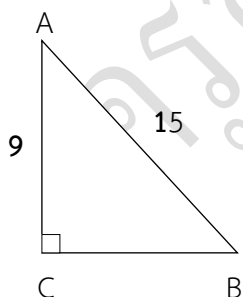
$$BC^2 = 16^2$$

$$BC = 16$$

ดังนั้น หน้าจอตริททัศน์ยาว 16 นิ้ว

2. หน้าต่างของบ้านหลังหนึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 9 เมตร ถ้าต้องนำบันไดซึ่งยาว 15 เมตร มาพาดตรงขอบหน้าต่างเพื่อปีนขึ้นไปซ่อมหน้าต่าง จะต้องวางบันไดให้ห่างจากผนังบ้านเป็นระยะทางเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี BC เป็นระยะห่างระหว่างผนังบ้านถึงบันได



จะได้

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$15^2 = 9^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 15^2 - 9^2$$

$$BC^2 = 225 - 81$$

$$BC^2 = 144$$

$$BC^2 = 12^2$$

$$BC = 12$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างผนังบ้านถึงบันไดเท่ากับ 12 เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

3. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

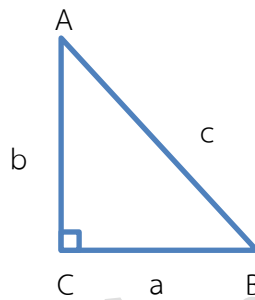
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

3. มีความมุ่งมั่นในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก สิ่งสำคัญที่นักเรียนควรทำคือ เมื่อศึกษาเนื้อความโจทย์แล้วควรวาดภาพประกอบตามเนื้อความโจทย์ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจน และสามารถสร้างแนวคิดโดยการนำหลักการของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการคำนวณ

เมื่อกำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ c แทน ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉากจะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

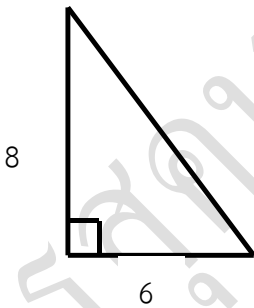


กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยติดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กำหนดความยาวด้านประกอบมุมฉาก 2 ด้าน คือ 6 หน่วยและ 8 หน่วย แล้วนักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านที่เหลือ

กำหนดให้ด้านที่ต้องการหาความยาวแทนด้วย x



$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad x^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ &= 10^2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

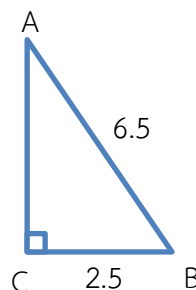
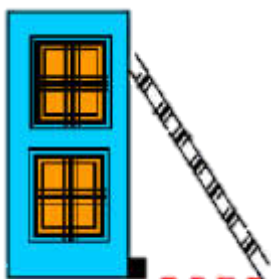
ดังนั้น ด้าน x ยาว 10 หน่วย

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาการประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 บ้านไต่ยาว 6.5 เมตร วางพิงผนังตึกให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร อยากทราบว่าปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้นกี่เมตร

วิธีทำ

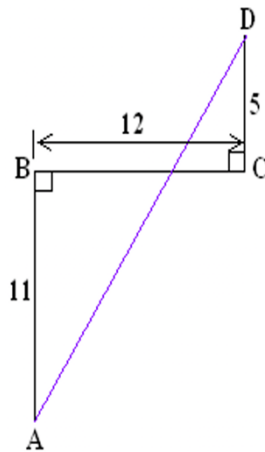


กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี AC เป็นระยะห่างจากปลายบนของบันไดถึงพื้น

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า} \quad AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\
 (6.5)^2 &= AC^2 + (2.5)^2 \\
 AC^2 &= (6.5)^2 - (2.5)^2 \\
 AC^2 &= 42.25 - 6.25 \\
 AC^2 &= 36 \\
 AC^2 &= 6 \times 6 \\
 AC &= 6
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้น 6 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ลูกเสือกองหนึ่งออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทาง จะต้องเดินตรง ๆ ไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 11 กิโลเมตรแล้วขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก อยากทราบว่าที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร



วิธีทำ

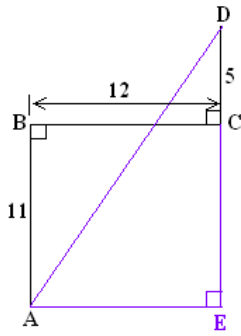
AB แทนระยะทางห่างจากโรงเรียนไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร

AD แทนระยะห่างจากโรงเรียนถึงที่พักแรม

ต่อ \overline{BC} ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ \overline{BC} ที่ E จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี มุม \hat{E} เป็นมุมฉาก



$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } AD^2 &= AE^2 + DE^2 \\
 \text{แต่ } AE &= BC = 12 \\
 \text{และ } DE &= DC + CE \\
 &= DC + AB \text{ (เพราะ } CE = AE \text{)} \\
 &= 5 + 11 \\
 &= 16 \\
 \text{ดังนั้น } AD^2 &= 12^2 + 16^2 \\
 &= 144 + 256 \\
 &= 400 \\
 AD &= 20
 \end{aligned}$$

ฉะนั้น ที่พักโรงแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน 20 กิโลเมตร

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นให้นำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบงานและการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

- หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
- แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากได้</p>	<p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p>	<p>- แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป</p>
<p>ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) :</p> <p>นักเรียนเกิดทักษะ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 3. การเชื่อมโยง (P3) 	<p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน</p>	<p>- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)</p>
<p>ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 3. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 	<p>- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน</p> <p>- สังเกตจากการส่งงาน</p>	<p>-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ</p>	<p>- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)</p>

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

วิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

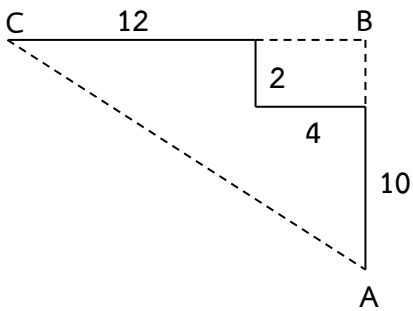
แบบฝึกทักษะที่ 1.5

เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

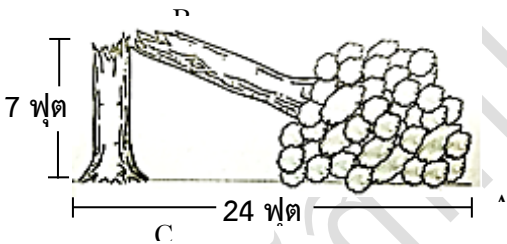
คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เสกขับรถไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 4 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร และเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกอีก 12 กิโลเมตร เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใด



.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกฟ้าผ่าขณะที่ฝนตก โดยหักออกเป็นสองส่วน ซึ่งท่อนแรกยาว 7 ฟุต และอีกท่อนหนึ่งแตะพื้นดินโดยห่างจากโคนต้น 24 ฟุต ดังรูป จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณเท่าไรก่อนถูกฟ้าผ่า



.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

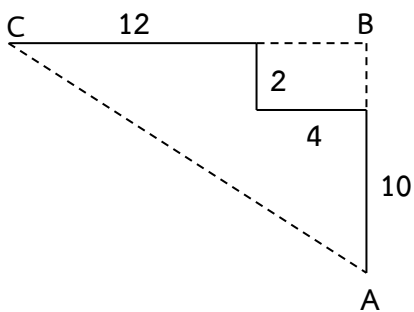
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.5

เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่
วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เสกซ์บรลไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 4 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร และเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกอีก 12 กิโลเมตร เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใด



วิธีทำ ให้ AC แทนระยะทางที่เสกอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น

$$\text{ดังนั้น } AC^2 = AB^2 + CB^2$$

$$\text{เนื่องจาก } AB = 10 + 2 = 12 \text{ และ } CB = 12 + 4 = 16$$

$$\text{จะได้ } AC^2 = 12^2 + 16^2$$

$$= 144 + 256$$

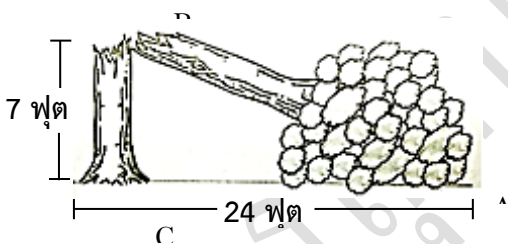
$$= 400$$

$$AC^2 = 20^2$$

$$AC = 20$$

ดังนั้น เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 20 กิโลเมตร

2. ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกฟ้าผ่าขณะที่ฝนตก โดยหักออกเป็นสองส่วน ซึ่งท่อนแรกยาว 7 ฟุต และอีกท่อนหนึ่งแตะพื้นดินโดยห่างจากโคนต้น 24 ฟุต ดังรูป จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณเท่าไรก่อนถูกฟ้าผ่า



วิธีทำ 1) หาความยาวของท่อนไม้ที่หักลงแตะพื้น

$$\text{จะได้ } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 7^2 + 24^2$$

$$= 49 + 576$$

$$= 625$$

$$AC^2 = 25^2$$

$$AC = 25$$

ดังนั้น เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 25 ฟุต

2) ต้นไม้สูงประมาณ

$$BC + BA = 7 + 25$$

$$= 32$$

ดังนั้น ต้นไม้ต้นนี้สูง 31 ฟุต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น อย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

ชาวอียิปต์โบราณ เมื่อต้องการชี้แนวเขตที่ดินของตน จะทำการรังวัดโดยใช้เชือกที่มี 11 ปม ระยะห่างระหว่างปมเป็น 1 หน่วยเท่ากันมาซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเป็น 3, 4 และ 5 หน่วย จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้านมุมฉากเป็น 5 หน่วย

จากการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า ถ้าความยาวของด้านทั้งสามด้านของสามเหลี่ยม

มีความสัมพันธ์กัน แล้วจะได้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

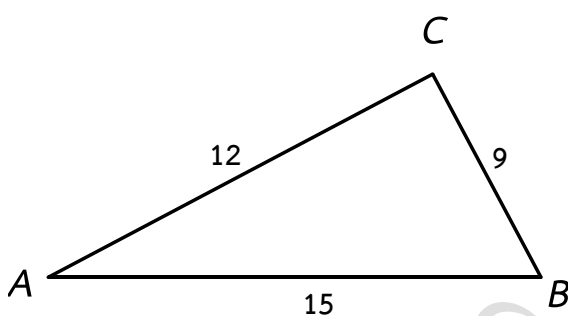
ผลที่เกิดขึ้นสามารถสรุปได้ว่า

ถ้า สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a , b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้
ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อสรุปนี้เป็นจริงตามบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส นั่นคือ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยม ABC มี \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} ยาว 15, 9 และ 12 หน่วย ตามลำดับ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ ให้ $a = 9$, $b = 12$ และ $c = 15$

$$\text{จะได้ } c^2 = 225$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } c^2 = a^2 + b^2$$

นั่นคือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ทบทวนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ให้นักเรียนจับกลุ่มละ 3 คน ครูแจกเชือกไหมพรม

(ยาว 1 เมตร) กลุ่มละ 1 เส้น ให้นักเรียนขดเชือกเป็นปมจำนวน 13 ปม ที่มีระยะห่างเท่ากัน แล้วให้นักเรียนใช้เชือกไหมพรมที่มี 13 ปม สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยปมแรกจะเชื่อมกับปมสุดท้าย (ปมที่ 13)

1.2 ครูถามนักเรียนว่า “ถ้าให้ระยะห่างระหว่างปม เรียกว่า หน่วย ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉากยาวกี่หน่วย”

(แนวการตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว 3 และ 4 หน่วย)

ครูต่อถามว่า “เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ได้อย่างไร”

(แนวการตอบ กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก)

และถามต่อว่า “เราเรียกความสัมพันธ์ดังกล่าวอย่างไร”

(แนวการตอบ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

2. ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่

2.2 ให้นักเรียนทำกิจกรรม “สำรวจรูปสามเหลี่ยม” โดยนักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดช่วยกันทำใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม

2.3 สุ่มนักเรียนแต่ละคู่บอกผลการทำกิจกรรมในแต่ละข้อ คู่ละ 1 ข้อ

2.4 ให้นักเรียนตอบคำถามท้ายกิจกรรม ดังนี้

1) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

(แนวการตอบ ไม่)

2) รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้านใดยาวที่สุด

(แนวการตอบ ด้าน c)

3) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่

(แนวการตอบ จะเป็นมุมฉากเสมอ)

3. ชั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมข้างต้น ซึ่งสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับและ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อความคาดการณ์นี้เป็นจริงตาม บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่กล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ชั้นฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ชั้นนำไปใช้

จากกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยมข้างต้น เมื่อ a, b และ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $c^2 < a^2 + b^2$ แล้ว $\hat{A}CB$ ขนาดน้อยกว่า หรือมากกว่า 90°

2. ถ้า $c^2 > a^2 + b^2$ แล้ว $\hat{A}CB$ ขนาดน้อยกว่า หรือมากกว่า 90°

6. ชั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม และการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. เชือกไหมพรม
2. ใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม
3. แบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับบท กลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้		- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - ใบกิจกรรมสำรวจรูป สามเหลี่ยม - แบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎี บทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 70 ขึ้น ไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)		- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วม กิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน สามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไป โดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิด ของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของ ผู้อื่น อย่างสมเหตุสมผล (A4)		- สังเกตพฤติกรรมการ ปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

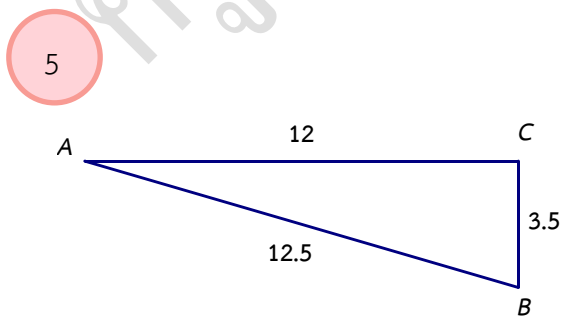
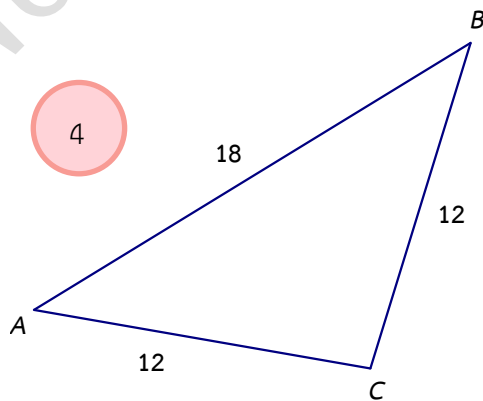
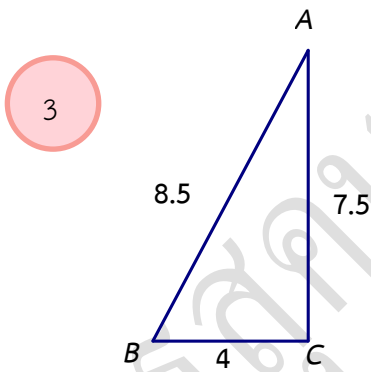
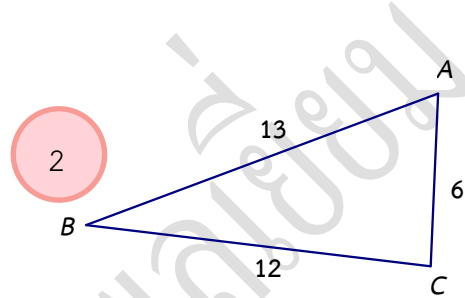
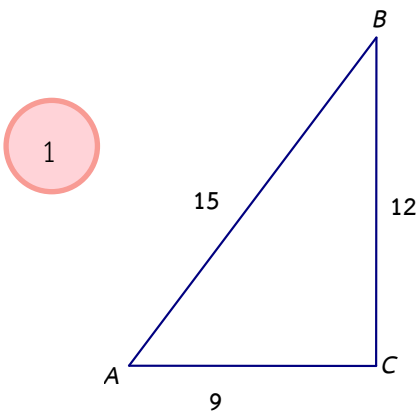
ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยแพทยศาสตร์

กิจกรรม : ตรวจสอบรูปสามเหลี่ยม

1. กำหนดให้ a , b และ c เป็นความยาวของด้านของ $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อซึ่งกำหนดความยาวไว้ดังรูปให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้และเขียนคำตอบลงในตารางท้ายข้อให้สมบูรณ์

1.1 หาค่า a^2 , b^2 และ c^2 และพิจารณาว่าข้อใดมีความสัมพันธ์ที่เป็น $c^2 = a^2 + b^2$

1.2 วัดขนาดของ $\angle C$ และพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ข้อ	A	b	C	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	$c^2 = a^2+b^2$ หรือไม่		ขนาด ของ $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ (องศา)	$\triangle ABC$ เป็น \triangle มุมฉากหรือไม่	
								เท่า	ไม่เท่า		เป็น	ไม่เป็น
(1)	12	9	15									
(2)	12	6	13									
(3)	4	7.5	8.5									
(4)	12	12	18									
(5)	3.5	12	12.5									

คำถามท้ายกิจกรรม

- นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
- รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้านใดยาวที่สุด
- นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่.....

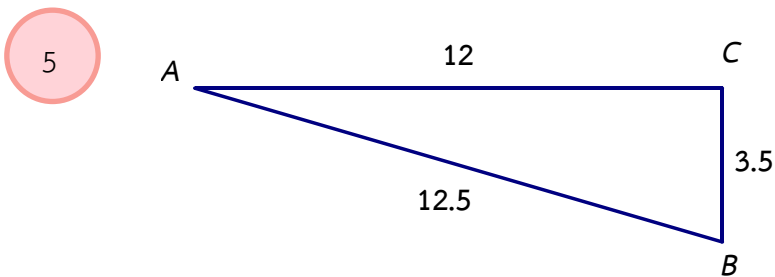
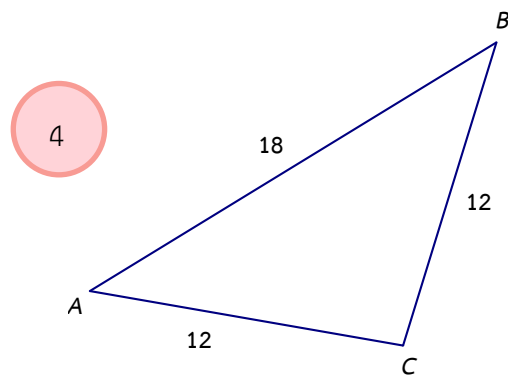
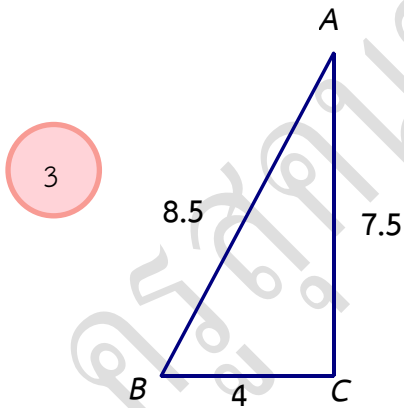
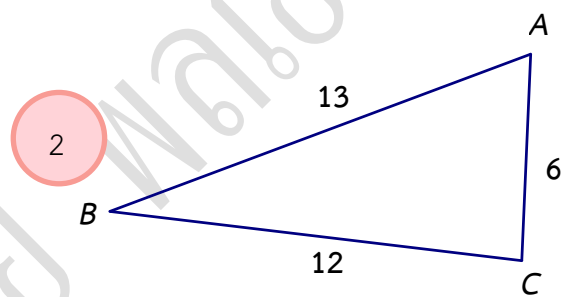
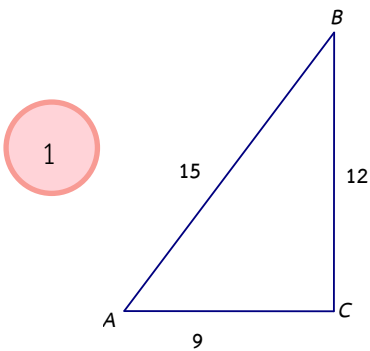
ชื่อ ชั้น เลขที่

เฉลยกิจกรรม : ส้ารวจรูปสามเหลี่ยม

1. กำหนดให้ a , b และ c เป็นความยาวของด้านของ $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อซึ่งกำหนดความยาวไว้ดังรูปให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้และเขียนคำตอบลงในตารางท้ายข้อให้สมบูรณ์

1.1 หาค่า a^2 , b^2 และ c^2 และพิจารณาว่าข้อใดมีความสัมพันธ์ที่เป็น $c^2 = a^2 + b^2$

1.2 วัดขนาดของ $\angle C$ และพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ข้อ	A	b	C	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	$c^2 = a^2+b^2$ หรือไม่		ขนาด ของ \widehat{ACB} (องศา)	$\triangle ABC$ เป็น \triangle มุมฉาก หรือไม่	
								เท่า	ไม่เท่า		เป็น	ไม่ เป็น
(1)	12	9	15	144	81	225	225	✓		90	✓	
(2)	12	6	13	144	36	169	180		✓	85.62		✓
(3)	4	7.5	8.5	16	56.25	72.25	72.25	✓		90	✓	
(4)	12	12	18	144	144	324	288		✓	97.18		✓
(5)	3.5	12	12.5	12.25	144	156.25	156.25	✓		90	✓	

คำถามท้ายกิจกรรม

- นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
- รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้านใดยาวที่สุด
- นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่.....

ชื่อ ชั้น เลขที่

แบบฝึกทักษะที่ 1.6

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

<p>ตัวอย่าง 3, 4, 5</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 3$, $b = 4$ และ c</p> $a^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$ $b^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$ $c^2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3, 4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>1. 6, 8, 10</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>2. 4, 6, 8</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>3. 8, 10, 12</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>4. 8, 17, 15</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>5. 1, 4, 6</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.6

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ จงหารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

<p>ตัวอย่าง 3, 4, 5</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 3$, $b = 4$ และ $c = 5$</p> $a^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$ $b^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$ $c^2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3, 4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>1. 6, 8, 10</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 6$, $b = 8$ และ $c = 10$</p> $a^2 = 6^2 = 6 \times 6 = 36$ $b^2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64$ $c^2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 6, 8 และ 10 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>
<p>2. 4, 6, 8</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 4$, $b = 6$ และ $c = 8$</p> $a^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$ $b^2 = 6^2 = 6 \times 6 = 36$ $c^2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 \neq c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 4, 6 และ 8 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>3. 8, 10, 12</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 8$, $b = 10$ และ $c = 12$</p> $a^2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64$ $b^2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100$ $c^2 = 12^2 = 12 \times 12 = 144$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 \neq c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 8, 10 และ 12 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>
<p>4. 8, 17, 15</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 8$, $b = 15$ และ $c = 17$</p> $a^2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64$ $b^2 = 15^2 = 15 \times 15 = 225$ $c^2 = 17^2 = 17 \times 17 = 289$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 8, 17 และ 15 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>5. 1, 4, 6</p> <p>วิธีทำ ให้ $a = 1$, $b = 4$ และ $c = 6$</p> $a^2 = 1^2 = 1 \times 1 = 1$ $b^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$ $c^2 = 6^2 = 6 \times 6 = 36$ <p>จะได้ $a^2 + b^2 \neq c^2$</p> <p>ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 1, 4 และ 6 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์ได้จาก สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนสามารถเขียนแสดงการพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

2. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

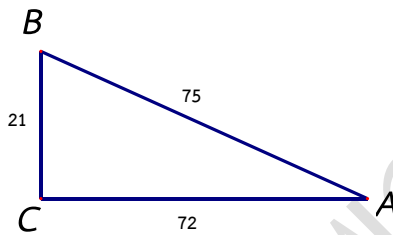
บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นั่นคือ ถ้าทราบว่า C เป็นด้านที่ยาวที่สุดของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง

หรือกล่าวได้ว่า “สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ตัวอย่าง

$\triangle ABC$ มีด้านยาว 21 เซนติเมตร 72 เซนติเมตร และ 75 เซนติเมตร ดังรูป อยากรู้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ จากรูป ให้ $a = 21$ $b = 72$ $c = 75$
จะได้ $a^2 = 441$ $b^2 = 5,184$ $c^2 = 5,625$
และ $a^2 + b^2 = 441 + 5,184$
 $a^2 + b^2 = 5,625$
ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตอบ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการถามตอบว่า “ถ้านักเรียนทราบความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้ง 3 ด้าน นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่”

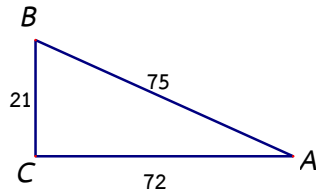
(แนวการตอบ ได้ โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยในพิสูจน์)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูชี้แนะว่า จากตัวอย่างบนกระดานเราสามารถเขียนพิสูจน์ได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1

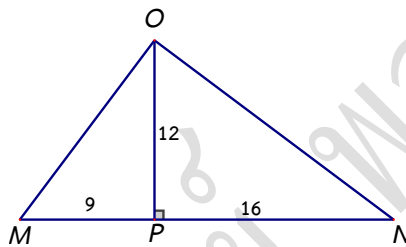
$\triangle ABC$ มีด้านยาว 21 เซนติเมตร 72 เซนติเมตร และ 75 เซนติเมตร ดังรูป
จงแสดงว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป ให้ $a = 21$ $b = 72$ $c = 75$
 จะได้ $a^2 = 441$ $b^2 = 5,184$ $c^2 = 5,625$
 และ $a^2 + b^2 = 441 + 5,184 = 5,625$
 ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยม MNO ดังรูป จงแสดงว่า $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป $\triangle OPN$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
 จะได้ $NO^2 = OP^2 + PN^2$
 $= 12^2 + 16^2$
 $= 144 + 256$
 $= 400$

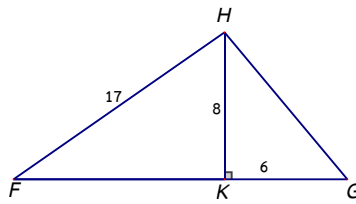
จากรูป $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
 จะได้ $OM^2 = MP^2 + PO^2$
 $= 9^2 + 12^2$
 $= 81 + 144$
 $= 225$

เนื่องจาก $OM^2 + NO^2 = 225 + 400$
 $= 625$
 $MN^2 = (9 + 16)^2$
 $= 25^2$
 $= 625$

ดังนั้น $MN^2 = OM^2 + NO^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยม FGH ดังรูป อยากรทราบว่า รูปสามเหลี่ยม FGH เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ จากรูป $\triangle HKG$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad GH^2 &= HK^2 + KG^2 \\ &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad GH = 10 \text{ หน่วย}$$

จากรูป $\triangle FKH$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad HF^2 &= FK^2 + KH^2 \\ 17^2 &= FK^2 + 8^2 \\ FK^2 &= 17^2 - 8^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad FK = 15 \text{ หน่วย}$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad FG &= FK + KG \\ &= 15 + 6 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้} \quad FG^2 = 21^2 = 441$$

$$\begin{aligned} \text{และจาก} \quad GH^2 + HF^2 &= 10^2 + 17^2 \\ &= 389 \end{aligned}$$

$$\text{จะเห็นว่า} \quad FG^2 \neq GH^2 + HF^2$$

ดังนั้น $\triangle FGH$ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์ได้จาก เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ชั้นฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ชี้นำไปใช้

นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมา 1 รูป แล้วนำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อนในห้องเพื่อเขียนแสดงการพิสูจน์เกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ลงในสมุด

6. ชั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม และการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์ / การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถเขียนแสดงการ พิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทา โกรร์สได้	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - ใบกิจกรรมสำรวจรู ปสามเหลี่ยม - แบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บท กลับของทฤษฎีบทพีทา โกรร์ส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับ ของทฤษฎีบทพีทาโกร์ส	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 70 ขึ้น ไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วม กิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้านทักษะ / กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน สามารถ 1. มองเห็นว่าจะสามารถใช้คณิตศาสตร์ แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุ่งมั่นในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการ ปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยแพทยศาสตร์

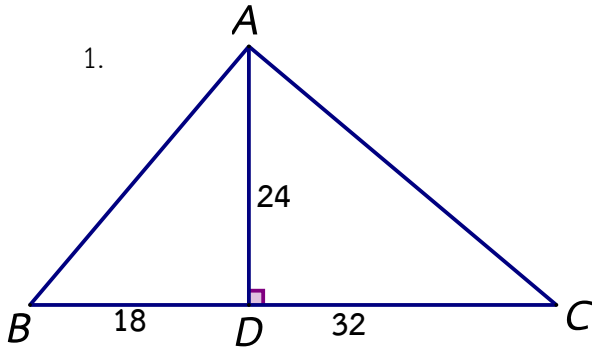
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.7

เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ ชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง จงแสดงว่า $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ $\triangle ADC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AC^2 = AD^2 + DC^2$

$$= 24^2 + 32^2$$

$$= (24 \times 24) + (32 \times 32)$$

$$= 576 + 1,024$$

$$= 1,600$$

ดังนั้น $AC^2 = 1,600$

$\triangle ADB$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$$= 24^2 + 18^2$$

$$= 576 + 324$$

$$= 900$$

ดังนั้น $AB^2 = 900$

เมื่อพิจารณา $\triangle ABC$

จะได้ $AB^2 + AC^2 = 900 + 1,600 = 2,500$

และ $BC = 18 + 32 = 50$

จะได้ $BC^2 = 50^2 = 2,500$

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

นั่นคือ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี \hat{BAC} เป็นมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จำนวน 8 ชั่วโมง

เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

จำนวน 1 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ วันที่ เดือน พ.ศ. คาบที่

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากสำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

2. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

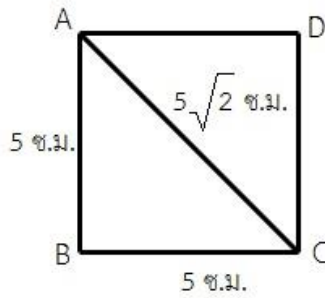
สาระการเรียนรู้

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะกล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เราสามารถนำความรู้เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปนี้



วิธีทำ พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad AC^2 &= (5\sqrt{2})^2 = (5 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}) \\ &= (5 \times 5 \times 2) = 50 \end{aligned}$$

$$\text{และ} \quad AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$\text{ดังนั้น} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2$$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{พื้นที่ของ } \square ABCD = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$\text{แทนค่า} \quad = 5 \times 5$$

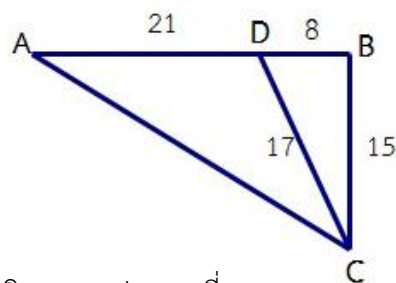
$$= 25 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 25 ตารางเซนติเมตร

ตอบ 25 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $AD = 21$, $DB = 8$, $DC = 17$ และ $BC = 15$

จากรูปจงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ADC



วิธีทำ พิจารณารูปสามเหลี่ยม DBC

$$\text{จะได้} \quad DC^2 = 17^2 = 289$$

$$\text{และ} \quad DB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$\text{ดังนั้น} \quad DC^2 = DB^2 + BC^2$$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม DBC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ซึ่งทำให้ รูปสามเหลี่ยม ADC มีความสูงเท่ากับ $BC = 15$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad \text{พื้นที่ } \triangle ADC &= \frac{1}{2} \times \text{ความสูง} \times \text{ความยาวฐาน} \\
 \text{แทนค่า} &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\
 &= \frac{1}{2} \times 15 \times 21 \\
 &= 157.5 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ADC เท่ากับ 157.5 ตารางหน่วย

ตอบ 157.5 ตารางหน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส ครูวาดรูปสามเหลี่ยม ABC บนกระดาษพร้อมกำหนดความยาวของด้านทั้งสามที่มีความยาวแต่ละด้านคือ 5, 12 และ 13 ครูถามนักเรียนว่า “รูปสามเหลี่ยมบนกระดาษเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่”

(แนวการตอบ เป็น)

ถามต่อว่า “นักเรียนทราบได้อย่างไร”

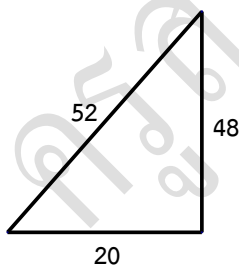
(แนวการตอบ ใช้บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส)

จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดบนกระดาษ โดยให้นักเรียนในห้องที่เหลือตรวจสอบช่วยกัน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ครูชี้แนะว่า จากรูปที่ครูวาดบนกระดาษเป็นโจทย์ปัญหาที่เป็นรูปภาพชัดเจน ต่อไปจะเป็นโจทย์ในลักษณะข้อความ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 20, 48 และ 52 เซนติเมตร จะมีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร



วิธีทำ ให้ $a = 20$ $b = 48$ $c = 52$
 จะได้ $a^2 = 400$ $b^2 = 2,304$ $c^2 = 2,704$
 และ $a^2 + b^2 = 400 + 2,304 = 2,704$
 ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สรุปได้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \frac{1}{2} \times 20 \times 48 \\
 &= 480 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 20, 48 และ 52 เซนติเมตร มีพื้นที่ 480 ตารางเซนติเมตร

2.2 ครูติดแผ่นโจทย์ปัญหาไว้บนกระดาน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมารับกระดาษปรูฟ แล้วให้หาคำตอบของโจทย์ปัญหา ครูสุ่มกลุ่มออกมานำเสนอ

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยพิจารณาจากสำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และนักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นโจทย์ปัญหา (เขียนโจทย์ปัญหาในกระดาษกระดาษฟลิปชาร์ต)
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1
3. แบบฝึกทักษะที่ 8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์ / การวัดและประเมินผล	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถเขียนแสดงการ พิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทา โกรัสได้	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - ใบกิจกรรมสำรวจรูป สามเหลี่ยม - 1.8 เรื่อง การนำบท กลับของทฤษฎีบทพีทา โกรัสมาใช้ในการแก้ โจทย์ปัญหา	- แบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ ในการแก้โจทย์ปัญหา	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินร้อยละ 70 ขึ้น ไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วม กิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้านทักษะ / กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน สามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์ แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุ่งมั่นในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการ ปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบ คำถามและการให้ เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การ ประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยแพทยศาสตร์

ภาคผนวก

ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง
มี \overline{BD} ตั้งฉากกับ \overline{AC} , $AB = 12$ นิ้ว,
 $BC = 9$ นิ้ว และ $CA = 15$ นิ้ว
จงหา BD ยาวเท่าไร

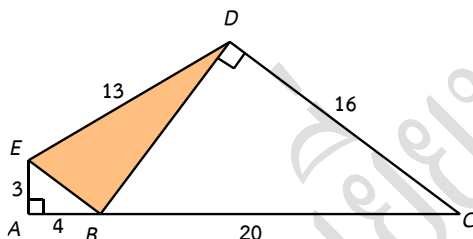
แบบฝึกทักษะที่ 1.8

เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงแสดงวิธีทำ

1) จากรูป กำหนดให้ $AB = 4$ นิ้ว $AE = 3$ นิ้ว $BC = 20$ นิ้ว $DC = 16$ นิ้ว และ $DE = 13$ นิ้ว จงหาว่า $\triangle EBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด และมีพื้นที่เท่าไร



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $BE^2 = AB^2 + AE^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $BE = \dots\dots\dots$ หน่วย

จากรูป $\triangle BCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $BD^2 = BC^2 - DC^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $BD = \dots\dots\dots$ หน่วย

ตรวจสอบชนิดของ $\triangle EBD$

เนื่องจาก $BD^2 = \dots\dots\dots$

$BE^2 + DE^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

จะเห็นว่า $BD^2 \dots\dots\dots BE^2 + DE^2$

ดังนั้น $\triangle EBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หาพื้นที่ของ $\triangle EBD$

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

$$\text{พื้นที่ของ } \triangle EBD = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{2} \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{2} \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $\triangle EBD$ มีพื้นที่.....

ตอบ

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.8

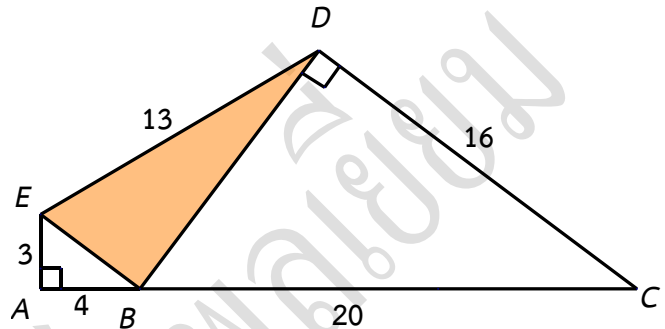
เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ชื่อ ชั้น เลขที่

วันที่ เดือน พ.ศ.

คำชี้แจง จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงแสดงวิธีทำ

1. จากรูป กำหนดให้ $AB = 4$ นิ้ว $AE = 3$ นิ้ว $BC = 20$ นิ้ว $DC = 16$ นิ้ว และ $DE = 13$ นิ้ว จงหาว่า $\triangle EBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด และมีพื้นที่เท่าไร



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } BE^2 = AB^2 + AE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\text{ดังนั้น } BE = 5 \text{ หน่วย}$$

จากรูป $\triangle BCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } BD^2 = BC^2 - DC^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144$$

$$\text{ดังนั้น } BD = 12 \text{ หน่วย}$$

ตรวจสอบชนิดของ $\triangle EBD$

$$\text{เนื่องจาก } BD^2 = 144$$

$$DE^2 - BE^2 = 13^2 - 25 = 169 - 25 = 144$$

$$\text{จะเห็นว่า } BD^2 = BE^2 + DE^2$$

ดังนั้น $\triangle EBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หาพื้นที่ของ $\triangle EBD$

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของ } \triangle EBD &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times BE \times BD \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \\ &= 30 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ดังนั้น $\triangle EBD$ มีพื้นที่ 30 ตารางนิ้ว

ตอบ $\triangle EBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีพื้นที่ 30 ตารางนิ้ว